Résolution graphique d'inéquations

$f(x) \leq g(x)$

TI-82 Advanced
Edition Python

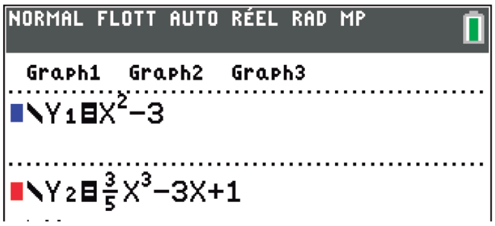
TI-83 Premium CE
Edition Python

Contexte

On va utiliser la calculatrice pour résoudre, dans $\mathbb{R}$, graphiquement l'inéquation $x^2 - 3 \leq \frac{3}{5}x^3 - 3\,x + 1$

On va, pour cela, représenter les fonctions définies sur $\mathbb{R}$, $f : x \to\ x^2\ -\ 3$ et $g : x \to \frac{3}{5}x^3 - 3\,x + 1$

1. Préparer sa représentation graphique

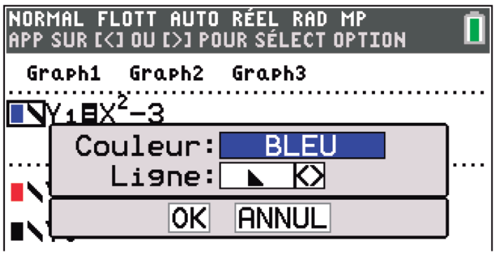


Comme on l'a déjà appris précédemment, on saisit dans **Y1** l'expression algébrique de f et dans **Y2** celle de g.

On va maintenant agir sur le mode de représentation des courbes représentatives de chacune des fonctions

Il faut bien observer l'expression de l'inéquation que l'on souhaite résoudre :

$$\begin{array}{ccc} x^2 - 3 & \leq & \frac{3}{5}x^3 - 3\,x + 1 \\ f(x) & \leq & g(x) \\ Y_1 & \leq & Y_2 \end{array}$$

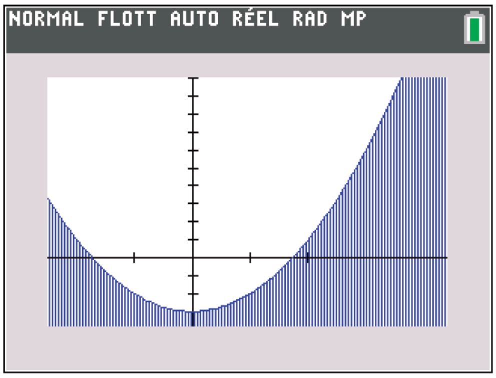


On va demander à la calculatrice de hachurer tout ce qui est « en dessous » de la courbe représentative de f.

Cela a donc pour effet de laisser en blanc tout ce qui est « au-dessus ».

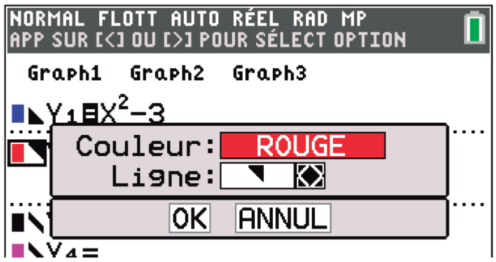
Pour cela, on positionne le curseur sur et on valide entrer

On choisit le motif pour le type de **Ligne**.



On observe dans la fenêtre « recadrée » de représentation graphique le résultat ci-contre (graphe).

Mathématiquement, pour une abscisse x donnée, toutes les ordonnées inférieures à $f(x)$ sont donc hachurées en bleu et donc toutes <u>les ordonnées supérieures à $f(x)$ sont laissées en blanc.</u>



On fait un travail similaire avec la courbe représentative de g.

Cette fois-ci on sélectionne le type de représentation qui va hachurer tout ce qui est « au-dessus » de la courbe représentative.

