

Thema: Rotationskörper

Franz Schlöglhofer

☒ TI-Nspire™ CAS

Schlagworte: Parameterdarstellung einer Kurve und einer Fläche, sin, cos, Parameterdarstellung eines Kreises, Darstellen von Graphen, Beschreibung von Kurven, Flächen darstellen in Parameterform

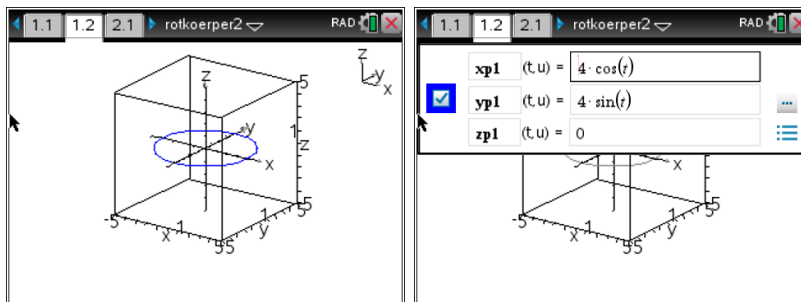
Unterrichtsmaterial

Bereits in der Klasse 6 wurden Ebenen in Parameterform im NSPIRE dargestellt. Wir erweitern jetzt auf die Darstellung auf gekrümmte Rotationsflächen. Bearbeite die folgenden Grundlagen für die parametrische Darstellung von Flächen und behandle bzw. löse die damit verbundenen Aufgaben.

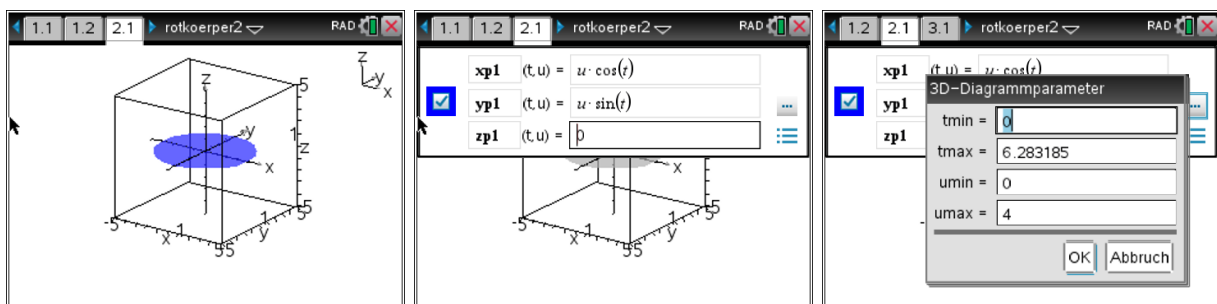
Aufgabenstellung:

1. Darstellung eines Kreis in 3D

Ein Kreis mit Radius $r=4$, der in der xy -Ebene liegt mit dem Mittelpunkt im Ursprung. Als Parameter verwenden wir nur t . Stelle den Kreis mit NSPIRE dar.



Ausfüllen der Kreisfläche: Man kann den Parameter u zusätzlich benutzen, um die Kreisfläche auszufüllen. Wenn für das Intervall $[0;4]$ angegeben ist, wird (bildlich gesprochen) für jedes u ein Kreis gezeichnet. Damit erhält man die Kreisfläche. Stelle auch diese Kreisfläche mit NSPIRE dar

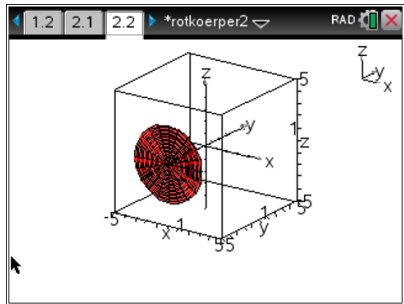
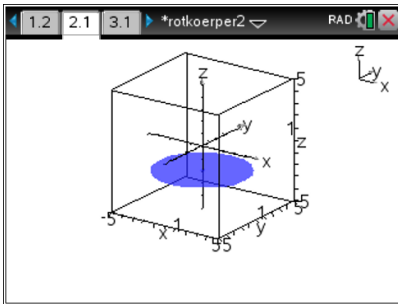
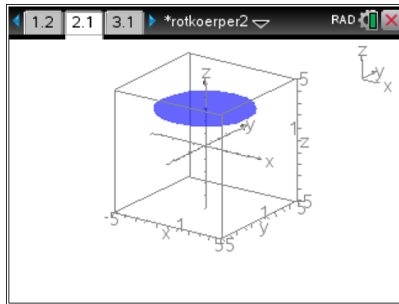


