Rörelseproblem och linjära ekvationer

I denna aktivitet finns två problem som båda behandlar likformig rörelse. Tanken är att eleverna ska använda både algebraiska och grafiska verktyg.

<u>Problem 1</u>

I det gula fältet nedan har vi tecknat uttrycken för färden nedströms och uppströms. Var uppmärksam på att eleverna förstår att de ha tecknat sträckan AB på två olika sätt.

Sid 1

<u>Rörelseproblem och linjära ekvationer</u>

Busälven rinner nedströms från orten A till orten B med en genomsnittlig hastighet av 4 km/h. En båt som färdas nedströms behöver 3 timmar för färden mellan A och B. Motströms tar det 5 timmar.

Arbeta nu igenom frågorna och beräkna båtens hastighet i stillastående vatten och hur stort avståndet är mellan orterna A och B. Använd dig av det kända sambandet $s=v\cdot t$ när du löser uppgifterna. s är avståndet mellan orterna, v är hastigheten och t är tiden.

1. Låt v vara hastigheten hos båten i *stillastående* vatten, Hur kan då hastigheten nedströms resp.uppströms uttryckas? Använd detta och informationen ovan för att teckna uttryck för sträckan AB på två sätt:

nedströms: $s=(v+4)\cdot 3 \;\blacktriangleright\; s=3\cdot(v+4)$

uppströms: $s=(v-4)\cdot 5 \;\blacktriangleright\; s=5\cdot(v-4)$

Använd uttrycken ovan för att lösa den **ekvation** som ger båtens

Sid 2

Nedan Här har vi nu löst ekvationen för v. Hastigheterna blir då 16+4=20 km/h respektive 16–4=12 km/h. Avståndet mellan A och B blir 60 km.

Kom ihåg att man måste ange variabeln efter ett kommatecken när man löser ekvationer. För att infoga beräkningar på en sådan här anteckningssida trycker man på Ctrl och M samtidigt.

Fyll nu i din ekvation mellan parenteserna och avsluta med kommatecken och ett v. v är ju variabeln som vi ska lösa ekvationen för

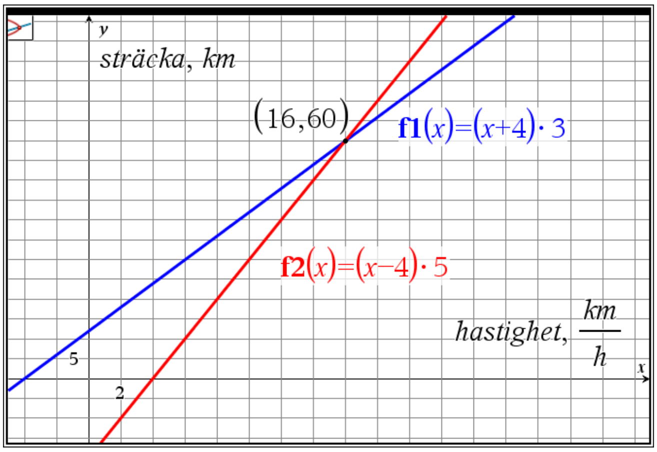
solve((v+4)·3=(v−4)·5,v) ▸ v=16

När du har beräknat v så kan du sedan lätt beräkna s som är avståndet menllan A och B. Utför denna beräkning nedan. Kom ihåg att du kan infoga beräkningsuttryck genom att trycka på Ctrl och M samtidigt, Då får du denna prickade ruta: ⬚

Du kan även lösa denna uppgift grafiskt genom att skriva in uttrycken för s nedströms och uppströms som två linjära funktionsuttryck. Vi har ställt in koordinatsystemet (fönstret) så att de passar för de linjära uttrycken. Låt x beteckna hastigheten v. Beräkna nu hastigheten v och avståndet ur diagrammet.

Sid 3

Här visar vi den grafiska lösningen. Skärningspunkten kan beräknas på flera sätt. Man kan använda geometriverktyget Skärningspunkter som man når under fliken *Punkter och linjer*. Det andra sätter är att gå till *Analysera graf* och där välja verktyget Skärningspunkt.



