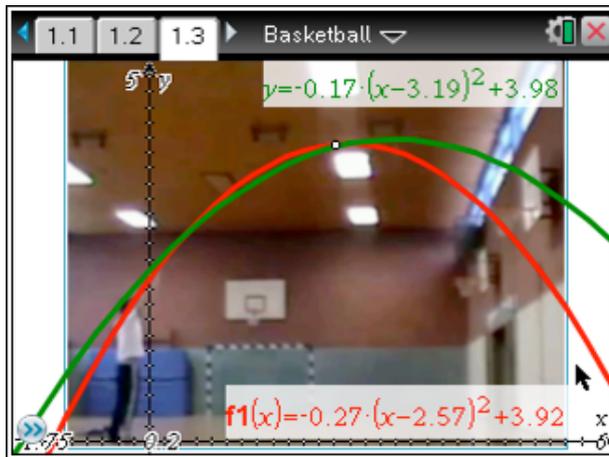


► Mathematisches Daumenkino

Dr. Andreas Pallack



Titelbild



Filme erstellen mit TI-Nspire™ CAS / TI-Nspire™ CX CAS

Mit Funktionen Bilder zu gestalten ist ein kreativer und effektiver Weg den Wechsel zwischen verschiedenen Repräsentationen von Funktionen zu vertiefen. TI-Nspire™ bietet die Möglichkeit mehrere Seiten in einem Dokument zu speichern. Durch Blättern entsteht eine Bildfolge – eine Art Film wie bei einem Daumenkino. TI-Nspire™ CX Handhelds bieten neue Optionen, die zur Erstellung solcher Filme verwendet werden können. Hervorzuheben ist, dass Bilder und Graphiken (es können auch Fotos und andere digitalen Bilder eingebunden werden) nun auch auf dem Handheld farbige dargestellt werden.

Das didaktische Potenzial solcher Filme ist groß, da die Lernenden weniger probieren und mehr planen – Filme brauchen ein Drehbuch. In diesem Beitrag werden zwei verschiedene Beispiele vorgestellt, die entweder zum Ende der Sekundarstufe I oder zu Beginn der Sekundarstufe II eingesetzt werden können.

Trifft der Ball den Korb?

Das Beispiel selbst ist nicht neu – aber bewährt. Bisher wurden den Lernenden meist sogenannte „Stroboskopbilder“ vorgelegt. Abgebildet ist dann ein Gesamtbild, in das mehrere Bälle montiert wurden. Hier wird nun ein anderer Weg beschrieben, der den Schülerinnen und Schülern zwar mehr abverlangt, jedoch auch die Chance birgt Modellierungsschritte bewusster und authentischer durchzuführen.

In einem Dokument wurden drei Bilder vom ersten Teil eines Korbwurfs einer Filmaufnahme (in der Applikation Graphs bzw. in Graphs&Geometry) eingepflegt (siehe auch Link am Ende dieses Beitrags – dort können auch die TI-Nspire™ Dateien geladen werden). Im ersten Schritt muss das Koordinatensystem so platziert werden, dass es die reale Situation angemessen erfasst. Dabei kann z. B. die normierte Korbbhöhe (3,05 m) zur Orientierung verwendet werden. Schnell hintereinander abgespielt erhält man einen

Eindruck von der Bahn des Balls und kann Vermutungen anstellen, ob er den Korb trifft oder nicht.

Nun können die Lernenden verschiedene Wege gehen: Sie können z. B. die Positionen der Bälle bestimmen und anschließend rechnerisch nach einer Lösung suchen – es ist jedoch auch möglich eine Parabel von Hand anzupassen oder automatisiert berechnen zu lassen – z. B. mit Hilfe der quadratischen Regression, die bei drei Punkten passgenau ist – d. h. alle Punkte liegen auf der vorgeschlagenen Parabel.

