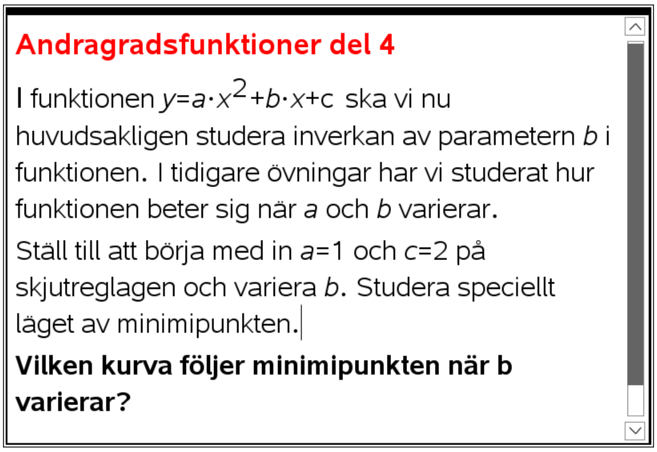
Andragradsfunktioner del 4

I denna övning ska du huvudsakligen undersöka vilken betydelse koefficienten *b* har för utseendet av funktionen $y = ax^2 + bx + c$.

För den inledande undersökningen behövs kunskaper motsvarande matematik kurs 2. För den fördjupade undersökningen behövs matematik kurs 3.

Inledande undersökning

Öppna filen *andragradsfunktioner_del4.tns*. Ställ in de båda skjutreglagen för *a* och *c* så att *a* = 1och *c* = 2. Därmed studerar du inledningsvis ett specialfall, nämligen funktionen $f1(x) = x^2 + bx + 2$. Studera vad en variation av *b* betyder genom att variera *b* i intervallet -5 ≤ *b* ≤ 5.



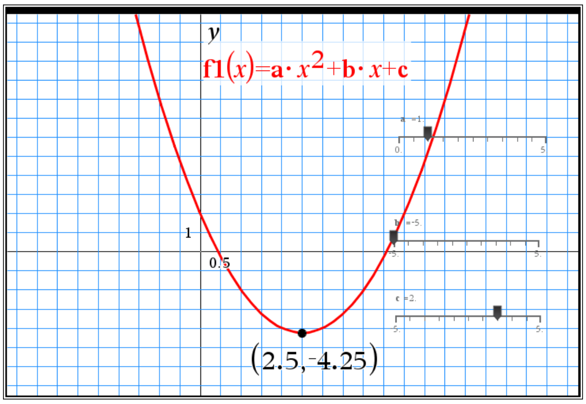
Andragradsfunktioner del 4

I funktionen $y=a\cdot x^2+b\cdot x+c$ ska vi nu huvudsakligen studera inverkan av parametern *b* i funktionen. I tidigare övningar har vi studerat hur funktionen beter sig när *a* och *b* varierar.

Ställ till att börja med in *a*=1 och *c*=2 på skjutreglagen och variera *b*. Studera speciellt läget av minimipunkten.

Vilken kurva följer minimipunkten när b varierar?

Här har vi ritat vår funktion. Värdet på parametern *b* är - 5.

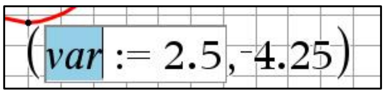


Teknisk nivå

Tidigare erfarenhet av TI-Nspire är nödvändig.

Läraranvisning, inledande undersökning

Vi ska nu lagra minimipunktens *x*- och *y*-koordinater Högerklicka på *x*-koordinaten och välj 5:Lagra. Skriv nu in namnet *xk*.



Upprepa för *y*-koordinaten. Döp den till *yk*. Ställ in *a*=1 och *c*=2 och kontrollera att fönsterinställningarna är sådana att minimipunkten hela tiden befinner sig på skärmen då värdet på *c* ändras.

Infoga nu en ny sida med Listor & Kalkylblad. Placera markören i formelcellen i kolumn A och vi ska nu välja automatisk datainsamling. Välj då från verktygsmenyn **3:Data/2:Datainfångning/1:Automatisk**

Skriv *xk* som variabelnamn. Upprepa i formelcellen för kolumn B och nu med variabelnamnet *yk*. Döp sedan de båda kolumnerna till *x_koord* och *y_koord*.

	A x_koord	B y_koord	C
=	=capture(xk,1)	=capture(yk,1)	
1	2.5	-4.25	
2			

Återvänd till grafsidan och dra skjutreglaget för *b* genom hela intervallet. Nu sker datainsamling till listorna i kalkylbladet.

	A x_koord	B y_koord	C	D	E	F	G
=	=capture(xk,1)	=capture(yk,1)					
1	2.5	-4.25					
2	2.25	-3.0625					
3	2	-2					
4	1.75	-1.0625					
5	1.5	-0.25					
6	1.25	0.4375					
7	1.	1					
8	0.75	1.4375					
9	0.5	1.75					
10	0.25	1.9375					
11	0	2					

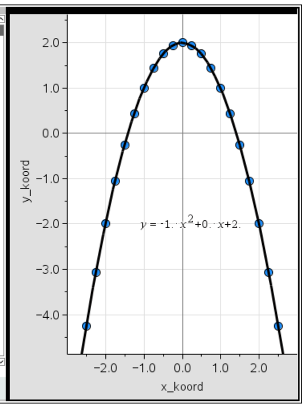
B1 =-4.25

Gå nu tillbaka till kalkylbladssidan. Vi ska nu utföra en kvadratisk regression på värdena i listorna. Dela då sidan så att du får en Data&Statistiksida till höger. Klicka i variablerna under *Lägg till variabel* på x- och y-axeln.