Aufgabe: Stelle die folgenden Kreisflächen mit der Parameterform von NSPIRE dar. Der Radius beträgt jeweils 4.

$$M=(0/0/3)$$

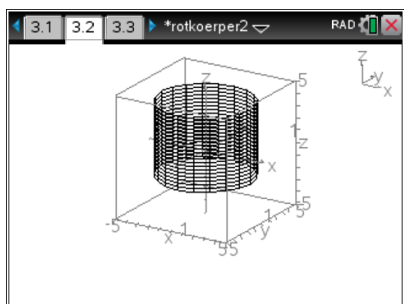
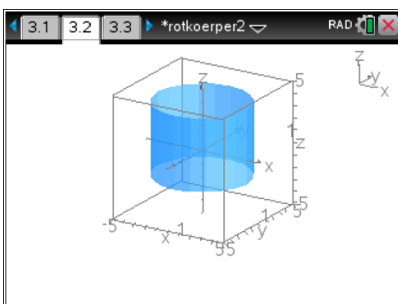
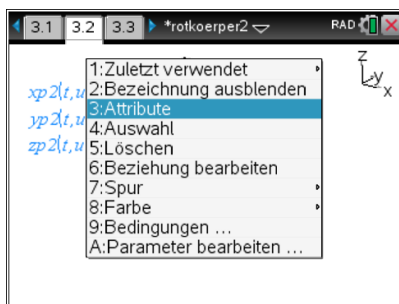
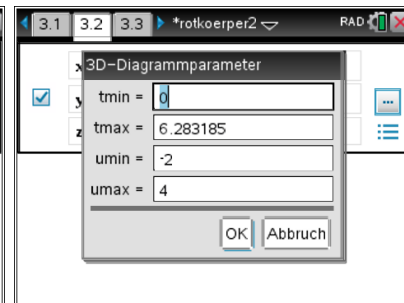
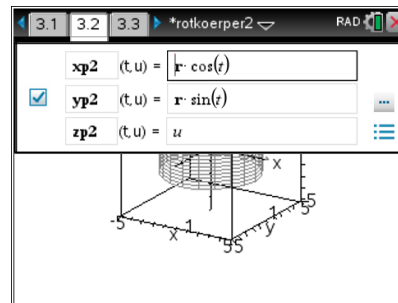
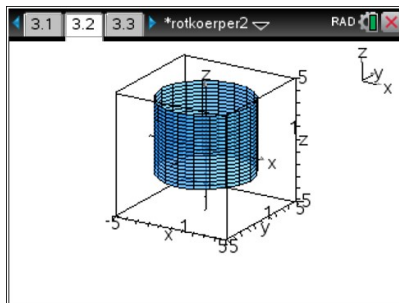
$$M=(0/0/-2)$$

$$M=(0/-5/0)$$

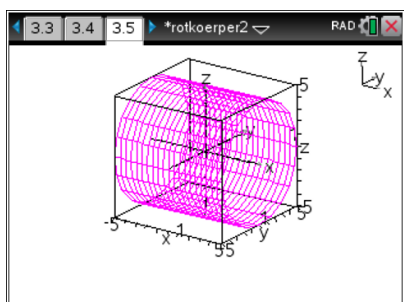
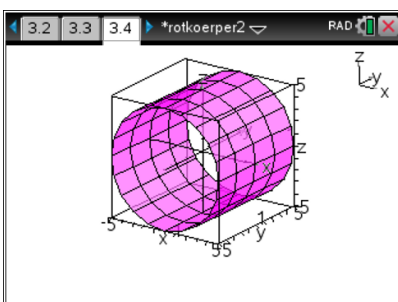
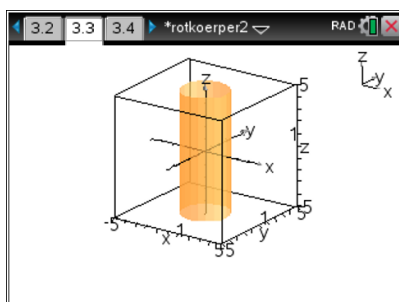