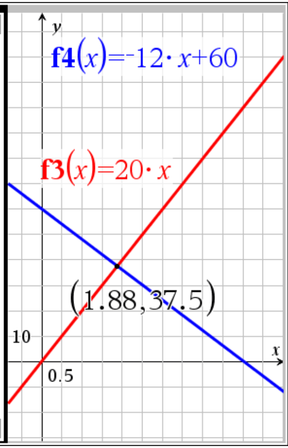
Sid 4

Här ska eleverna tolka diagrammet till höger. Vad är det för händelse som visas och vad betyder de linjära funktionsuttrycken och koordinaterna i skärningspunkten.

Tanken är att de ska förstå att diagrammet beskriver två båtar som färdas i motsatta riktningar och att de möts efter 1,88 h (1 h och 53 min) och 37,5 km från A.

Graferna på förra sidan är ritade med hastigheten på den vågräta axeln och sträckan på den lodräta. Man kan också rita ett så kallat s–t–diagram med tiden på vågräta axeln och sträckan (avståndet) på den lodräta axeln. Från tidigare beräkningar vet du ju båtens hastighet nedströms och uppströms och du vet också avståndet mellan orterna A och B. Du ser diagrammet till höger.

Vad visar egentligen diagrammet? Försök att tolka vad de två linjerna och ekvationerna står för och vad skärningspunkten betyder.



Från en annan aktivitet som handlar om medelvärden:

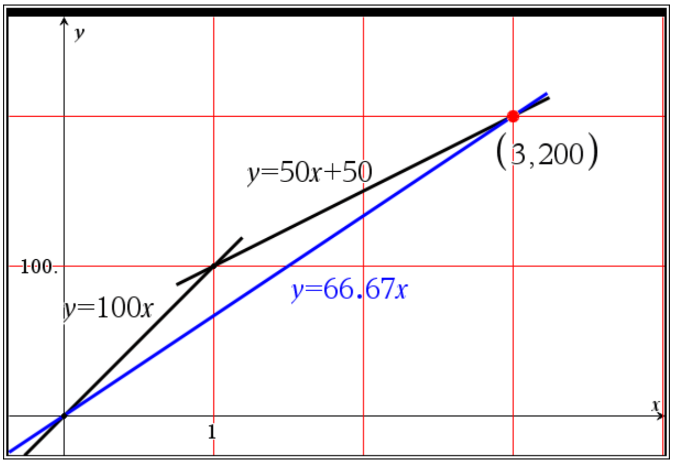
Tänk dig att du åker fram och tillbaka till en plats och att du håller hastigheten 100 km/h på resan dit och bara 50 km/h på resan tillbaka. Vad är din medelhastighet för hela resan?

Man kan lätt tro att medelhastigheten totalt blir 75 km/h. Nu kör man under längre tid med den lägre hastigheten och då blir svaret något annat.

Om sträckan är 100 km så tar det en timme att åka till platsen men 2 timmar att åka tillbaka. 3h timmar totalt alltså. Medelhastigheten blir då

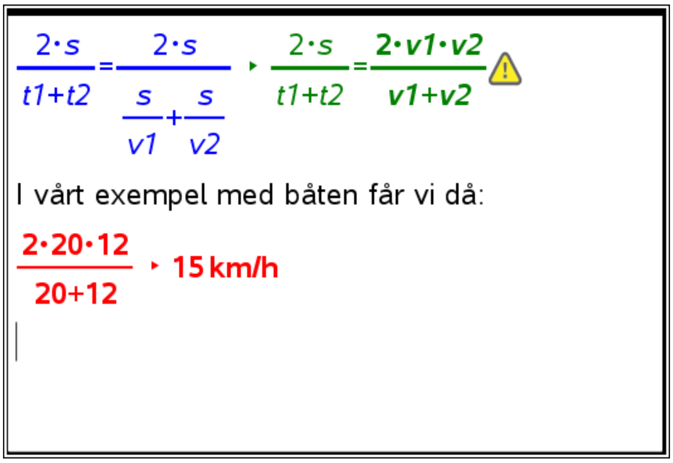
200/3 km/h ≈ 67km/h.

En skillnad på 8 km/h alltså.



Be nu eleverna att beräkna medelhastigheten för vår båt om den färdas från A till B och sedan tillbaka. Se diagrammet ovan.

Duktiga elever kan också teckna ett allmänt uttryck för medelhastigheten om den är v1 i den riktningen och v2 i den andra riktningen. Avståndet mellan orterna är s.

