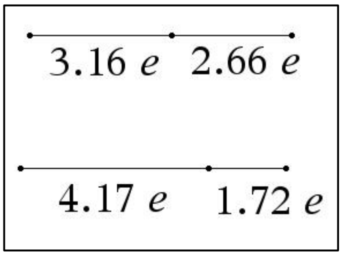
Räta linjens ekvation

Denna övning går ut på att på olika sätt studera räta linjer. TI-Nspire har särskilda funktioner för detta. Vi börjar dock med en uppgift där vi med geometriska verktyg konstruerar s.k. skjutreglage som vi kan hantera algebraiskt.

Tillverka skjutreglage
Öppna en sida med appen Grafer Med geometriverktyget *Punkter och linjer, Segment* placeras ett segment på sidan. Upprepa detta så att vi får ett segment till.

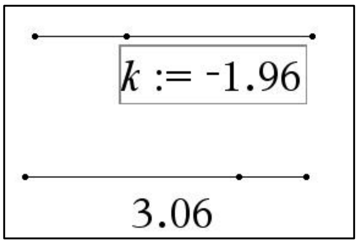
Med *Punkt på* placeras en punkt på vardera segmentet. Det går nu att dra i dessa punkter. Välj sedan *Mätning, Längd* och mät längden av segmentet till vänster respektive till höger om den rörliga punkten. Detta upprepas för båda segmenten. Placera mätvärdena under respektive del. Se bilden nedan.



Välj *Åtgärder, Text* och klicka strax under ett segment och skriv formeln ***a-b***. Under det andra segmentet skrivs formeln ***c-d***.

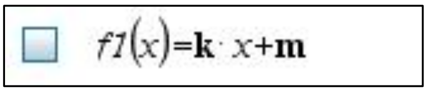
Välj *Åtgärder, Beräkna* och klicka på en formel. Vid frågan: ”Markera a?” klicka du på mätetalet för vänster längd och vid nästa fråga på mätetalet för höger längd. På detta sätt erhålls ett mätetal som kan bli både positivt och negativt då vi flyttar den rörliga punkten Upprepa detta för formeln c-d och det andra segmentet. Välj nu *Dölj* för att dölja formlerna och vänster- och högerlängderna för respektive segment. Se bild!

Högerklicka på ett mätetal och välj *Lagra.* Skriv sedan in variabelnamnet k och tryck enter för att lagra variabeln till *k*.

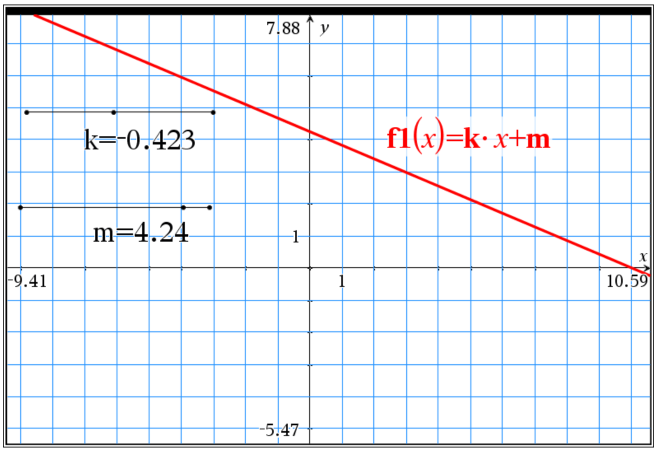


Detta upprepas för det andra mätetalet som döps till *m*. Vi har nu definierat variablerna *k* och *m*.

Gå nu till Inmatning/Redigera och skriv in följande funktion på inmatningsraden

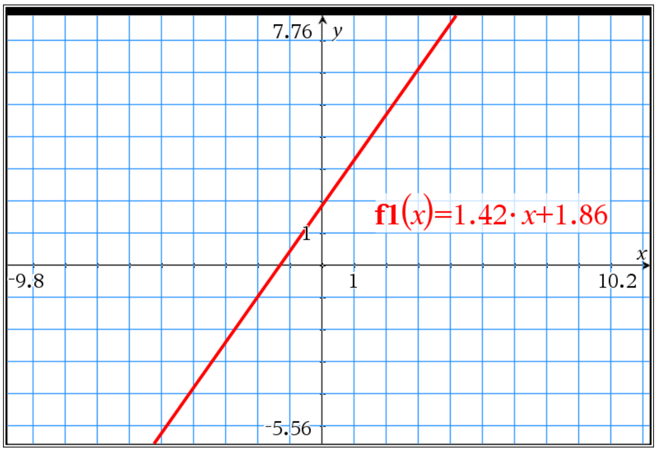


Tryck nu på enter. Nu ritas en rät linje med de aktuella värdena på *k* och *m*.

