Kwadraat afsplitsen

Schrijf de functie $f(x) = ax^2 + bx + c$ om naar $g(x) = a(x+p)^2 + q$
Op het eerste gezicht lastig, maar met de systematiek van kwadraat afsplitsen goed te doen.

Voorbeeld:

$y = 2x^2 + 6x + 9$	Breng de waarde voor de x^2 buiten haakjes
$y = 2(x^2 + 3x) + 9$	Deel de waarde voor x door twee, kwadrateer de uitkomst en tel het op en trek het af bij de bestaande formule. Dus: $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ en $\left(1\frac{1}{2}\right)^2 = 2\frac{2}{4}$
$y = 2\left(x^2 + 3x + 2\frac{1}{4} - 2\frac{1}{4}\right) + 9$	Haal de $-2\frac{1}{4}$ uit de haakjes
$y = 2\left(x^2 + 3x + 2\frac{1}{4}\right) - 2 \cdot 2\frac{1}{4} + 9$	Je kan nu de laatste stap zetten.
$y = 2\left(x + 1\frac{1}{2}\right)^2 + 4\frac{1}{2}$	

Conclusie: $2x^2 + 6x + 9 = 2\left(x + 1\frac{1}{2}\right)^2 + 4\frac{1}{2}$

We doen dit nogmaals maar nu met letters om te zien hoe de formule voor de rekenmachine er uit komt te zien.

$y = ax^2 + bx + c$	Breng de waarde voor de x^2 buiten haakjes
$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$	Deel de waarde voor x door a, kwadrateer de uitkomst en tel het op en trek het af bij de bestaande formule. $\frac{b}{2a}$ en $\left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2}$
$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}\right) + c$	Haal de $-\frac{b^2}{4a^2}$ uit de haakjes
$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - a \cdot \frac{b^2}{4a^2} + c$	Je kan nu de laatste stap zetten door de volgorde wat slimmer op te schrijven en de breuk te vereenvoudigen
$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4a}$	

In je rekenmachine moet je dus twee formules opnemen om te komen tot het antwoord van: Schrijf de functie $f(x) = ax^2 + bx + c$ om naar $g(x) = a(x+p)^2 + q$

$p = \frac{b}{(2a)}$ en $q = \left(c - \frac{b^2}{(4a)}\right)$.
Je weet nu ook de top van de parabool . Top $(-p, q)$ en aan de waarde van a kan je zien of het een dal- of bergparabool wat weer aangeeft hoe het bereik van de functie is.
Al deze dingen gaat het programma je ook laten zien. Het enige wat je moet doen is a, b en c invullen.

Programma:Kwadraat afsplitsen

```
Disp "KWADRAAT AFSPLITSEN"
Disp "Y=AX²+BX+C"
Prompt A,B,C
If A=0
```

Formule is een rechte lijn als je $A = 0$ hebt.

```
Then
Goto Z
Else
(B/(2A))→P
-1P→R
C-(B²/(4A))→Q
Disp "Y=A(X+P)²+Q"
Disp "A=",A
Disp "P=",P
Disp "Q=",Q
Pause
If A>0
Then
```

De waarde van A is een indicator voor de vorm van de parabool.

```
Disp "DALPARABOOL MET"
Disp "BEREIK:Y≥",Q
```

Q vormt de grenswaarde van het bereik.

```
Goto K
Else
Disp "BERGPARABOOL MET"
Disp "BEREIK:Y≤",Q
Goto K
Lbl K
Disp "X TOP=",R
Disp "Y TOP=",Q
Pause
"A(X+P)²+Q"→Y₁
Pt-On(R,Q,2)
```

Zet de formule in Y1.
Teken de “top” van de parabool als een stip.

```
If Q>0
Then
Line(0,Q,0,(AQ100))
Else
If Q<0
Then
Line(0,Q,0,(-100AQ))
Else
If Q=0 and A>0
Then
Line(0,Q,0,100)
Else
Line(0,Q,0,-100)
```

Vanaf hier 4 keer een identieke code. Is 4 keer nodig want afhankelijk van waarde A en Q is er onderscheid nodig. De Optie Line(..) zorgt voor de inkleuring van het bereik op de Y-as in de plot.

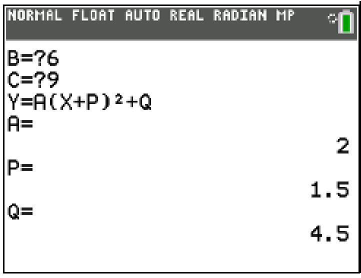
Stop
Lbl Z
Disp "A=0 KAN NIET"
Stop

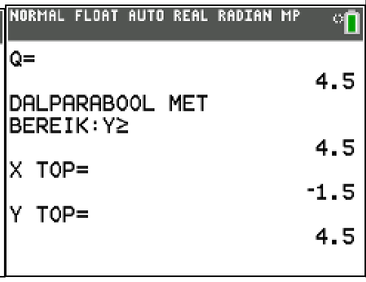
Voorbeelden:

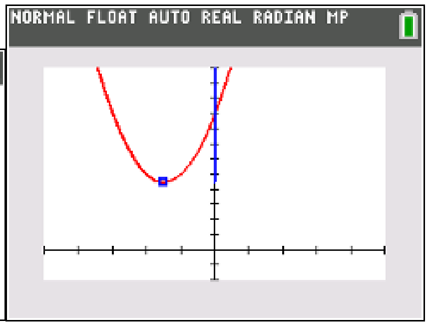
VB1:

$y = 2x^2 + 6x + 9$ invullen van $a = 2\,; b = 6; c = 9$ geeft $y = 2\left(x + 1\frac{1}{2}\right)^2 + 4\frac{1}{2}$.

Top: $(-1\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2})$ (**blauwe** stip in de plot) en bereik: $y \geq 4\frac{1}{2}$ (**blauwe** lijn in de plot)

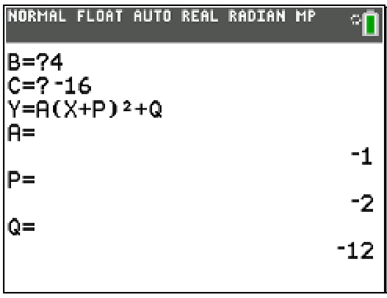


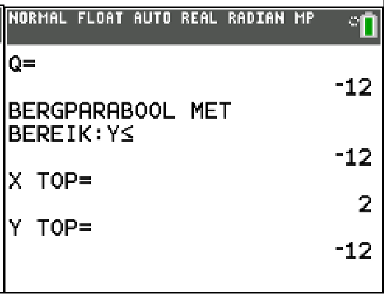


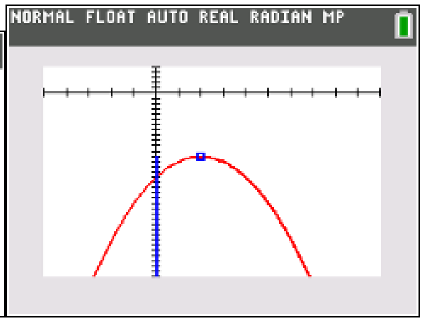


VB2:
$y = -x^2 + 4x - 16$ invullen van $a = -1;\ b = 4; c = -16$ geeft $y = -(x-2)^2 - 12$.

Top: $(2, -12)$ (**blauwe** stip in de plot) en bereik: $y \leq 12$ (**blauwe** lijn in de plot)







Opmerking: Vanwege de snelheid waarmee een kwadratische vergelijking vaak op of afloopt is het window juist instellen iets wat je nog zelf moet gaan doen.