Vad är riktningsfält?

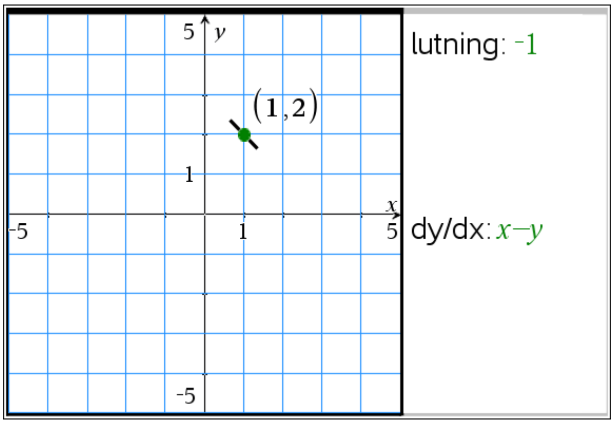
Här introducerar vi riktningsfält genom att rita ett linjesegment i taget. Lätt att ur uttrycket för derivatan direkt beräkna lutningen och se ett segment med den lutningen.

Ett riktningsfält är särskilt användbart för att kontrollera rimligheten i en symbolisk lösning av en differentialekvation som du har fått fram på något annat sätt. Genom att rita en potentiell lösning mot med riktningsfältet i bakgrunden kan du se om lösningskurvan verkar passa.

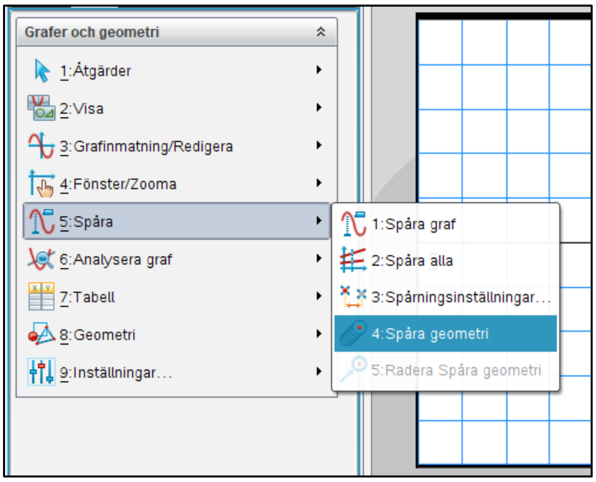
Hur ritas riktningsfält egentligen?

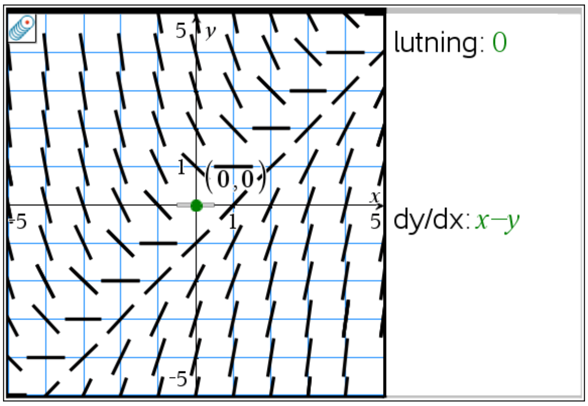
På sid 1.3 så ser du ett graffönster med ett rutnät med heltalskoordinater. Punkten kan du flytta runt så att den alltid placeras i själva rutnätet, t.ex. i punkterna (0, 1), (1, 1) osv. På själva punkten sitter ett kort linjesegment som har en lutning som visas i den högra fönsterhalvan längst upp. Lutningen bestäms av själva uttrycket för derivatan (dy/dx) som också visas till höger. Du kan ändra uttrycket för dy/dx i matematikrutan på sid 1.3.

Många sådana här små linjesegment bildar ett riktningsfält.



Om du nu vill rita flera segment i koordinatsystemet kan man använda funktionen med spårning av geometriska objekt.