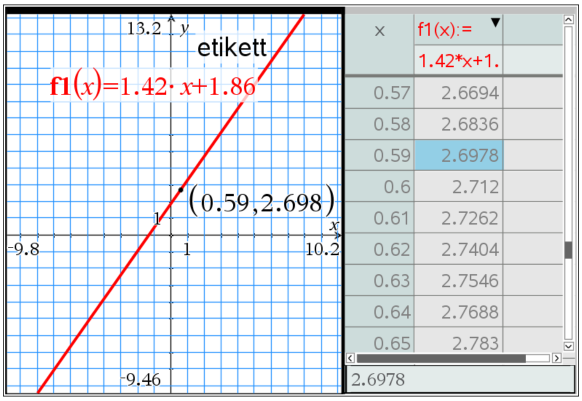


Flytta en inmatad funktion
Öppna nu ett nytt problem i dokumentet. Välj Grafer igen och skriv in funktionen f1(*x*)= *x* och tryck enter. Linjen *y* = *x* ritas upp. Med pekaren kan du nu rotera linjen omkring en punkt när markören är placerad ute i kanterna eller förflytta den uppåt/nedåt när markören är mer i centrum. Så här ser symbolerna ut.

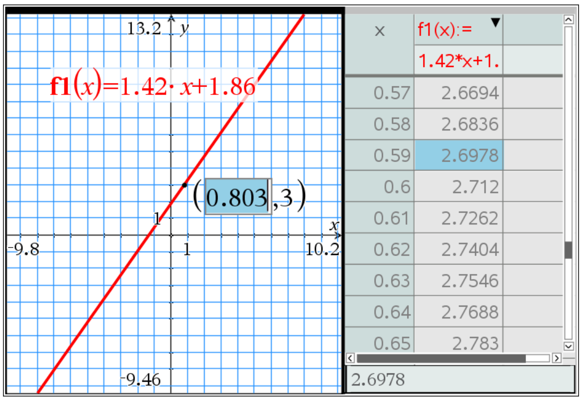
När du nu roterar/flyttar linjen uppdatera funktionsuttrycket. Du, kan alltså rita vilken linje som helst.



När man har en graf kan man välja att få en värde-tabell på samma sida. Man väljer då Tabell från verktygsmenyn. Man kan ställa in tabellstegen som man vill. I grafen nedan har vi också placerat en flyttbar punkt på linjen.



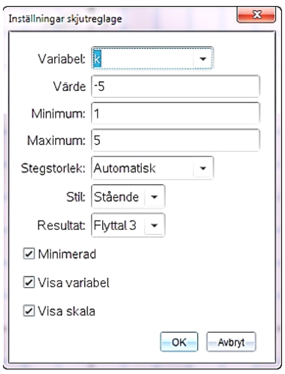
Man kan ställa in koordinaterna för punkten exakt genom att ändra antingen *x*- eller *y*-koordinaten.



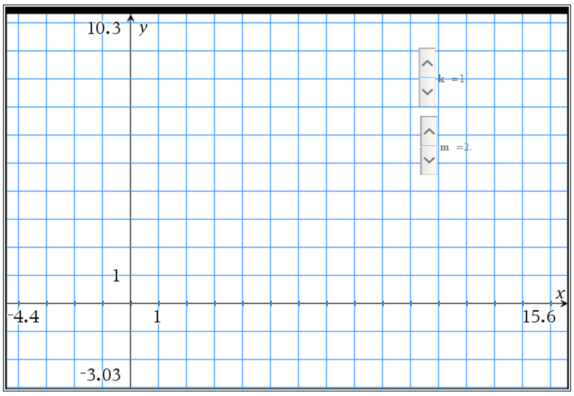
Detta är en metod att manipulera funktionen grafiskt. Nästa metod är att rita linjen utifrån ett funktions-uttryck. Då kan man använda samma metod som vi gjorde i början. TI-Nspire har faktiskt *inbyggda* reglage för att t ex variera koefficienter i funktions-uttryck.

Infoga inbyggda skjutreglage

Ta först bort den linje vi ritade i detta problem. Under *Åtgärder* väljer man nu Infoga skjutreglage.



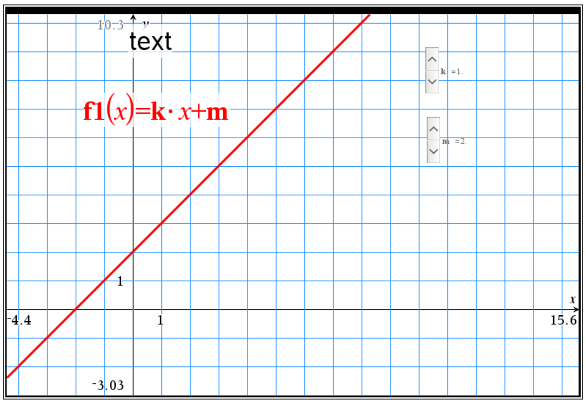
Man kan göra en mängd olika inställningar av reglagen. Vi infogar nu två skjutreglage, *k* och *m*. Då ser skärmen ut så här. Vi ser de två reglagen upp till höger på skärmen. Med pilarna kan man nu öka/minska värdet på variablerna.



