Thème : calculs numériques

Limites de la calculatrice

TI-Collège Plus Solaire

S. ETIENNE

Résumé : dans cette fiche, divers exercices exploitent des limites de la calculatrice afin de travailler sur l'esprit critique des élèves, qui font parfois confiance aux résultats donnés par une machine sans prise de recul.

Niveau : à partir de la classe de 5e.

Mots-clés : calcul numérique ; puissance ; esprit critique ; calcul algébrique.

Fiches professeur et élève, compléments : flasher le code 2D ou cliquer dessus

Compétences visées

Chercher : « Tester, essayer plusieurs pistes de résolution. »

Raisonner : « Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation. »

Calculer : « Contrôler la vraisemblance de ses résultats, notamment en estimant des ordres de grandeur ou en utilisant des encadrements. »

Communiquer : « Vérifier la validité d'une information et distinguer ce qui est objectif et ce qui est subjectif ; lire, interpréter, commenter, produire des tableaux, des graphiques, des diagrammes. »

Situation-problème

Chacun des exercices suivants est indépendant des autres et peut amener à un débat sur l'utilisation raisonnée de la calculatrice, de ses limites et donc de son cadre de validité.

Crédit : S.E.

Exercice nº 1

1. a. Taper la séquence [1] [1] [÷] [7] [entrer]. Est-ce une égalité ?

   b. Combien de chiffres sont visibles à l'écran ?

2. a. Faire le calcul $11 \div 7 - 1{,}571\,428\,571$ à l'aide de la calculatrice. Quel est le résultat ?

   b. Au final, sur combien de chiffres travaille la calculatrice TI-collège Plus ?

3. Trouver le résultat exact en développement décimal du quotient de 11 par 7.

Exercice nº 2

Soit les deux fractions $A = \frac{7}{1\,000\,000}$ et $B = \frac{1}{142\,857}$.

1. Déterminer les résultats décimaux de ces deux fractions à l'aide de la calculatrice TI-Collège Plus. Comparer alors les nombres.

2. Effectuer le calcul de $B - A$ sous forme décimale. Le résultat est-il conforme à la réponse de la question 1 ?

3. Prouver que les deux fractions ne sont pas égales.

4. Aller dans [mode] afin de mettre la calculatrice en mode scientifique. Déterminer à nouveau le résultat de la fraction B sous forme décimale. Expliquer ce nouveau résultat.

5. Pour aller plus, faire de même avec les fractions $C = \frac{33\,461}{80\,782}$ et $D = \frac{13\,860}{33\,461}$.

Exercice nº 3

Soit les deux expressions : $M = 10^6 + 10^{-6}$ et $N = 10^6 - 10^{-6}$.

1. Effectuer les calculs exacts « à la main » de M et N.
2. a. Faire les calculs avec la calculatrice.
   b. Quelle remarque peut être faite par rapport à la question 1 ?
   c. Comment expliquer ce résultat ?

Exercice nº 3 bis

Soit les deux expressions :$R = \frac{10^{10}+10^{-10}-10^{10}}{10^{-10}}$ et $S = \frac{10^{10}-10^{-10}-10^{10}}{10^{-10}}$.

1. Effectuer les calculs « à la main » de R et S.
2. a. Faire les calculs avec la calculatrice.
   b. Quelle remarque peut être faite par rapport à la question 1 ?
   c. Comment expliquer ce résultat ?

Exercice nº 4

1. Avec la calculatrice TI-Collège Plus, effectuer les calculs suivants : $6\ 139\ 677^2 - 6\ 139\ 676^2$.
2. A l'issue de ce calcul, Camille affirme qu'il y a un problème au vu du chiffre des unités. En justifiant la réponse, indiquer si Camille a raison ou tort.
3. Réduire l'expression littérale $F = (x+1)^2 - x^2$.
4. En déduire le résultat du calcul de la question 1 « à la main ».
5. Comment expliquer ce résultat ?

Exercice nº 4 bis

1. Avec la calculatrice TI-Collège Plus, effectuer les calculs suivants : $201 \times 199 - 200^2$; $2\ 001 \times 1\ 999 - 2\ 000^2$; $20\ 001 \times 19\ 999 - 20\ 000^2$. Quelle conjecture semble-t-il possible de faire ?
2. Réduire l'expression littérale $G = (x+1) \times (x-1) - x^2$.
3. Prouver la conjecture de la question 1.
4. Avec la calculatrice TI-Collège Plus, effectuer le calcul : $20\ 000\ 001 \times 19\ 999\ 999 - 20\ 000\ 000^2$. Comment expliquer ce résultat ?

Exercice nº 5

On considère le programme de calcul suivant :

- choisir un nombre ;
- le multiplier par 100 ;
- soustraire au résultat précédent 33.

1. a. Quel est le nombre de sortie si on rentre 2 dans ce programme de calcul ?
   b. Quel est le nombre de sortie si on rentre $-\frac{1}{10}$ dans ce programme de calcul ?
   c. Existe-t-il un point fixe, c'est-à-dire un nombre qui est égal entre l'entrée et la sortie ?

On définit l'opérateur constant « $\times 100 - 33$ ».