2. Kreiszylinder

Gesucht ist eine Darstellung des Kreiszylinders in der Abbildung mit $r=4$ und den Mittelpunkten von Grund- und Deckfläche $(0/0/-2)$ und $(0/0/3)$. Die Abbildungen zeigen die Parameterdarstellung und die Bereiche der Parameter.

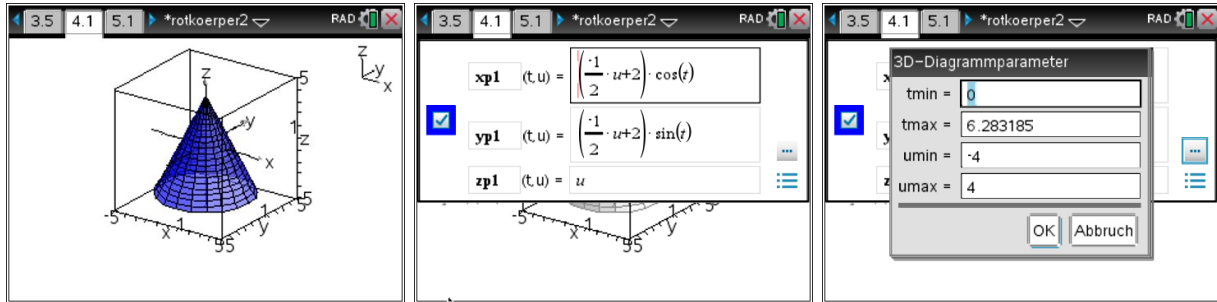


Aufgabe: Stelle die angegebenen Kreiszylinder mit NSPIRE dar.



3. Kegel

Kegel; Spitze (0/0/4), Mittelpunkt der Grundfläche (0/0/-4), Radius $r=4$. Der Ausdruck $(-\frac{1}{2} \cdot u + 2)$ gibt den Radius in Abhängigkeit von u an (z -Achse im Intervall $[-4;4]$).

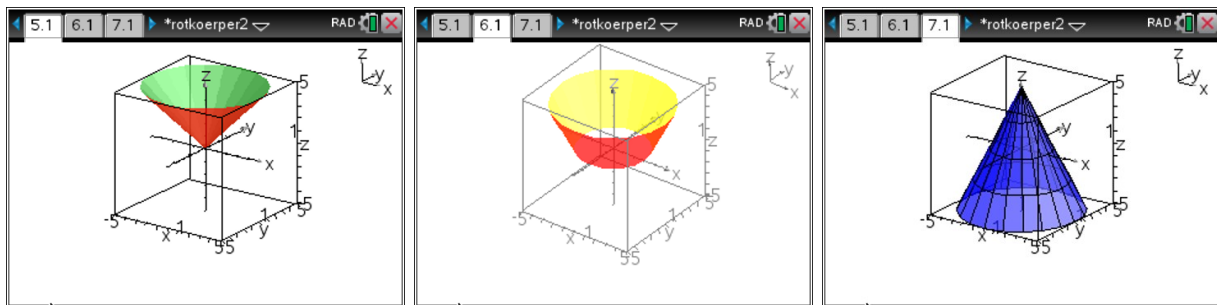


Aufgabe: Stelle die angegebenen Kreiskegel dar. Intervall des Parameters u :

