Simulation d'une loi binomiale

TI-82 Advanced
Edition Python

TI-83 Premium CE
Edition Python

Enoncé

Dans un groupe de 6 personnes, on joue à un jeu de grattage. On simule ce jeu à l'aide de scripts en Python :

1. On considère la fonction Python **alea** qui prend comme paramètre un entier **n** et qui renvoie un entier **s**. Soit X la variable aléatoire représentant le résultat de cette fonction. Quelle loi suit X ?

2. On cherche à déterminer une valeur approchée de $p(X \geq 3)$. Compléter le script de la fonction **simul** qui prend comme argument un entier **p** et qui renvoie une valeur approchée de $p(X \geq 3)$. Exécuter la fonction en prenant **p=500**.

3. A l'aide du triangle de Pascal, donner la valeur de $\binom{6}{0}$, $\binom{6}{1}$ et $\binom{6}{2}$. Puis en déduire $p(X = 0), p(X = 1), p(X = 2)$ et enfin $p(X \leq 2)$ et $p(X \geq 3)$. La valeur approchée trouvée au 2°) est-elle convenable ?

4. Représenter graphiquement l'histogramme des valeurs de $p(X = k)$ avec k un entier compris entre 0 et 6.

```
ÉDITEUR : BINGO
LIGNE DU SCRIPT 0011
from random import *
def alea(n):
  s=0
  for i in range(6):
    a=random()
    if a<0.3:
      s=s+1
  return s
```

```
ÉDITEUR : BINGO
LIGNE DU SCRIPT 0016
def simul(p):
  t=0
  for i in range(p):
    b=alea(6)
    if b>=3:
      t=t+1
  return ....
```

1. Fonction alea

La fonction **alea** choisit aléatoirement 6 fois de suite, de façon indépendante, un nombre réel compris entre 0 et 1. Si ce nombre est plus petit que 0,3 alors on ajoute 1 au compteur **s**.

A la fin de la boucle, **s** représente le nombre de fois où le nombre aléatoire a été plus petit que 0,3.

On peut donc affirmer que **s** simule une loi binomiale X de paramètre **n=6** et **p=0,3**.

```
PYTHON SHELL
>>> alea(6)
3
>>> alea(6)
2
>>> alea(6)
1
>>> alea(6)
2
>>> alea(6)
0
>>> |
Fns… | a A # | Outils | Éditer | Script
```

2. Calcul de probabilité d'une loi binomiale

Dans ce script, **t** représente le nombre de fois où on a obtenu un résultat supérieur ou égal à 3 avec la fonction **alea**.

Ainsi **t/p** représente la fréquence des résultats où **alea** est supérieure ou égale à 3 ce qui correspond à une valeur approchée de $p(X \geq 3)$.

On trouve $p(X \geq 3) \approx 0{,}24$.

```
PYTHON SHELL
>>> # Shell Reinitialized
>>> # L'exécution de BINGO
>>> from BINGO import *
>>> simul(500)
0.246
>>> simul(500)
0.244
>>> |
Fns… | a A # | Outils | Éditer | Script
```

```
ÉDITEUR : BINGO
LIGNE DU SCRIPT 0022
def simul(p):
  t=0
  for i in range(p):
    b=alea(6)
    if b>=3:
      t=t+1
  return t/p
Fns… | a A # | Outils | Exéc | Script
```

Simulation d'une loi binomiale

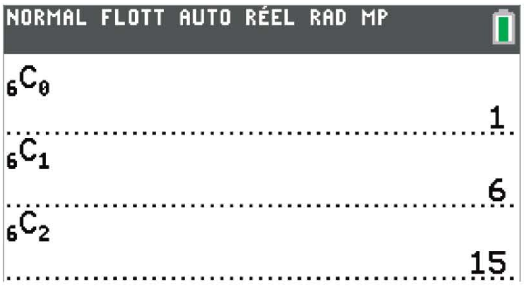
3. Calcul de $p(X \geq 3)$

Après avoir dressé le triangle de Pascal, on trouve :