2. a. Avec la calculatrice TI-Collège Plus, appuyer sur [2nde] [op] [×] [1] [0] [0] [−] [3] [3] afin de définir cet opérateur. Valider par [entrer] et appuyer sur [annul] pour revenir à l'écran principal.

   b. Tester cet opérateur en tapant [2] [op]. Quel résultat retrouve-t-on ?

   c. En appuyant à nouveau sur la touche [op], la calculatrice utilise la réponse précédente et lui applique l'opérateur. Un incrément détermine le nombre de fois où l'opérateur est appliqué.

   d. Appliquer l'opérateur à $\frac{1}{3}$ en tapant [1] [n/d] [3]. Quelle remarque est-il possible de faire ?

   e. Appliquer l'opérateur jusqu'à ce que $n = 7$. Quelle remarque est-il possible de faire ?

   f. Or $\frac{1}{3} = 1 \div 3$. Appliquer à présent l'opérateur sur $1 \div 3$ en appuyant sur [1] [÷] [3] [op], puis [op] jusqu'à ce que $n = 7$. Quelle remarque est-il possible de faire ?

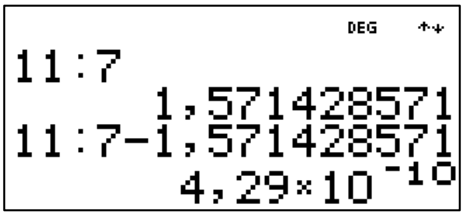
   g. Comment expliquer ce résultat ?

Scénario pédagogique

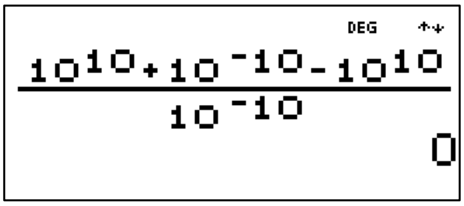
- Ces exercices sont à égrainer à différents moments du cycle 4 avec parfois différentes versions suivant l'avancement du programme. Il est recommandé de faire un travail individuel jusqu'à la dernière question (conclusion liée à l'esprit critique), puis de permettre un échange limité à quelques minutes entre deux élèves, puis de même avec quatre élèves afin d'engager un débat, ou de mener ce débat en classe entière. Il faudra prévoir des exercices d'attente dans le cas où les quatre élèves ne font pas l'exercice choisi à la même vitesse.
- Ces exercices exploitent la même limite : la calculatrice travaille sur 13 chiffres, 10 visibles et 3 non visibles et utilise un arrondi.
- Une courte vidéo est disponible en scannant le code 2D ci-contre d'utilisation de la calculatrice TI-Collège Plus sur le thème des puissances.

Procédure possible

Voici quelques pistes pouvant aider à la résolution.



- Après avoir effectué des calculs, il est possible d'aller dans l'historique de ces calculs afin de sélectionner une expression ou une autre. Par exemple, dans l'exercice n° 1, après avoir taper la séquence [1] [1] [÷] [7] [entrer], appuyer sur [▲] [▲] [entrer], puis [−] [▲] [entrer] [entrer]. Entre l'affichage proposé (10 chiffres) et le calcul effectué par la calculatrice (sur 13 chiffres), le calcul de la différence permet de voir les chiffres non visibles.

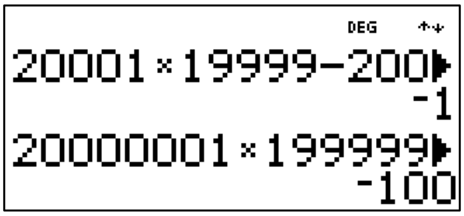


- Dans les exercices n° 3 et n° 3 bis, les calculs sont faits par ordre de priorité par la calculatrice, sans utiliser la commutativité qui permet, dans ce cas, de simplifier grandement les écritures fractionnaires, même sous forme de puissance. Pour l'affichage ci-contre, taper la séquence [n/d] [1] [0] [x^n] [1] [0] [▶] [+] [1] [0] [x^n] [(−)] [1] [0] [▶] [−] [1] [0] [x^n] [1] [0] [▼] [1] [0] [x^n] [(−)] [1] [0] [entrer].

Limites de la calculatrice

S. ETIENNE

- Dans l'exercice n° 4 bis, dès qu'une expression dépasse les 13 chiffres, elle est arrondie comme le montre l'écran ci-contre où on a écrit les différents calculs demandés. Le calcul algébrique montre que le résultat sera toujours -1. Le résultat issu de la calculatrice est -100 pour le dernier calcul demandé.



- Concernant l'exercice n° 5, les fonctionnalités de la calculatrice sont explicitement données aux élèves pour résoudre le problème avec la calculatrice. La notion d'opérateur permet de développer les compétences autour des formules dans un tableur car cela utilise les mêmes principes, même si le contenu de la cellule est ici caché. Certains élèves vont faire « $\times 67$ » pour l'opérateur en simplifiant, à tort, l'expression. Le calcul fractionnaire avec des nombres décimaux, dès lors qu'ils sont entiers et pas trop grands, permet de travailler sur du calcul exact. Dès lors que l'opération de division est exécutée, c'est un résultat (approché) qui est utilisé. Ainsi, en allant suffisamment loin ($n = 7$), le résultat est bien loin du point fixe $\frac{1}{3}$. L'exercice est présenté sous forme de programme de calcul, cependant, il est possible d'établir une fonction, ou de mettre sous forme de bulles d'opérateur comme ci-contre, ce qui indique clairement la recherche d'un point fixe.