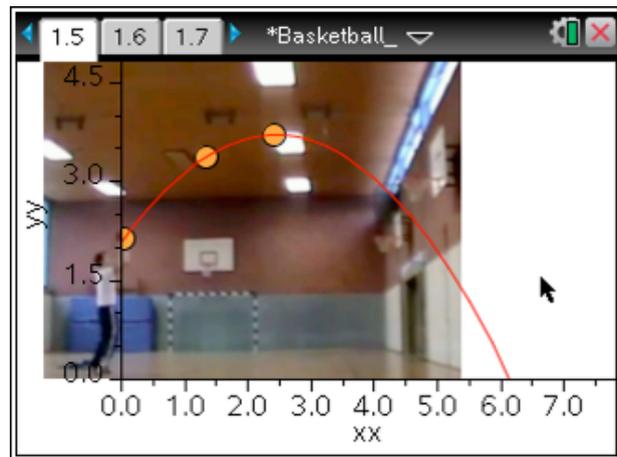


Abb. 1

Analyse der Flugbahn mit Data&Statistics mit Hilfe von drei Punkten

Für diese Analyse wurden im ersten Schritt drei Punkte in Lists&Spreadsheet durch ihre Koordinaten festgelegt und in den Listen xx und yy gespeichert. Diese wurden dann in den drei Data&Statistics Fenstern angezeigt. Die Punkte können von Hand auf die Positionen der Bälle verschoben werden; eine durch Regression berechnete Parabel passt sich automatisch an. Das Ergebnis ist hier, dass der Ball den Korb nicht trifft.

Mit diesem Beispiel sollte man noch einen Schritt weitergehen: Es bietet sich an die Genauigkeit der Prognose zu reflektieren, z. B. indem man nur zwei Bilder betrachtet und versucht, die beiden Flugbahnen im ersten Teil vergleichbar verlaufen zu lassen. Kleine Abweichungen haben mit Blick auf die Frage – trifft der Ball den Korb oder nicht? – große Auswirkungen. Das Titelbild zeigt eine solche Analyse. In einem Fall (roter Graph) landet der Ball unterhalb des Korbes – im anderen (grüner Graph) trifft er das Brett. Bei der Anpassung der Punkte ist deswegen genaues Arbeiten wichtig.

Für Schülerinnen und Schüler besonders spannend ist es Filme zu analysieren, bei denen der Lehrer selbst oder einige Schüler aus der Klasse den Wurf durchführen. Im Idealfall kann man zum Ende der Analyse den vollständigen Film zeigen (siehe auch Link am Ende dieses Beitrags).

Geisterstunde

Schülerinnen und Schüler experimentieren erfahrungsgemäß gerne mit Funktionenplottern. Sie verleihen Funktionen ein Gesicht. Im Beispiel *Geisterstunde* wird den Lernenden zu Beginn ein Film (den Link zu dem Film im Flash-Format finden Sie ebenfalls am Ende dieses Beitrags) vorgespielt, in dem ein Geist, dessen Silhouette aus einem Funktionsgraphen besteht, vor einem Schloss spukt. In diesem Film werden fünf Einzelbilder verwendet.

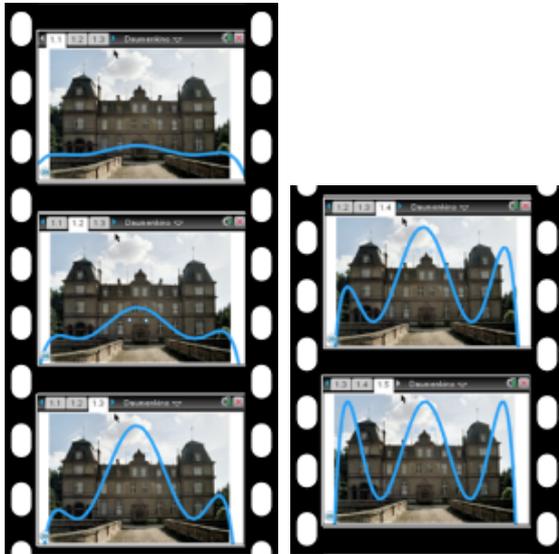


Abb. 2

Aufgabe für die Schülerinnen und Schüler ist es nun ebenfalls einen Geisterfilm zu erstellen. Ein Hintergrundbild – evtl. von der eigenen Schule oder einer altertümlichen Sehenswürdigkeit aus der näheren Umgebung – kann die Motivation und die Freude am Umgang bei der Erarbeitung zusätzlich verstärken.

