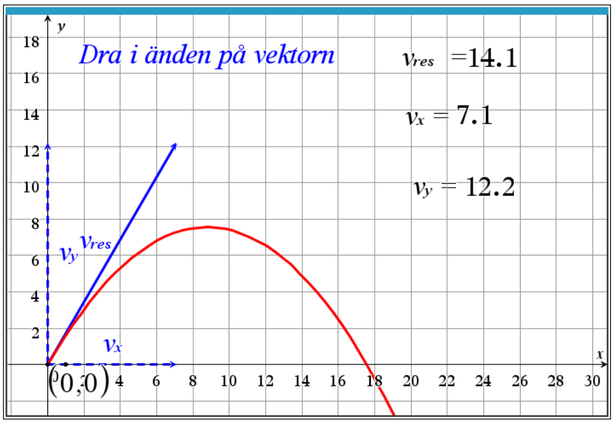
Visa rörelse

Denna aktivitet bör föregås av aktiviteten **Kaströrelse**. I den aktiviteten ska eleverna utforska vad det är som påverkar banan man får vid kroklinjig kaströrelse. De ska bland annat observera och jämföra de vertikala och horisontella hastighetskomposanterna när en projektil rör sig i en bana.

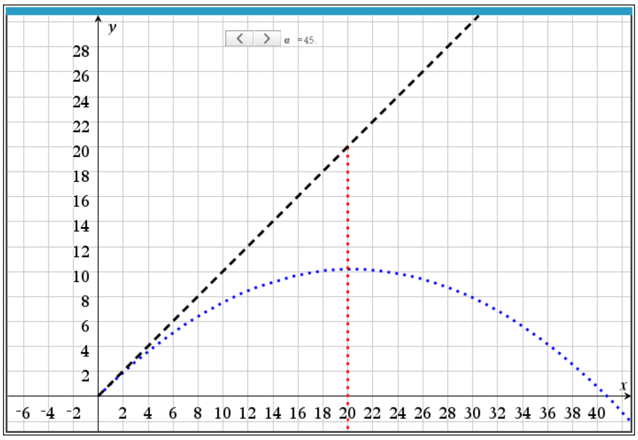


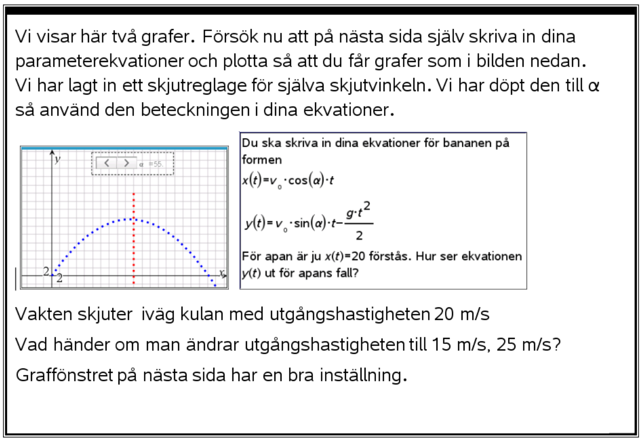
Vi förutsätter att eleverna i fysik 2 har gått igenom det fundamentala hos kaströrelse med vertikala, horisontella och sneda kast och tillhörande ekvationer. Det är i det sammanhanget man brukar ta upp parameterform.

Den första uppgiften är följande

En vakt på ett zoo har ett gevär som kan skjuta iväg bananer till olika djur. En apa befinner sig 20 meter bort och 20 meter uppe i ett träd. Apan har den egenheten att den släpper taget om den gren den hänger i, exakt i det ögonblick när bananskottet går. Hur ska vakten sikta för att apan ska kunna fånga bananen?

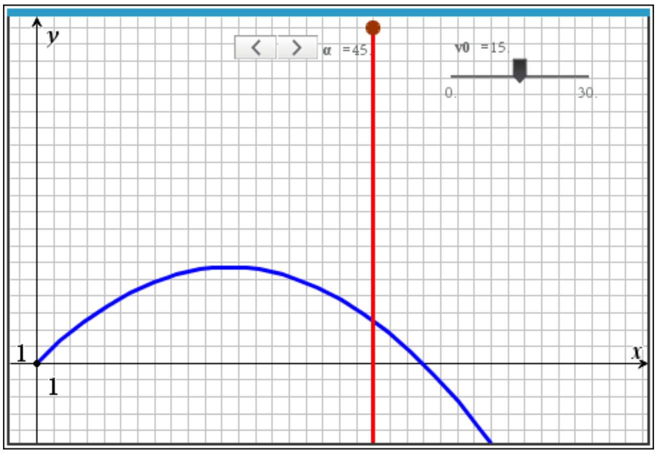
Det viktiga i denna aktivitet är att eleverna ska förstå att man ska sikta på apan. Skjutvinkeln blir då 45 grader. Apan och bananen utsätts båda för gravitationen och *faller lika mycket*. Lägg gärna in kastkurvan *utan* gravitation och diskutera utifrån bilden.