$\binom{6}{0} = 1$; $\binom{6}{1} = 6$

et $\binom{6}{2} = 15$

Ligne 0	1						
Ligne 1	1	1					
Ligne 2	1	2	1				
Ligne 3	1	3	3	1			
Ligne 4	1	4	6	4	1		
Ligne 5	1	5	10	10	5	1	
Ligne 6	1	6	15	20	15	6	1

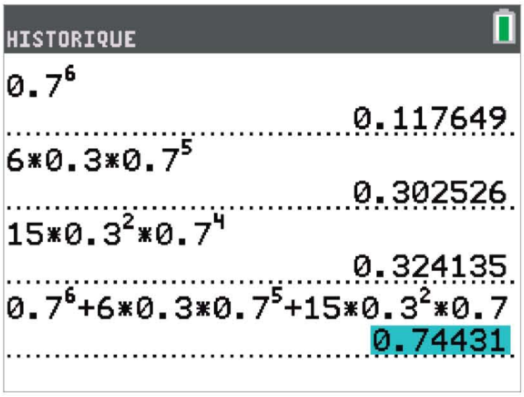


On peut vérifier ces résultats en calculant les combinaisons dans math **PROB Combinaison**.

On en déduit $p(X = 0) = \binom{6}{0} 0{,}3^0 \times 0{,}7^6 \approx 0{,}118$

$p(X = 1) = \binom{6}{1} 0{,}3^1 \times 0{,}7^5 \approx 0{,}303$ et $p(X = 2) = \binom{6}{2} 0{,}3^2 \times 0{,}7^4 \approx 0{,}324$

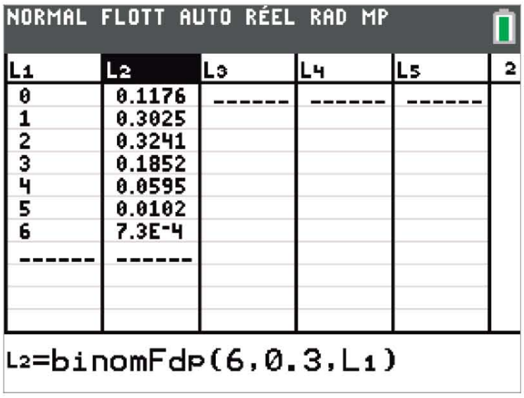
Donc $p(X \leq 2) = p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2) = 0{,}744$ on en déduit alors $p(X \geq 3) = 1 - p(X < 3) = 1 - p(X \leq 2) = 0{,}256$ ce qui correspond au résultat trouvé dans la question 2.



4. Histogramme

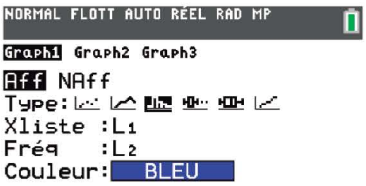
On commence par construire les listes en appuyant sur stats **Modifier**.

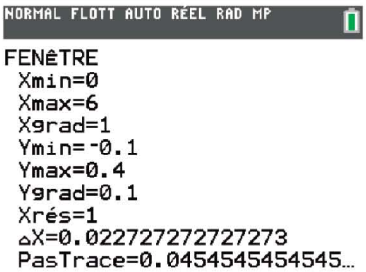
Dans la liste **L_1** on entre les valeurs entières de **k** de 0 à 6 et dans **L_2** les valeurs de $p(X = k)$ en écrivant **binomFdp(6,0.3,L_1)** en utilisant 2nde var (distrib)



Puis on paramètre le type de graphique (2nde f(x) (graph stats f1)) souhaité.

Et enfin la fenêtre en appuyant sur fenêtre.





L'histogramme apparait en appuyant sur graphe .