Fachlich kann das Ziel verfolgt werden, den Umgang mit Polynomfunktionen zu vertiefen; insbesondere den Zusammenhang von Term und Graph. Die Form des Geistes kann man z.B. gut kontrollieren, wenn man von vollständig faktorisierten Termen ausgeht. Geister wie im Beispiel erstellt man z. B. durch Funktionen der Art:

$$f(x) = -a \cdot (x+10) \cdot (x+8)^2 \cdot (x-7)^2 \cdot (x-10)$$

Der Faktor a und die Nullstellen sind dabei so zu wählen, dass die lokalen Extrema vom Koordinatensystem erfasst werden. Es bietet sich an, gemeinsam mit den Lernenden einen Rahmen abzustecken (Anzahl der Bilder, Funktionsklassen, ...), um die abgesteckten Lernziele zu fokussieren. Der Film wird im Unterricht – ggf. untermalt von Musik – durch Blättern live präsentiert. Die Nutzung der Lehrersoftware in Verbindung mit einem Beamer hat sich dabei bewährt.

Ist das nicht zu zeitaufwändig?

Ich hatte mittlerweile Gelegenheit die hier präsentierten Beispiele selbst zu testen und in Vorträgen und Fortbildungen vorzustellen. Häufig wird dabei die Frage nach dem Zeitumfang für die Durchführung im Unterricht gestellt. Die Behandlung der Beispiele nahm jeweils nicht mehr als ein Doppelstunde in Anspruch. Hilfreich – und bei Verwendung von Hintergrundbildern sogar notwendig – ist es, wenn ein vorbereitetes Dokument verwendet wird, das man auf die Schülerrechner überspielt. Dabei kann gerade so viel vorgegeben werden, dass der intendierte Lernzuwachs betont wird und technisches Arbeiten das inhaltliche Lernen nicht überlagert. Zahlreiche Dateien für verschiedenste Lernsituationen finden Sie auf der Materialdatenbank (www.ti-unterrichtsmaterialien.net, Projekte MMM und CuBaLibra).

Ein gut dokumentiertes Beispiel für mathematische Daumenkinos, das allerdings noch mit der Version 2.1 erstellt wurde, ist der Graphentanz (siehe Link am Ende dieses Beitrags).

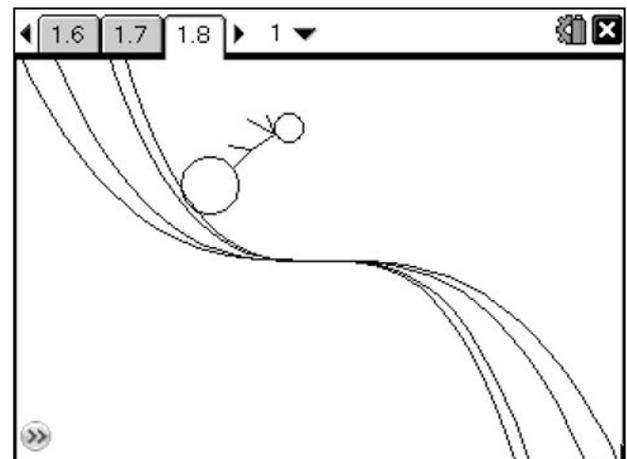


Abb. 3: Ausschnitt aus einem Graphentanz-Film

Die Filme zeigen, dass die Lernenden viel zusätzliche Zeit investierten – auch hier wurden lediglich 1,5 Stunden Unterrichtszeit verwendet.

Dies sind natürlich nur erste Erfahrungen. Für weitere Rückmeldungen aus der schulischen Praxis – zur Weiterentwicklung des vorgestellten Konzepts – bin ich dankbar.

Link

Verweise zu Filmen, Dateien und Arbeitsblättern finden Sie unter <http://www.pallack.de/Materialien>.

Autor:

Dr. Andreas Pallack, Soest (D)
andreas@pallack.de