$[0;4]$

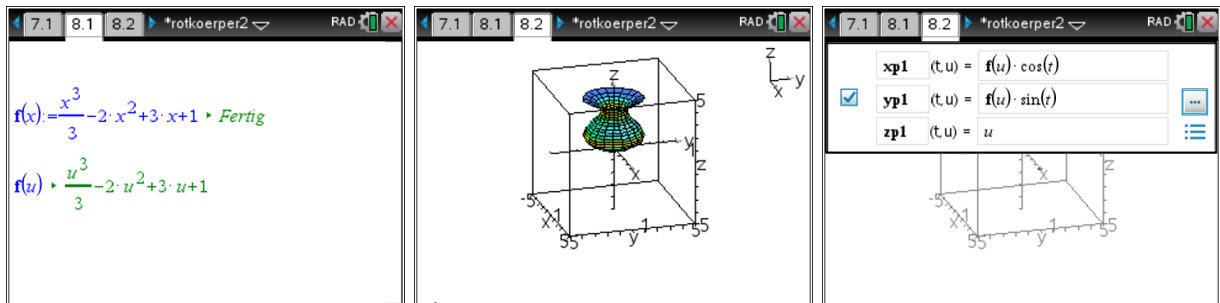
$[0;4]$

$[-5;5]$



4. Verwendung von Funktionen „Radius in Abhängigkeit von u “ zur Darstellung von Rotationskörpern. Dabei gibt u die Stelle auf der z -Achse an.

Durch eine Funktion $f(u)$ kann der Radius für jede Stelle an der z -Achse im Intervall $[0;4]$ angegeben werden. Beachte die Parameterdarstellung für den Drehkörper. Stelle die Figur selbst mit NSPIRE dar.

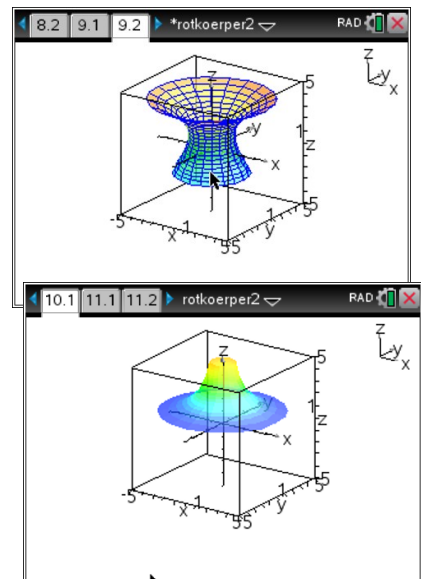


Aufgabe: Der Radius ist gegeben durch eine Polynomfunktion 3. Grades mit $r(-2)=3$, $r(0)=2$, $r(3)=3$, $r(4)=5$

Intervall $[-2;4]$

Aufgabe: Stelle den Drehkörper dar.

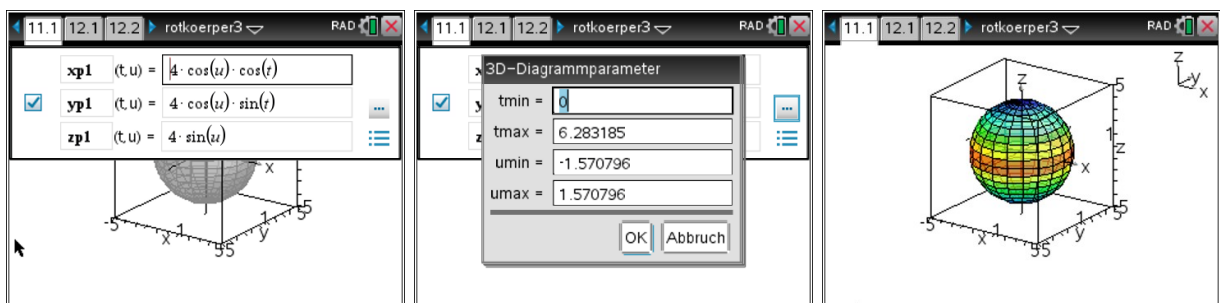
Stelle den angegebenen Drehkörper dar für die Funktion $f(u) = \frac{c}{u}$ mit $f(1) = 5$ im Intervall $[1;5]$.



5. Kugel

In Abschnitt 3 haben wir in Abhängigkeit von u eine Funktion verwendet, die für jedes u einen Radius angibt.