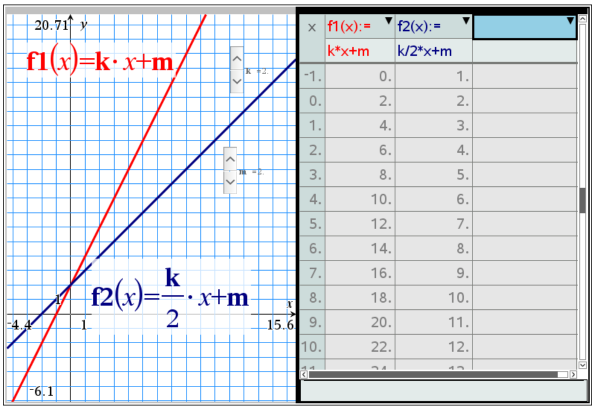
Vi matar nu in en funktion som innehåller dessa variabler. Vi ser att variablerna *k* och *m* har fet stil.

$f1(x)=\mathbf{k}\cdot x+\mathbf{m}$

Tryck nu på enter. Grafen ritas med aktuella värden på *k* och *m*.



Du kan nu ändra värden på variablerna inom de gränser du angett i inställningarna för skjutreglagen. Du kan när som helst ändra dessa inställningar.



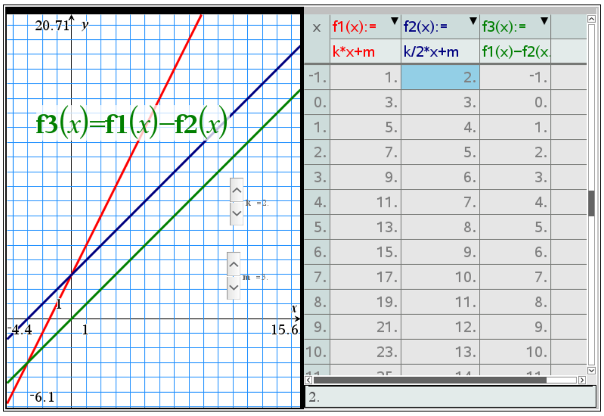
Här har vi ritat en funktion till där den senare har ett *k*-värde som är hälften av *k*-värdet för f1(x). *m*-värdet är ju detsamma för båda funktionerna så de skär varandra när *x* =0.

Vi ser att den röda linjen växer ifrån den blåa linjen. Titta i tabellen Vi är kanske intresserade av att titta på differensen. Det kan vi göra genom att mata in differensen som en funktion. Det är den gröna linjen.

Vi ser från tabellen att den linjen också kan skrivas som f3(x) =x. Vi tecknar nu denna differens:

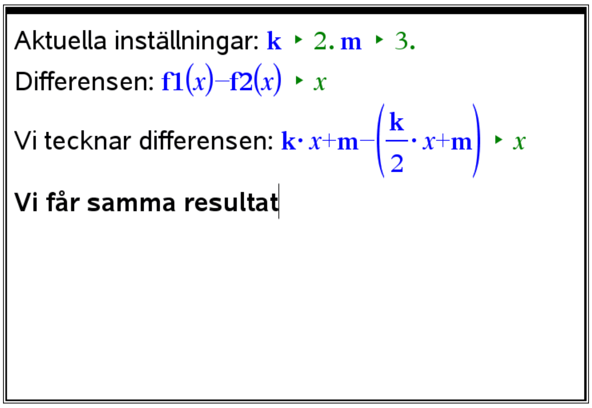
$$f1(x)-f2(x)=k\cdot x+\cancel{m}-(\frac{k}{2}\cdot x+\cancel{m})=\frac{k}{2}\cdot x$$

Nu är k = 2 så $f1(x)=x$.



x	f1(x):= k*x+m	f2(x):= k/2*x+m	f3(x):= f1(x)−f2(x)
-1.	1.	2.	-1.
0.	3.	3.	0.
1.	5.	4.	1.
2.	7.	5.	2.
3.	9.	6.	3.
4.	11.	7.	4.
5.	13.	8.	5.
6.	15.	9.	6.
7.	17.	10.	7.
8.	19.	11.	8.
9.	21.	12.	9.
10.	23.	13.	10.

I en anteckningssida kan vi direkt göra beräkningarna. Ändrar vi värdena för k och m på grafsidan uppdateras beräkningsresultaten.



