

Hoek tussen twee lijnen:

Gegeven twee rechte lijnen.
Bepaal de hoek die de twee lijnen met elkaar maken.

Voorbeeld met richtingscoëfficiënten:

$$y_1 = 1.5 + 0.75x$$

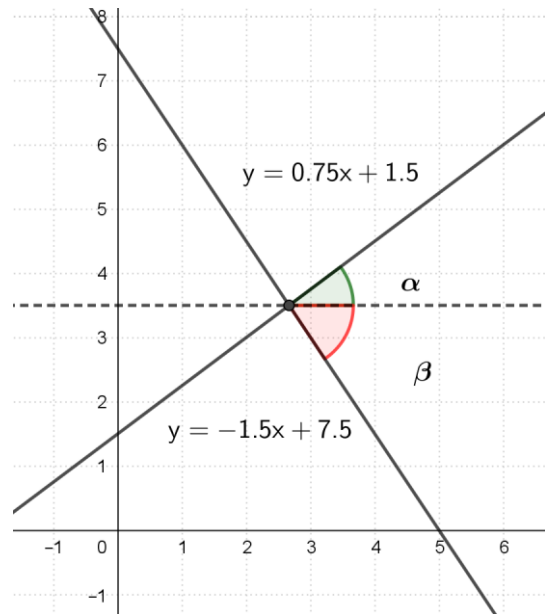
$$y_2 = 7.5 - 1.5x$$

Los dit op door in het snijpunt van de twee lijnen een horizontale lijn te trekken en gebruik te maken van de tangens:

$$\alpha = \tan^{-1}(0.75) \approx 36,9^\circ$$

$$\beta = \tan^{-1}(-1.5) \approx -56,3^\circ$$

$$\alpha + \beta = 36,9^\circ + 56,3^\circ = 93,2^\circ \text{ of } (180 - 93,2) = 86,8^\circ$$



Zelfde voorbeeld met richtingsvectoren:

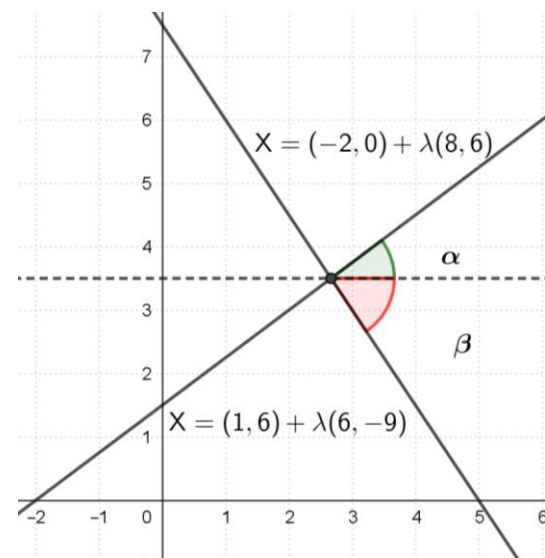
$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix} + \omega \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \frac{\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}}{|\sqrt{4^2+3^2} \cdot \sqrt{2^2+3^2}|}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \frac{8-9}{|5 \cdot \sqrt{13}|}$$

$$\alpha + \beta = 93,2^\circ \text{ of } (180 - 93,2) = 86,8^\circ$$



In beide gevallen krijg je hetzelfde antwoord, al geeft het voorbeeld met de richtingsvectoren direct het gewenste resultaat.

De vraag dringt zich op: Zijn de twee voorbeelden te combineren tot één aanpak? Dat kan als we alle lineaire formules omzetten naar de vectorvoorstelling:

$$y_1 = 1.5 + 0.75x \text{ of } \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.5 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} 1 \\ 0.75 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ b_1 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} r_{c1} \\ c_1 \end{pmatrix}$$

$$y_2 = 7.5 - 1.5x \text{ of } \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7.5 \end{pmatrix} + \omega \begin{pmatrix} 1 \\ -1.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ b_2 \end{pmatrix} + \omega \begin{pmatrix} r_{c2} \\ c_2 \end{pmatrix}$$

Je ziet dat er direct naar letters is omgezet. Dat is handiger bij het programmeren.

ProgramHOEKLIJN

```
Disp "BEREKEN DE HOEK DIE"  
Disp "TWEELIJNEN MET ELKAAR"  
Disp "MAKEN. WINDOW"  
Disp "0≤X≤1 EN -1≤Y≤1"  
Disp "MAAK KEUZE"  
Disp "K=1 Y=A+BX"  
Disp "K=2 VECTOR LIJN"  
Prompt K  
If K=2  
Then  
Goto Z  
Else  
Disp "B=HELLING LIJN 1"  
Prompt B  
Disp "D=HELLING LIJN 2"  
Prompt D  
1→A  
1→C  
Goto H  
Lbl Z  
Disp "(A,B) RICHTVECT 1"  
Prompt A,B  
Disp "(C,D) RICHTVECT 2"  
Prompt C,D  
Goto H  
Lbl H  
Degree  
((A*C)+(B*D))→T  
 $\sqrt{((A)^2+(B)^2)*((C)^2+(D)^2)}→N$   
 $\cos^{-1}(T/N)→O$   
If O>90  
Then  
Goto S  
Else  
If O=90 or O=0  
Then  
Goto P  
Else  
Disp "HOEK=",round(O,1)  
Disp "GRADEN"  
Pause  
Goto Q  
Stop
```

Voor een "mooie" plot is dit een goed window.

Stap voor omzetting naar vectorvoorstelling.

Zet TI84 op graden.

Als hoek groter is dan 90° dan ook de waarde van (180-hoek) laten zien.

Als hoek 90 of 0 graden is special tekst laten zien.