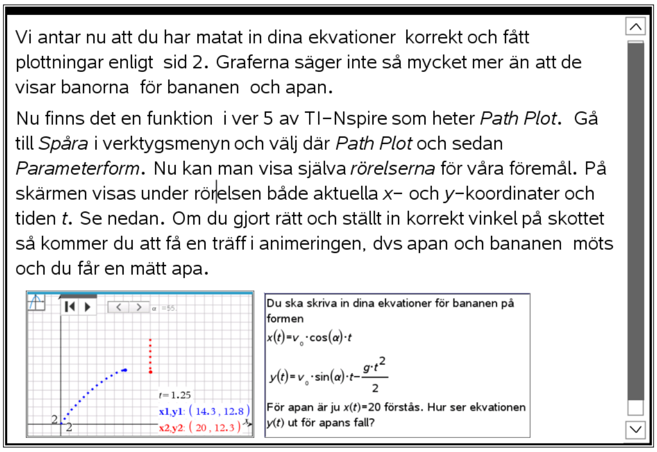


Vi ger eleverna en del hjälp med att skriva in ekvationerna.

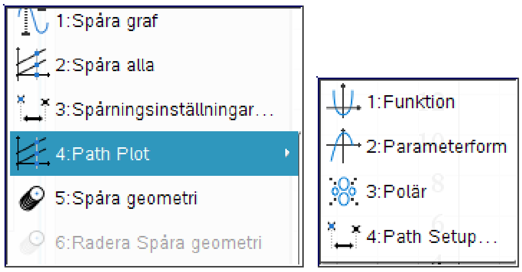
Så här ser banorna ut om utgångshastigheten är 15 m/s. Vi har lagt in ett skjutreglage med parametern v0 och kan lätt ändra värdet för att se nya banor.



Problem 2

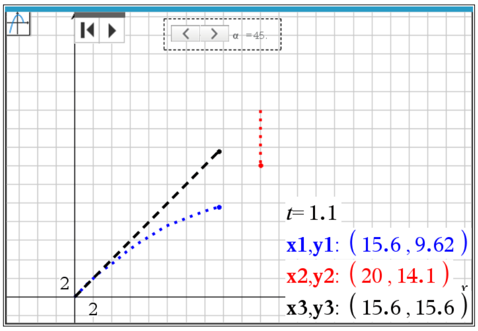


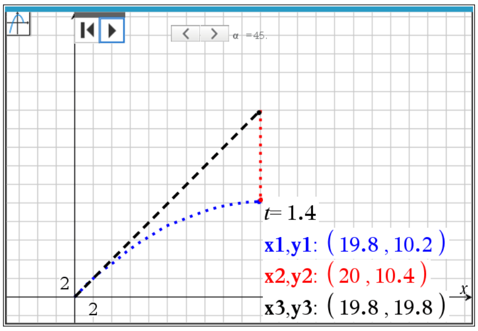
Nu kommer det roliga. Vi ska visa själva rörelsen för bananen och apan. Från version 5.0 finns en ny funktion för detta som heter *Path Plot*. Under Spåra i verktygsmenyn för grafer så väljer man alltså Path Plot och sedan 2: Parameterform. Man kan även härifrån göra en del inställningar för rörelsen.

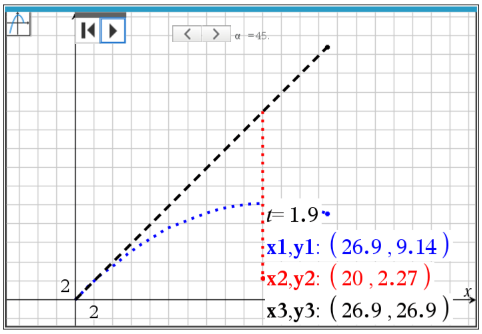


Vi väljer nu Path Plot och drar igång rörelsen.