Aktuella inställningar: $k \blacktriangleright 2.\ m \blacktriangleright 3.$

Differensen: $f1(x)-f2(x) \blacktriangleright x$

Vi tecknar differensen: $k\cdot x+m-\left(\frac{k}{2}\cdot x+m\right) \blacktriangleright x$

Vi får samma resultat

Undersöka en linjes lutning

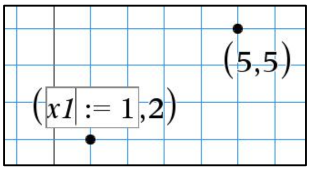
Nu ska vi titta närmare på linjens lutning. Lutningen för linjen kan skrivas som:

$$k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

Börja med att göra en ny sida med anteckningsfönster till vänster och graffönster till höger. Definiera sedan x- och y-koordinaterna för två punkter.
Då skriver man för den första koordinaten i en ”matematikruta” (tryck på Ctrl m) **x1:=2** och trycker på enter. Gör sedan samma sak för de andra koordinaterna. Skriv t ex **y1:=4, x2:=6** och **y2:=2**.

I graffönstret placerar man sedan två punkter i koordinatsystemet. Visa sedan koordinaterna för punkterna. Välj då *Koordinater och ekvationer* så visas koordinaterna.

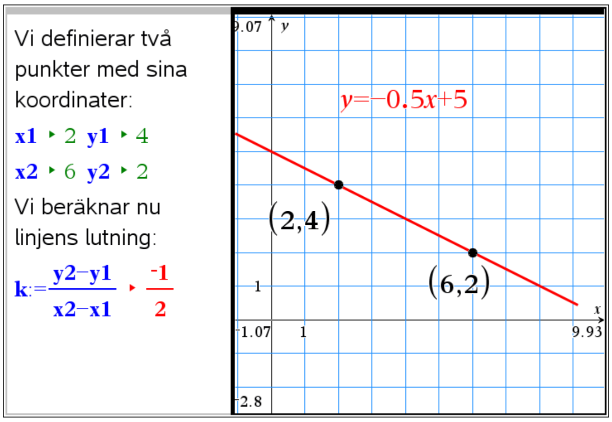
Högerklicka nu på x-koordinaten för den första punkten, välj *Lagra* från menyn och skriv in $x1$.



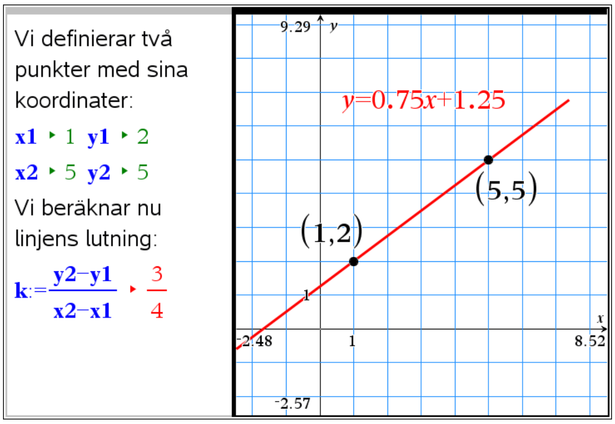
Gör likadant för den andra koordinaten och skriv in $y1$. Upprepa sedan lagringen för den andra punktens två koordinater. Nu placeras punkterna i (2, 4) och (6, 2).

Dra sedan en linje genom de två punkterna. Välj *Punkter och linjer* och sedan *Linje*. Klicka på punkterna och linjen ritas ut. Du kan dra i linjens ändar så att den ”fyller” graffönstret. Visa sedan linjens ekvation. Högerklicka då på linjen och välj Koordinater och ekvationer.

I anteckningsfönstret så definierar du nu linjens k-värde och trycker på enter. Se bilden nedan.



Vi flyttar nu linjen. Du kan både dra i själva linjen och i punkterna. Beräkningen av k-värdet och linjens ekvation uppdateras.



När man känner en punkt på linjen och *k*-värdet kan man få ett uttryck i funktionsform. Här har vi nu definierat en funktion

En rät linje kan också skrivas på den s.k. *enpunktsformen:* $y - y_1 = k \cdot (x - x_1)$. Vi kan skriva om detta som $y = k \cdot (x - x_1) + y_1$.

Vi definierar nu detta som en funktion:

$$y(x) = \mathbf{k} \cdot (x - \mathbf{x1}) + \mathbf{y1} \quad ▸ \quad y(x) = 5 - \frac{x}{2}$$

Vi får samma resultat som på förra sidan. Ändrar vi koordinater för punkterna eller drar i linjen uppdateras uttrycket för *y*(*x*) på denna sida.

Uttrycket för y(x) på förra sidan kan vi nu skriva in som en funktion. Vi väljer här att låta x1 och y1 ha koordinaterna (1, 2). Sedan har vi lagt in ett skjutreglage för *k*-värdet. Vad händer när vi ökar/minskar *k*-värdet?