Afronden op 1 decimaal is vaak voldoende.

```
Lbl S
180-O→P
Disp "HOEK=",round(O,1)
Disp "OF",round(P,1)
Disp "GRADEN"
Pause
Goto Q
Stop
Lbl P
If O=90
Then
Disp "HOEK=",O
Disp "GRADEN,DE LIJNEN STAAN"
Disp "LOODRECHT OP ELKAAR"
Pause
Goto Q
Else
Disp "HOEK=",O
Disp "GRADEN,DE LIJNEN ZIJN"
Disp "EVENWIJDIG"
Pause
Goto Q
Stop
Lbl Q
If A=0 or C=0
Then
Goto U
Else
ClrAllLists
{(B/A),(D/C)}→L1
max(L1)→L
min(L1)→M
ZSquare
"LX"→Y1
"MX"→Y2
AxesOn
FnOff
Shade(Y2,Y1,0,0.5,2,3)
Line(0,0,1,(B/A))
Line(0,0,1,(D/C))
Stop
Lbl U
Disp "PLOT KAN NIET"
Stop
```

Delen door 0 kan niet.

Zet de twee richtingscoëfficiënten in lijst 1.

Bepaal de maximum waarde in lijst 1.

Bepaal de minimum waarde in lijst 1.

Zo is een rechte hoek ook echt recht.

Lijn met grootste helling is altijd Y1.

Lijn met kleinste helling is altijd Y2.

Zo weet je zeker dat de assen aan staan.

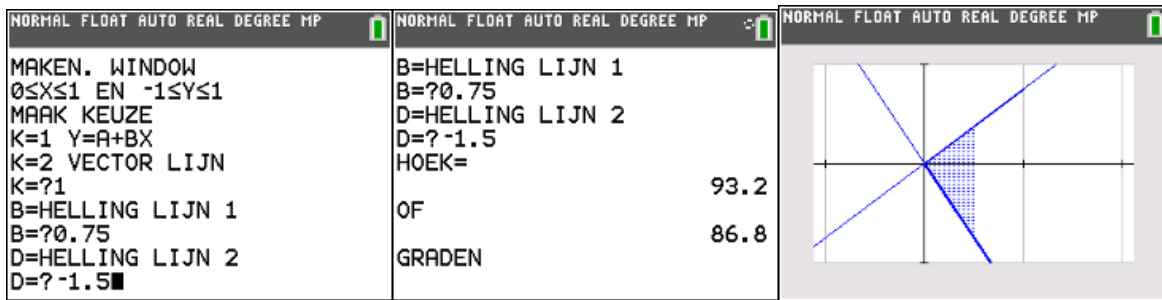
Andere functies uit.

* Zorgt voor inkleuring hoek.

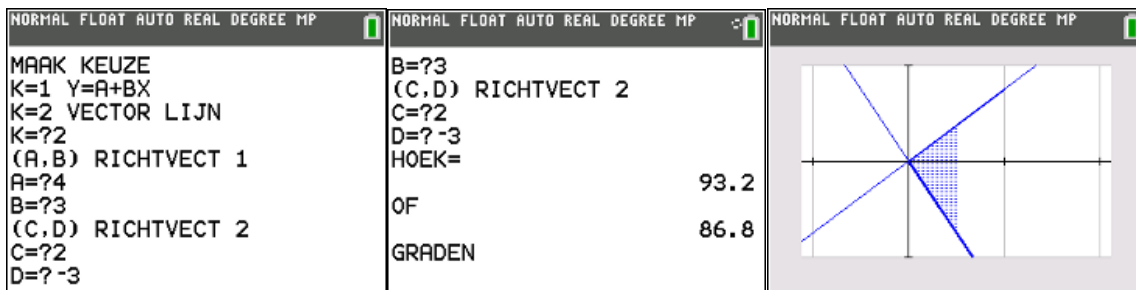
Teken twee lijnen. Is niet echt nodig maar zo benadruk je de hoek waar het om gaat.

* De inkleuring loopt van $x=0$ t/m $x=0,5$. Inkleuring type 2 en zo dat iedere 3-e pixel een kleur heeft.
(zie ook TI-84 manual)

Voorbeeld 1: Invoer van de twee richtingscoëfficiënten

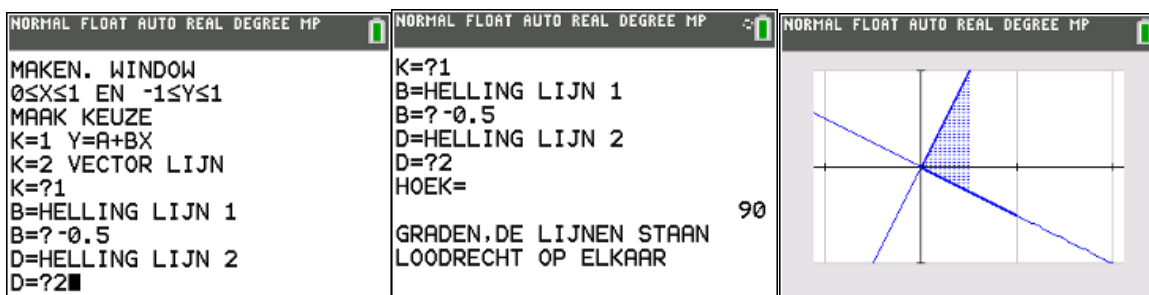


Voorbeeld 2: Invoer van de richtingsvectoren



Voorbeeld 3: Twee lijnen loodrecht op elkaar.

Merk op dat het niet uitmaakt welke van de twee lijnen je als eerste invoert. Het antwoord blijft gelijk.



Voorbeeld 4: Lijnen zijn evenwijdig