Här visas vi en sekvens av bilder från förloppet. Vi ser att ungefär efter 1,4 sekunder så möts apan och bananen. Vi har även lagt in en rörelse utan gravitation. Mellanbilden nedan visar då på ett tydligt sätt att bananen och apan fallit lika mycket.







Man kan även använda piltangenterna <pil vänster> och <pil höger> för att gå framåt eller backa i rörelsen.

Man kan också göra en del beräkningar algebraiskt. Apan och bananen möts efter $\sqrt{2}$ sekunder och på höjden 10,18 meter.

$\alpha \blacktriangleright 45$

$\text{solve}(x1(t)=x2(t),t) \blacktriangleright t=\sqrt{2}$

$\text{solve}(y1(t)=y2(t),t) \blacktriangleright t=\sqrt{2}$

$y1(\sqrt{2}) \blacktriangleright 10.18$

$y2(\sqrt{2}) \blacktriangleright 10.18$

Vad visar beräkningarna ovan? Gå igenom detta med eleverna.

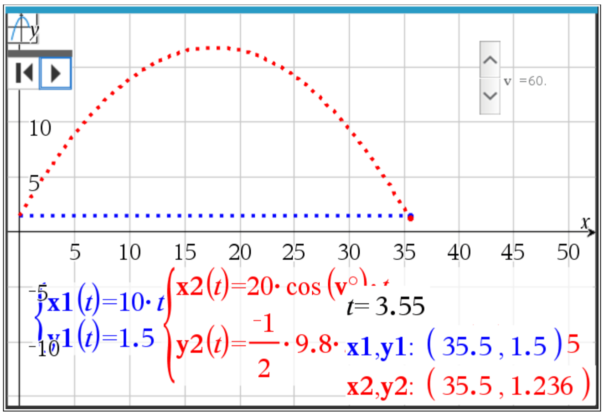
Problem 3

En explosiv brännbollsspelare springer längs en linje med den formidabla hastigheten av 10 m/s. Samtidigt slås en boll av en annan spelare med ett slagträ snett uppåt i samma riktning med hastigheten 20 m/s. I vilken vinkel ska bollen slås ut för att spelaren ska kunna fånga bollen i farten? Bollen kastas från 1,5 m meters höjd och vi antar att löparen fångar den på just den höjden.

På nästa sida har vi tecknat ekvationerna.Du kan nu variera kastvinkeln. **Vid vilken vinkel når kastaren längst?**

Undersök nu rörelsen hos löparen och bollen med verktyget *Path Plot* som vi visade i Problem 2. **Försök nu att hitta en vinkel där spelaren kan fånga bollen.**

Man får träff med inställd vinkel på 60 grader.



Du kan ur ekvationerna också ***algebraiskt*** beräkna den efterfrågade kastvinkeln och efter vilken tid spelaren fångar bollen. Hur långt har hen sprungit då?

Gör då så här:

Gå till *Beräkningar* och sedan *Algebra*. Där väljer du *Lös ekvationssystem*. Du får då upp en ruta på skärmen där du fyller i vilka variabler du vill lösa ekvationssystemet för. Du fyller då i v och t. Sedan skriver du x1(t)=x2(t) som första resp y1(t)=y2(t) som andra ekvation. Du lägger sedan in att vi ska lösa för vinklar mellan 0 och 90 grader. Tryck sedan på enter. Det raka strecket | hittar du under *Beteckningar* i verktygsmenyn. Så här ska det se ut:

$$\text{solve}\left(\begin{cases} x1(t)=x2(t) \\ y1(t)=y2(t) \end{cases},\{v,t\}\right)|0<v<90$$

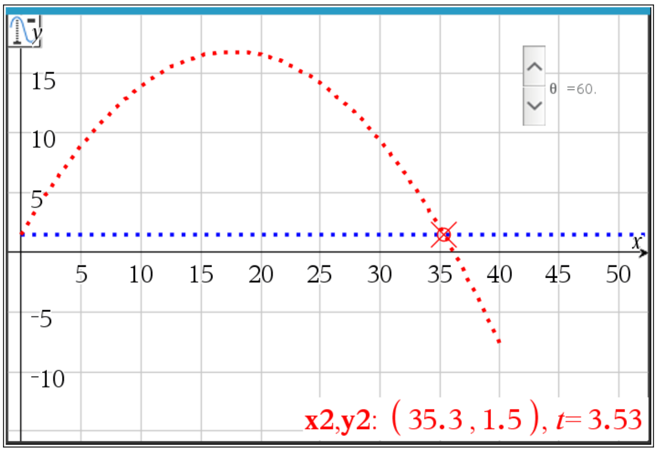
Beräkningarna visar att kastaren ska ha utgångsvinkeln 60 grader. Efter 3,53 sekunder så fångar löparen bollen. Hen har då sprungit 35,3 m.