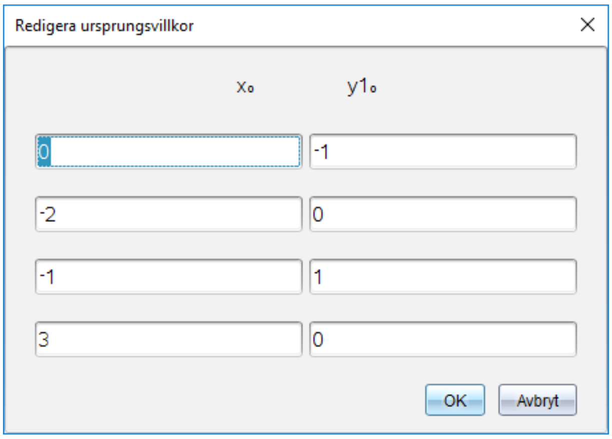


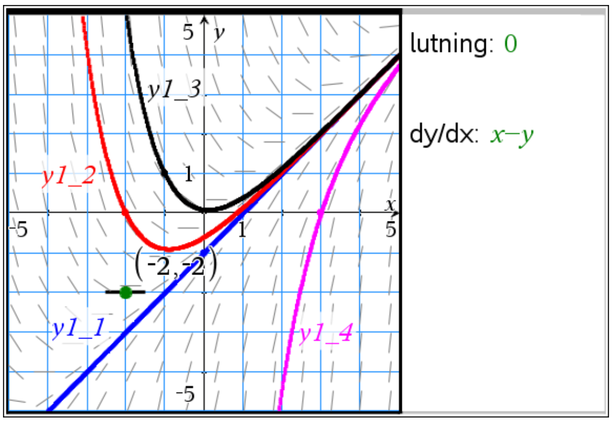
Problem 2

På nästa sida har vi lagt in en *kurvskara* som representerar fyra numeriska lösningar till differentialekvationen $y'=x-y$. En av lösningarna (den blå linjen) verkar vara en rät linje. Du kan följa linjen med den flyttbara röda punkten. Hur stor är lutningen och vad är isåfall linjens ekvation? Du kan lösa ekvationen exakt med funktionen *deSolve* om du vill.

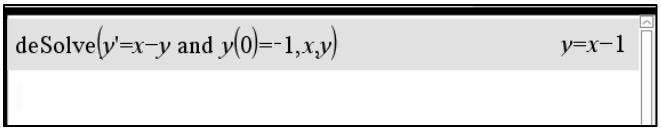
Kan du bevisa att det är en rät linje och isåfall vad är ekvationen?

De fyra lösningskurvorna får vi enkelt genom att lägga in 4 st begynnelsevillkor. Den gröna punkten med linjesegmentet finns kvar.





Lösningen med begynnelsevillkoret y(0)=-1.



Om du tittar längs x–axeln där $y = 0$ får man att $y' = x - 0 = x$. Lutningen har alltså *samma värde* som x–värdet.

Titta nu längs y–axeln där $x = 0$. Vi får då att $y' = 0 - y$ $= - y$. Segmenten har nu det *motsatta* värdet till y–värdet.

Vi tittar nu på riktningsfältet för $y' = x - y$ för att undersöka om några lösningar är på formen $y = kx + m$. Insättning i differentialekvationen ger då:

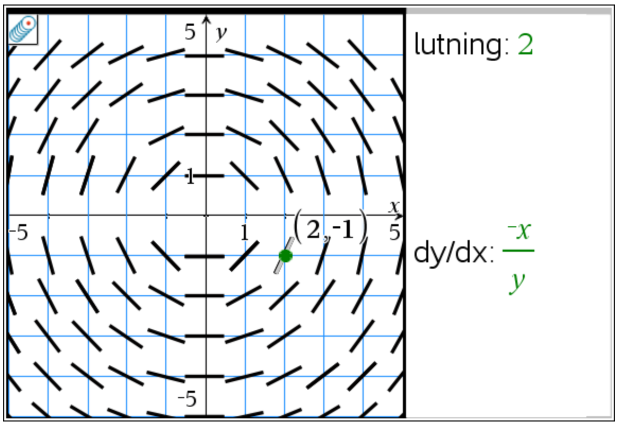
$k = x - (kx + m) = (1 - k)x - m$

Vi subtraherar med k i båda led:

$0 = (1 - k)x - (m + k)$

Det enda sättet som likheten kan vara sann är om $0 = (1 - k)$ och $0 = (m + k)$. Det betyder att $k = 1$ och $m = -1$. Ekvationen har då lösningen $y = x - 1$.

Pröva nu gärna med andra differentialekvationer. Här är en.



Nedan har vi gjort en numerisk lösning med två begynnelsevärden.