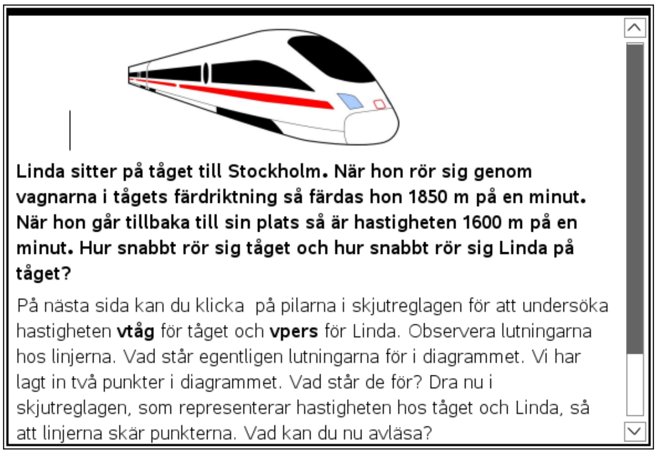


Problem 2

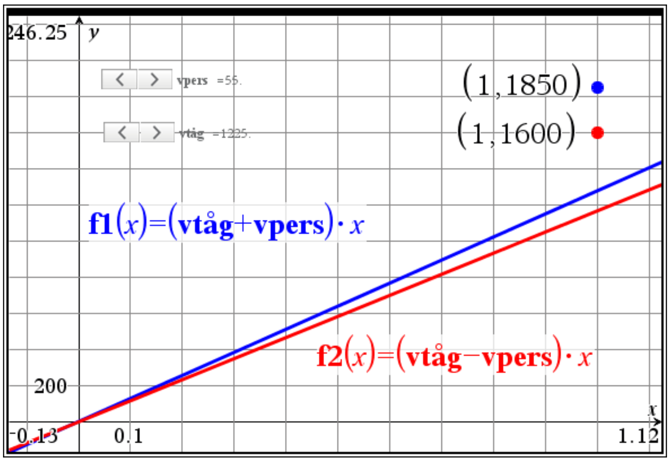
Linda sitter på tåget till Stockholm. När hon rör sig genom vagnarna i tågets färdriktning så färdas hon 1850 m på en minut. När hon går tillbaka till sin plats så är hastigheten 1600 m på en minut. Hur snabbt rör sig tåget och hur snabbt rör sig Linda på tåget?

Ett liknande problem men här vet vi Lindas hastighet båda hållen i förhållande till landskapet utanför tåget. Linjernas ekvationer är redan tecknade och vi har markerat två punkter (1, 1600) resp. (1, 1850) som linjerna måste gå igenom. Genom att dra i skjut-reglagen som representerar tågets resp. Lindas hastigheter kan man få linjerna att passera genom punkterna.

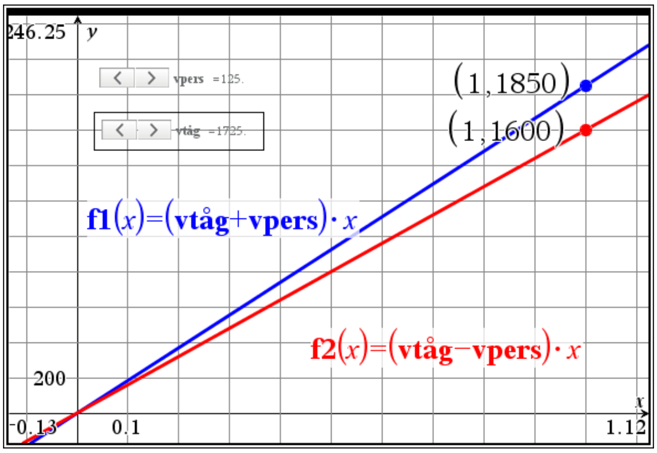
Sid1



Sid 2



Med inställningar vpers=125 och vtåg =1725 så passerar linjerna genom punkterna:



En algebraisk metod ger följande:

Lös nu också uppgiften algebraiskt genom att lösa ett ekvationssystem med två obekanta.

$$\mathrm{solve}\left(\begin{cases}1850=(\mathbf{vtåg}+\mathbf{vpers})\cdot 1\\ 1600=(\mathbf{vtåg}-\mathbf{vpers})\cdot 1\end{cases},\{\mathbf{vtåg},\mathbf{vpers}\}\right)$$

▸ $\mathbf{vpers}=125$ and $\mathbf{vtåg}=1725$