Nun wird dieser Radius durch einen Halbkreis gegeben. Dieser hat die parametrische Darstellung $(r \cdot \cos(u); r \cdot \sin(u))$. Sie gibt für jedes u einen Punkt eines Halbkreises an. In den folgenden Abbildungen kann man die Eintragung erkennen.



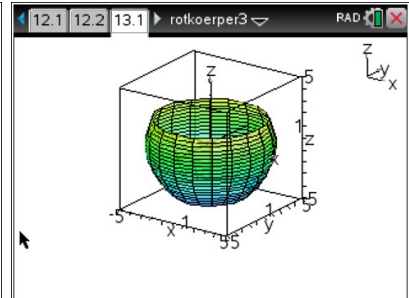
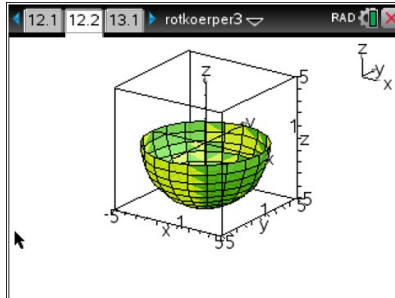
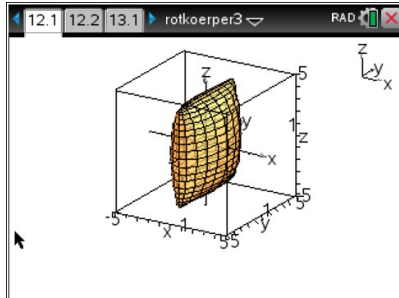
Stelle die angegebene Kugel mit NSPIRE dar.

6. Erweiterungsaufgaben

Aufgabe: Einige Beispiele, die für weitere Experimente anregen sollten:

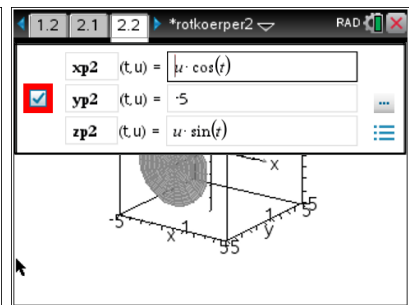
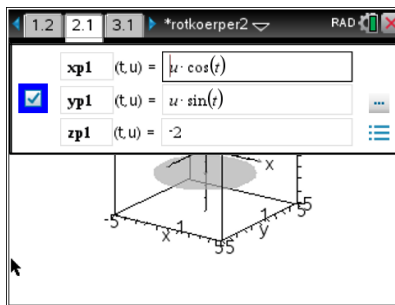
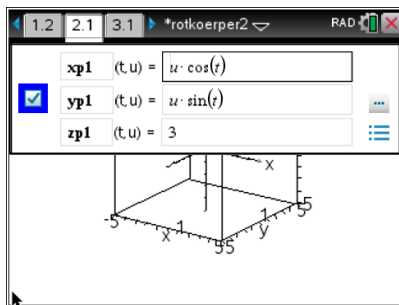
Halbkugel

Quadratische Funktion

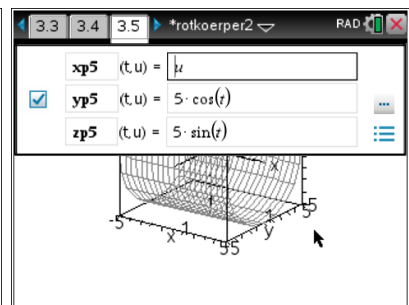
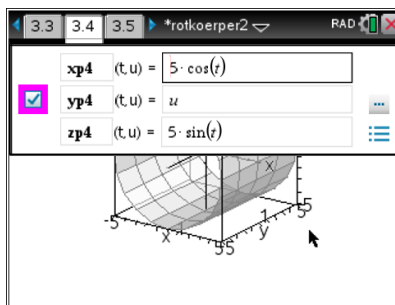
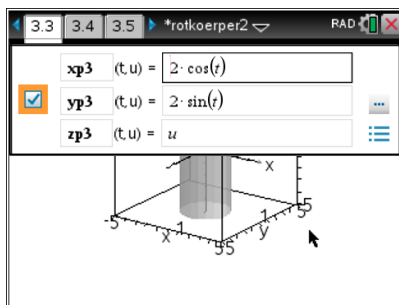


