

---

## Thema: Polynomfunktionen/Gleichungen-Nullstellen

Peter Schüller

☒ TI-Nspire™ CAS

Schlagworte: Faktorenzerlegung von Polynomen; Teilbarkeit von Polynomen

---

## Definition algebraischer Gleichungen durch ihre Nullstellen

Für die nachfolgenden Untersuchungen wollen wir vorerst folgende beide algebraische Gleichungen heranziehen:

$$x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x^4 + 7x^3 + 9x^2 - 7x - 10 = 0$$

### Aufgabenstellung:

Führe vorerst mit beiden Gleichungen (jeweils auf einer eigenen Seite) folgende Aufgaben aus:

- Löse die Gleichung mit dem SOLVE Befehl.
- Bilde danach das Produkt  $(x-l_1)(x-l_2)\dots(x-l_n)$ , wobei  $l_1, l_2, \dots, l_n$  die Lösungen der Gleichung sind.
- Erweitere schließlich dieses Produkt mit dem EXPAND-Befehl.

Du erkennst sofort, dass dieses Produkt exakt wiederum den Term der Gleichung ergibt!

Versuche nun folgende Fragen zu beantworten und schreibe zu jeder Frage deine Erkenntnisse nieder.

1. Kannst du für dieses Faktum eine Begründung finden?
2. Warum kann es für die Gleichung keine weiteren Lösungen geben?
3. Gilt dieses Faktum nur für unsere beiden Mustergleichungen oder allgemein für den Grad drei und vier oder vielleicht sogar allgemein für einen beliebigen Grad  $n$ ?
4. Was bedeutet diese Erkenntnis in Hinblick auf die zugehörigen Polynomfunktionen und ihre Nullstellen?

Versuche deine Erkenntnisse mit weiteren eigenen Beispielen zu verifizieren.

## Didaktischer Kommentar

Den Schülerinnen wird (vorerst geleitet) der mathematische Zusammenhang vor Augen geführt.

### Erwartung zu den einzelnen Fragen

Die Schüler/innen sollen sinngemäß folgende Fakten erkennen und formulieren:

1. Das Einsetzen einer Lösung in das Produkt hat jeweils zwingend zur Folge, dass ein Faktor und somit das ganze Produkt Null wird.
2. Setzt man andere Werte als die Lösungen ein, bleiben alle Faktoren ungleich Null und somit auch das gesamte Produkt.
3. Diese Erkenntnis gilt für einen beliebigen Grad  $n$ .
4. Eine Polynomfunktion/Gleichung kann durch das Produkt  $f(x) = \sum_{i=1}^n (x - l_i)$  dargestellt werden.

Die Ergebnisse sind jedenfalls am Ende ausführlich zusammenfassend mit den Schülerinnen zu diskutieren.

## Technologiehilfe

hier ist der CAS Rechner in erster Linie als Algebra - Rechenwerkzeug eingesetzt, kann jedoch fantastisch (insbesondere von den besseren Schülerinnen) begleitend zur grafischen Visualisierung verwendet werden.