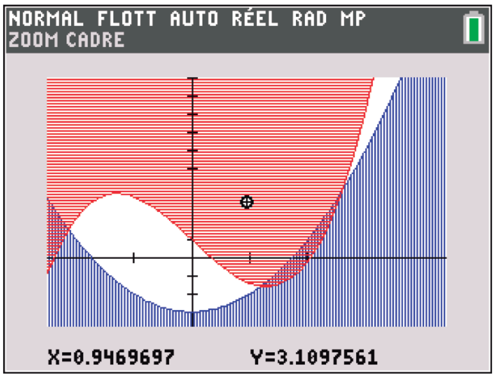
Mathématiquement, pour une abscisse x donnée, toutes les ordonnées supérieures à $g(x)$ sont donc hachurées en rouge et donc toutes <u>les ordonnées inférieures à $g(x)$ sont laissées en blanc</u>.

Résolution graphique d'inéquations $f(x) \leq g(x)$

TI-82 Advanced Edition Python

TI-83 Premium CE Edition Python

2. Interpréter le résultat obtenu



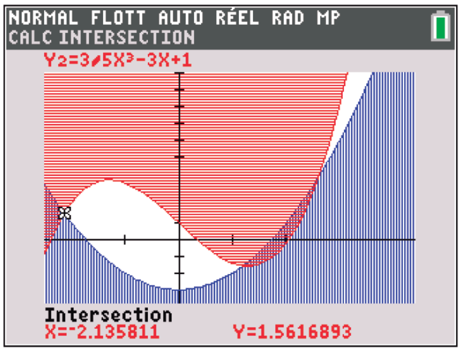
Avec cette configuration graphique, la zone répondant à notre inéquation est laissée sur fond blanc.

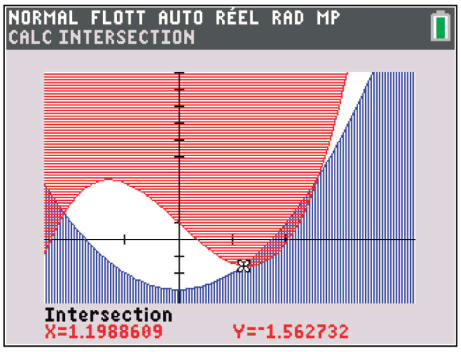
En effet, pour une abscisse x donnée, il s'agit des ordonnées à la fois supérieures à $f(x)$ et inférieures à $g(x)$.

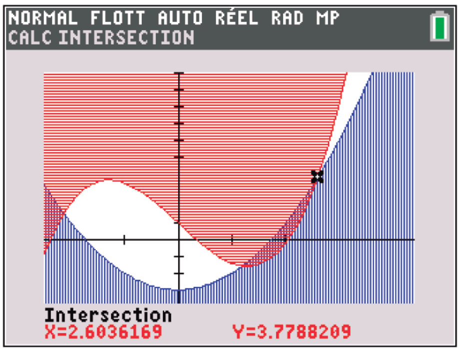
Grâce aux outils de résolution déjà rencontrés, on peut rechercher les valeurs des abscisses des points d'intersection des fonctions f et g pour définir l'ensemble de solutions de notre inéquation.

Ainsi à l'aide de la commande **`intersection`** disponible dans le menu **`calculs`**, on obtient l'ensemble de solutions approchées suivant.

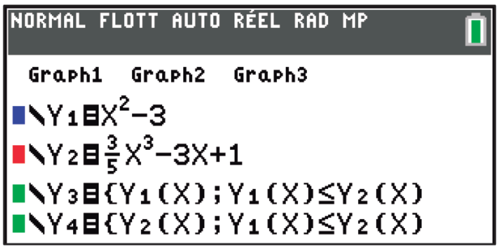
Il s'agit de l'intervalle : $[-2{,}14; 1{,}2] \cup [2{,}6; +\infty]$







3. Utiliser, pour aller plus loin, parmorceaux(



La calculatrice offre une puissante commande de représentation conditionnelle des fonctions, dont on a déjà parlé dans la construction d'un tableau de signe.

Cette fonction peut être utilisée dans la résolution graphique des inéquations.

Placez-vous dans **Y3**. **`Parmorceaux(`** est accessible dans le menu **MATH** [math]

Choisir **`morceaux:1`** dans la fenêtre qui s'ouvre et recopier dans **Y3** l'expression proposée ci-contre.

$\leq$ est accessible dans le menu **`tests`** de la calculatrice via [2nde] + [math]

Y1 et **Y2** sont accessibles dans le menu **VAR Y** via [var]

N'oubliez pas de modifier, en vert, la couleur de la représentation.

Recommencez pour **Y4**.

Dans la fenêtre graphique, vous obtiendrez directement en vert, la zone répondant à notre inéquation.