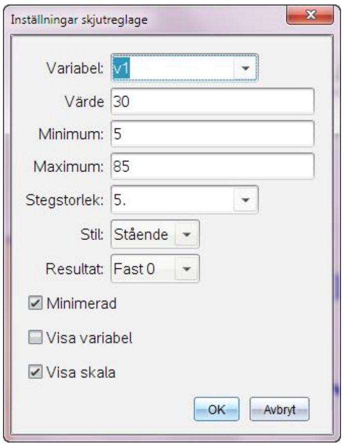
Trigonometri och likformighet

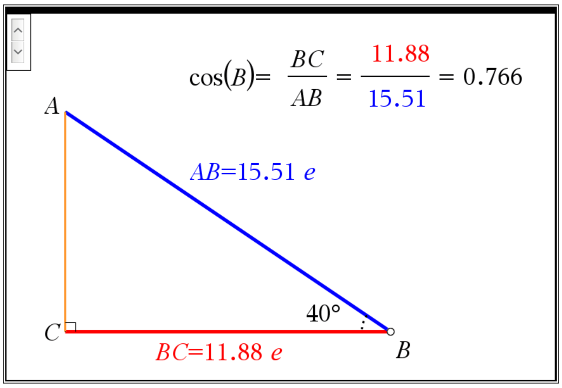
Syftet med denna aktivitet är att eleverna ska se effekterna på värdena på sinus, cosinus och tangens när man ändrar sidlängder och vinklar. De ska då tillämpa egenskaper när det gäller förhållanden mellan sidor hos likformiga rätvinkliga trianglar.

För att studera förändringar hos längder och vinklar i rätvinkliga trianglar använder vi ett bl.a. ett steg-reglage, som syns överst till vänster på skärmen. Man kan ändra inställningarna genom att högerklicka på reglaget. Vi har här angett stegstorleken till 5 grader.

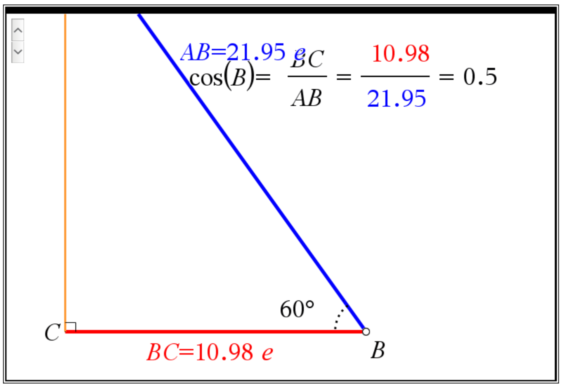


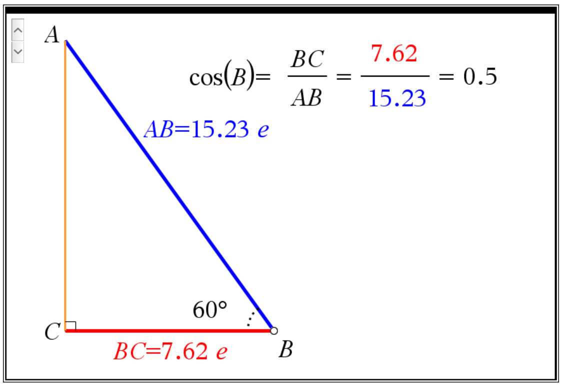
Sid 1:2

Vilka mått hos triangeln $\triangle ABC$ ändras inte när du använder pil upp och pil ned i stegreglaget?
Vilka mått ändras?
Vad händer med kvoten (förhållandet) AB/BC?



Observera att triangeln blir för hög om du har stora vinklar. Då ska man minska triangelns storlek genom att dra i punkten vid hörnet *B*.





Vilka mått hos $\triangle ABC$ ändras inte när du drar i punkten B och ändrar triangelns storlek?
Vilka mått ändras inte

Vad händer med kvoten *BC/AB?*

Kommer kvoten *BC/AB* att vara konstant även om längderna hos *AC*, *BC* och *AB* ändras?

Den sida hos triangeln som är motstående till den räta vinkeln kallas hypotenusa. Sidan som har hörnet *B* som en av sina ändpunkter kallas *närliggande* till vinkeln vid *B*.

Kvoten *BC/AB* kallas cosinus för vinkeln *B* och skrivs cos *B* eller cos (*B*). Uttryck cos B genom att använda begreppen hypotenusa och närliggande sida.

Sid 2.1 och Sid 3.1

På dessa sidor gör man samma undersökningar men nu utgår vi istället från definitionerna för sinus och tangens.

Efter genomgång av alla sidor:
Vad är sambandet mellan likformighet hos rätvinkliga trianglar och värdena för sinus, cosinus och tangens?

Vad är sambandet mellan vinklarna i hörnen A och B?

Antag att sin *B* i vår triangel är 4/5. Vad är då cos *A*?

Sid 4:1-.4:3

På denna sida visar vi hur man utför beräkningar med de trigonometriska funktionerna. Nedan visar vi både exakta beräkningar (bara på CAS-versionen) och beräkningar av närmevärden.

Kontrollera att du har vinkelinställningen grader! Ställs in under Dokumentinställningar.

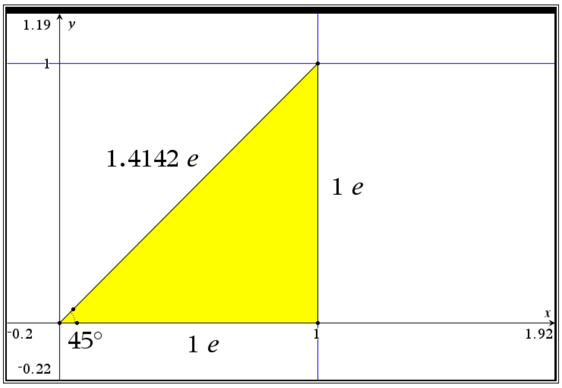
Bestäming av sinus, cosinus och tangens för en vinkel.

$\sin(45) \blacktriangleright \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad \sin(45) \blacktriangleright 0.707107$

$\cos(60) \blacktriangleright \frac{1}{2}$ $\qquad \cos(60) \blacktriangleright 0.5$

$\tan(30) \blacktriangleright \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\qquad \tan(30) \blacktriangleright 0.57735$

Att sin(45) ger det exakta värdet $\frac{\sqrt{2}}{2}$ eller $\frac{1}{\sqrt{2}}$ kan lätt visas med Pythagoras stas. Om man ritar en rätvinklig triangel med vinklarna 45, 45 och 90 grader ger P:s sats att hypotenusan har längden $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ och sinus för vinkeln blir då $1/\sqrt{2}$.



Om man istället vet vinkeln och ska bestämma sinus-, cosinus- eller tangensvärdet använder man funktionerna arcsin, arccos och aractan. Man skriver då direkt dessa kommandon men på skärmen visas $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ och $\tan^{-1}$.

$\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \blacktriangleright 30$

$\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \blacktriangleright 45$

$\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \blacktriangleright 60$

$\tan^{-1}\left(\sqrt{3}\right) \blacktriangleright 60$

Avslutningsvis en något knepigare fråga:

Vad är värdet av

$$(\sin(v))^2+(\cos(v))^2$$

för olika värden på *v*? Pröva med några olika värden på vinkeln *v*. Vad kommer du fram till?

Visa sedan varför det blir så för alla vinklar i en rätvinklig triangel.

Mata till sist in uttrycket $(\sin(v))^2+(\cos(v))^2$ och utför beräkningen i applikationen Räknare på TI-Nspire.