Under Analysera väljer du sedan Regression/Visa kvadratiskt. Vi får en perfekt anpassning och regres-sionsekvationen skrivs ut. I detta fall $y = -x^2 + 0 \cdot x + 2$.

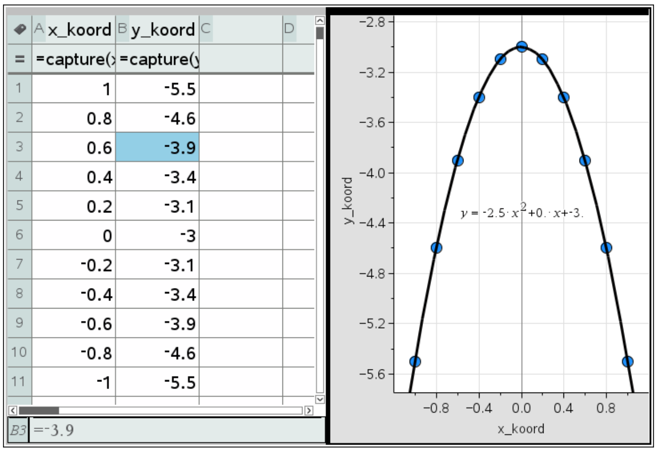
	x_koord	B y_koord	C
=	capture(xk,1)	=capture(yk,1)	
1	2.5	-4.25	
2	2.25	-3.0625	
3	2	-2	
4	1.75	-1.0625	
5	1.5	-0.25	
6	1.25	0.4375	
7	1.	1	
8	0.75	1.4375	
9	0.5	1.75	
10	0.25	1.9375	
11	0	2	

D1



Som framgår av funktionsuttrycket ligger minimipunkterna för $f1(x) = x^2 + bx + 2$ på kurvan $y = -x^2 + 2$. Man kan direkt konstatera att konstanten 2 är värdet på *c* eftersom värdet b = 0 ger en minimipunkt för x = 0 i punkten y = 2. Möjligen skulle konstanten -1 kunna ha något samröre med konstanten *a*, som här är 1.
Om eleverna är bekanta med derivata kan undersökningen studeras algebraiskt i Räknarappen eller i appen Anteckningar. Om så inte är fallet bör de undersöka funktionen $y = ax^2 + bx + c$ för andra värden på *a* och *c*. Härvid är det bra om de arbetar tillsammans i grupper och med olika värden på *konstanterna.*
Det är viktigt att de på nytt öppnar den ursprungliga filen *andragradfunktioner_del4.tns,* för att undvika problem med datainsamlingen.

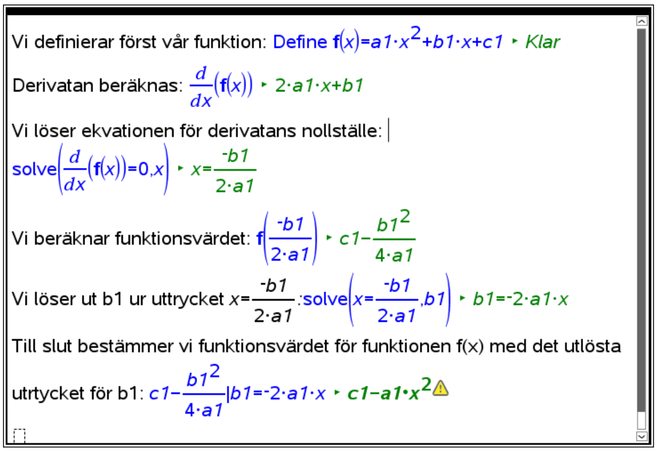
För *a* = 2,5 och *c* = 3 blir den kurva som minpunkten följer $y = -2{,}5x^2 - 3$. Detta styrker den hypotes som ställdes ovan. Det tycks som om kurvan som min- eller maxpunkterna faller längs är $y = -ax^2 + c$. Detta visar vi i Problem 2 med hjälp av derivata.



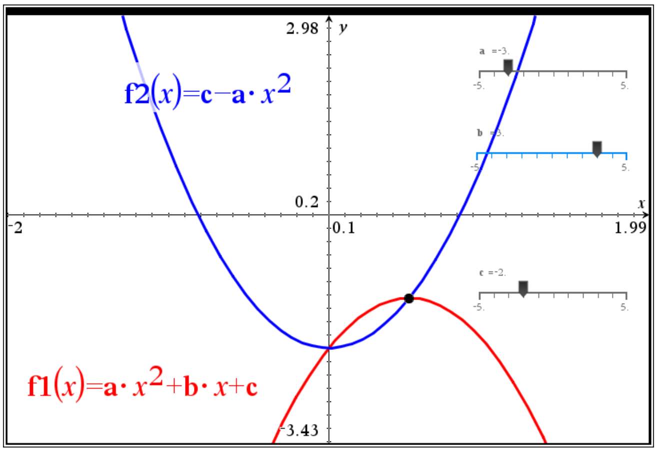
Problem 2

Fördjupad undersökning med hjälp av derivata

Vi ska nu visa hur man kan tackla problemet med de analysverktyg som finns i CAS-versionen av TI-Nspire. Man kan arbeta i applikationen anteckningar där man har tillgång till en massa beräkningsverktyg, även symboliska.
Funktionen, f(x), definieras med här med konstanterna a1, b1 och c1 för att undvika variabelkonflikt. Resultatet bekräftar som synes de hypoteser som ställdes ovan. Kurvan är $y = -ax^2 + c$. ☺



Nu när vi har gjort vår undersökning färdig tittar vi på en grafisk representation av resultatet. Vi ritar vår ursprungliga funktion och den funktion som representerar läget för max-eller minpunkten.



När vi ändrar värdet på b så ser vi att maxpunkten för f1(x) hela tiden ligger på kurvan f2(x).