$$\text{solve}\left(\begin{cases}10\cdot t=20\cdot\cos(v)\cdot t\\ 0=-4.9\cdot t^2+20\cdot\sin(v)\cdot t\end{cases},\{t,v\}\right)|0<v<90$$

$$\blacktriangleright\ t=0 \text{ and } v=c1 \text{ and } 0<c1<90 \text{ or } t=\frac{100\cdot\sqrt{3}}{49} \text{ and } v=60$$

$$\text{approx}\left(\frac{100\cdot\sqrt{3}}{49}\right)\ \blacktriangleright\ 3.5348$$

Man kan också spåra i grafen. Man skriver in värdet på t och trycker på enter.



Problem 4

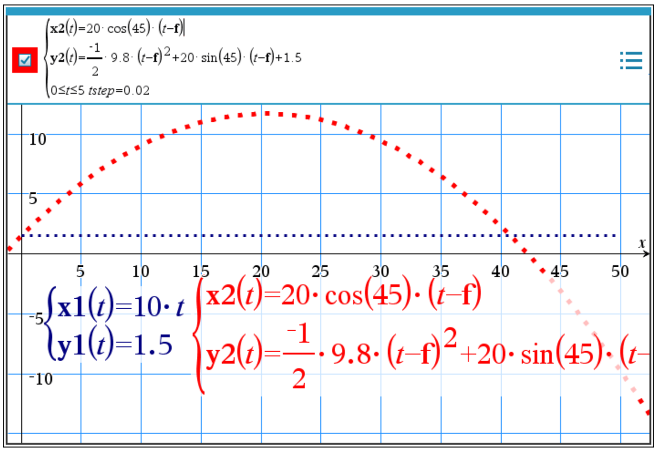
Slutligen så lämnar vi en mer utmanade uppgift till eleverna.

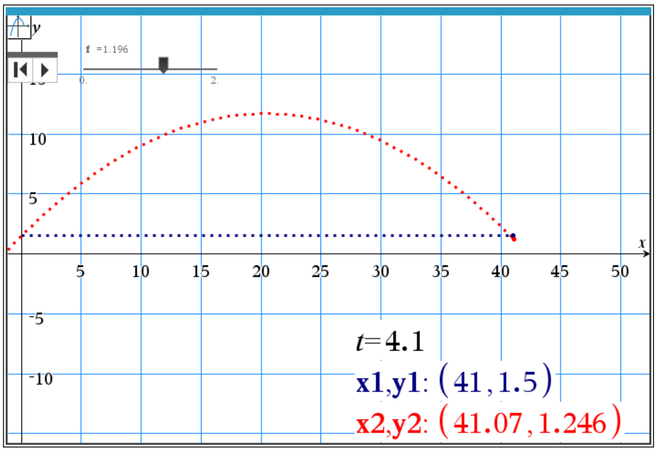
Utmaning:

Vi antar att kastvinkeln är 45 grader och att kastaren dröjer en kort ögonblick med sitt kast. Hur länge ska hen dröja för att det ska bli träff, dvs att löparen lyckas fånga bollen?

Tips: i rörelsekvationerna för bollen så kan du lägga in en parameter (kalla den t ex f för fördröjning). Istället för *t* så blir det då (*t*−***f***) i ekvationsuttrycken. Du får då ett skjutreglage där du kan variera ***f***.

Här kan du se vilka ekvationer man ska mata in. ***f*** är parameter





Så här kan beräkna t och f. Löparen hinner springa i 4,08 sekunder och kastaren väntar ca 1,2 sekunder med att starta.

$$\text{solve}\left(\begin{cases}x1(t)=x2(t)\\ y1(t)=y2(t)\end{cases},\{t,f\}\right)$$

$$\blacktriangleright\ t=0 \text{ and } f=0 \text{ or } t=\frac{200}{49} \text{ and } f=\frac{-100\cdot(\sqrt{2}-2)}{49}$$

$$\text{approx}\left(\text{solve}\left(\begin{cases}x1(t)=x2(t)\\ y1(t)=y2(t)\end{cases},\{t,f\}\right)\right)$$

$$\blacktriangleright\ t=0. \text{ and } f=0. \text{ or } t=4.08163 \text{ and } f=1.19548$$