Vorschlag zur Umsetzung

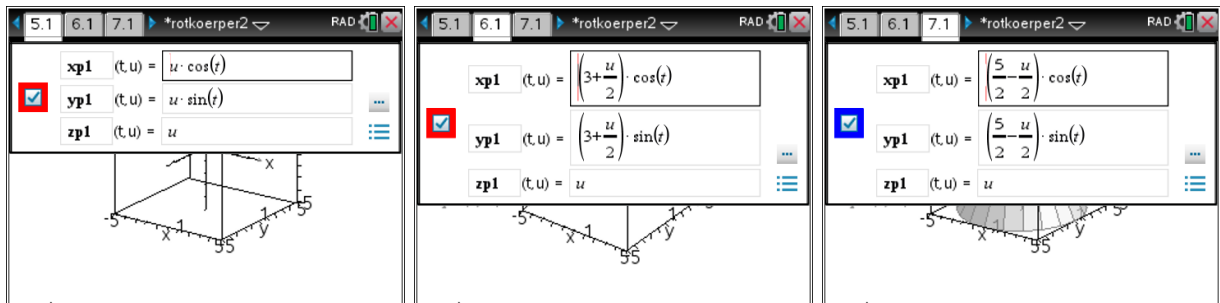
1. Kreis



2. Kreiszylinder. Der Parameter u liegt jeweils im Intervall [-5;5]

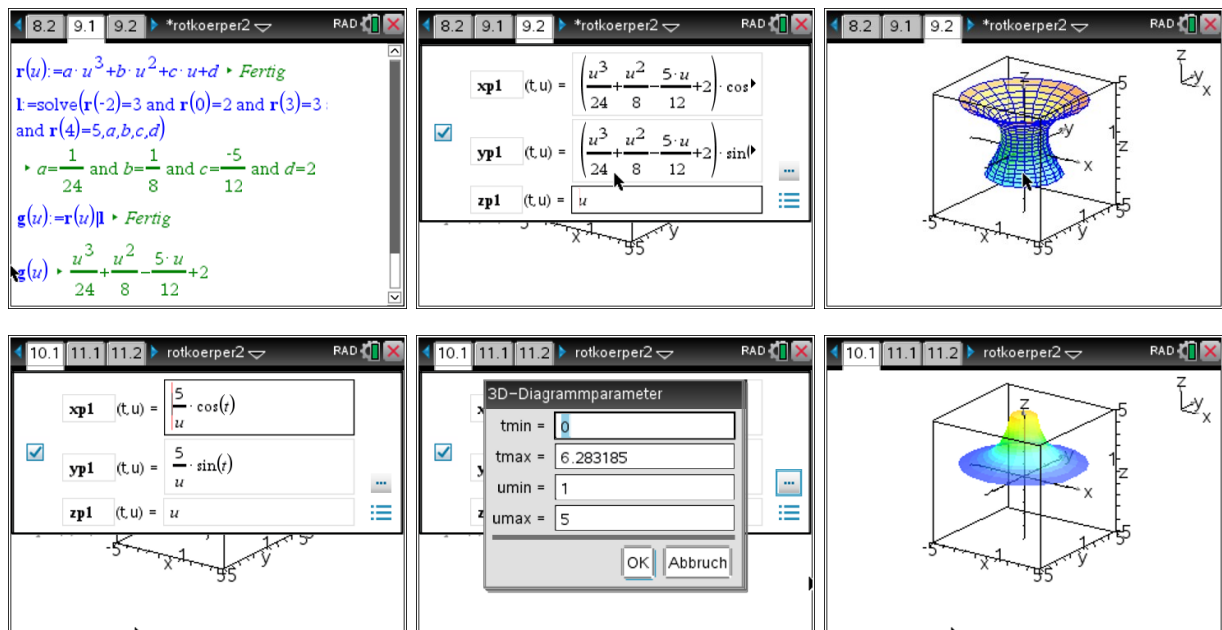


3. Kegel

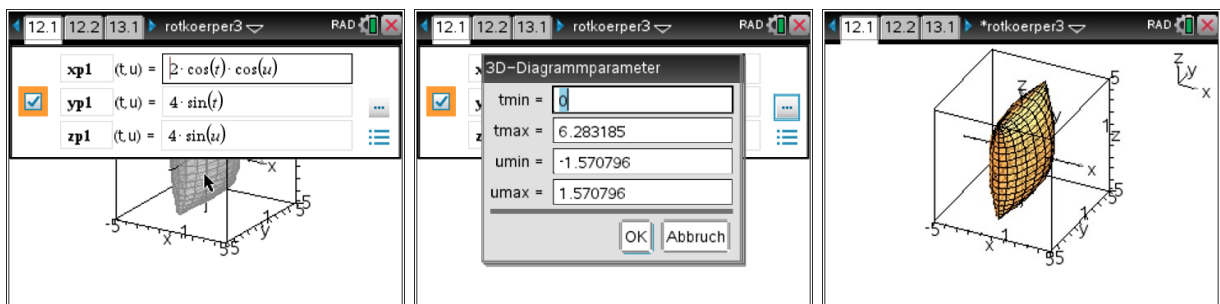


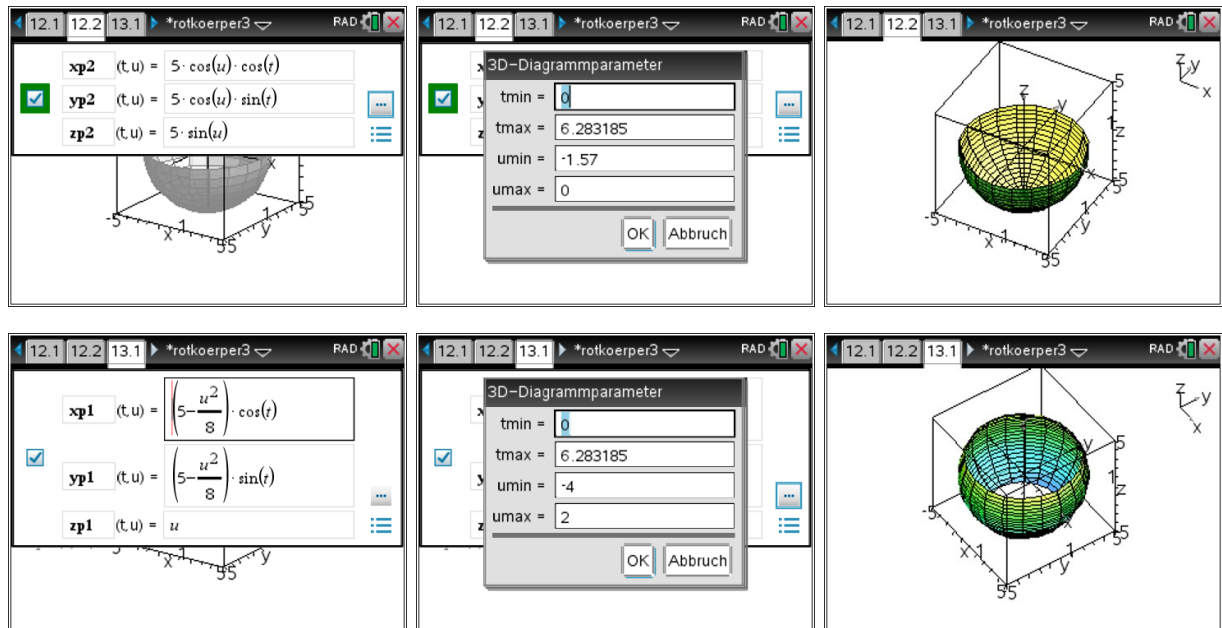
4. Verwendung von Funktionen

Beispiel: Polynomfunktion 3. Grades



6. Erweiterungsaufgaben





Technologiehilfe

Der NSPIRE wird als Berechnungs- und Darstellungsmittel verwendet. Wenn sie mit dem Stoffgebiet vertraut sind, sollten die Aufgaben von den Schülerinnen und Schülern selbständig ausgeführt werden. Ein Ziel ist, dass selbst Erweiterungen bzw. andere Körper gesucht werden, die dargestellt werden können.