

Elvira Malitte

Mit dem Sinus auf der Spur des Mondes

„Wie verändert sich die Mondscheindauer im Laufe der Zeit?“ Diese Frage stellt sich ganz natürlich, wenn Schülerinnen und Schüler den Auftrag erfüllen, Daten für Mondaufgang und Monduntergang aus der Tageszeitung zu sammeln. Ausgehend von realem Datenmaterial wird eine Aufgabensequenz entwickelt, die schrittweise zu einer angemessenen mathematischen Beschreibung hinleitet. Dabei geht es sowohl um die Aufbereitung der vorliegenden Daten als auch um die mathematische Auseinandersetzung mit der funktionalen Beziehung „Tag -> Mondscheindauer“. Die grafische Veranschaulichung führt zur Idee der Sinuskurven-Anpassung, diese Idee wird Schritt für Schritt durchdacht und realisiert.

Der Mond ist aufgegangen ... [1]

Aus der Tageszeitung kann man die Daten für den Mondaufgang (MA) und den Monduntergang (MU) entnehmen. Ein Schüler sammelte diese Daten vom 1. Juli bis zum 28. August. Die folgende Tabelle zeigt die ersten und die letzten 10 Tage dieser Periode. Sonntags erscheint die Zeitung nicht, und manchmal vergaß der Schüler auch, sich die Zeiten zu notieren. So kam es zu Lücken in der Tabelle.

| Nr. | Datum | MA | MU |
|-----|--------|-------|-------|
| 1 | 01.07. | 13:02 | 00:52 |
| 2 | 02.07. | 14:06 | 01:14 |
| 3 | 03.07. | 15:09 | 01:35 |
| 4 | 04.07. | 16:13 | 01:59 |
| 5 | 05.07. | | |
| 6 | 06.07. | 17:45 | 02:24 |
| 7 | 07.07. | 19:19 | 03:29 |
| 8 | 08.07. | 20:16 | 04:12 |
| 9 | 09.07. | 21:07 | 05:03 |
| 10 | 10.07. | 21:52 | 06:02 |
| ... | | | |

| Nr. | Datum | MA | MU |
|-----|--------|-------|-------|
| 50 | 19.08. | 03:07 | 18:57 |
| 51 | 20.08. | 04:09 | 19:36 |
| 52 | 21.08. | 05:15 | 20:08 |
| 53 | 22.08. | 06:22 | 20:35 |
| 54 | 23.08. | | |
| 55 | 24.08. | 07:38 | 21:08 |
| 56 | 25.08. | 08:34 | 21:22 |
| 57 | 26.08. | 09:38 | 21:44 |
| 58 | 27.08. | 10:42 | 22:08 |
| 59 | 28.08. | 11:45 | 22:29 |

(Die vollständige Tabelle, sowie auch der ungekürzte Beitrag steht auf der TI-Materialienseite in der Rubrik Voyage 200/Abhandlungen zur Verfügung bzw. ist auf der Visit-me-CD [2] zu finden.)

Kann man aus diesen Daten etwas Interessantes ablesen? Versuchen wir es!

Bei der Realisierung können verschiedene Werkzeuge sinnvoll eingesetzt werden. Die Kleinrechner (TI 83+, TI-92+ oder Voyage 200) erweisen sich als angemessene und leistungsfähige Werkzeuge, mit denen die Bewältigung der Aufgabe,

die weit über die rein händischen Möglichkeiten der Bearbeitung hinausgeht, zu einem interessanten, vielgestaltigen Auftrag wird. Das gilt insbesondere, da die Rechner nun mit einer speziellen Applikation zur Datenverarbeitung – dem Programm CellSheet – ausgestattet sind.

Gesucht ist eine Darstellung der Mondscheindauer im Koordinatensystem in Abhängigkeit von der Tagesnummer.

- Wie lässt sich die Mondscheindauer aus den Daten berechnen und veranschaulichen?
- Wie könnte man die in der Ausgangstabelle fehlenden Daten für die Mondscheindauer sinnvoll ergänzen?
- Welche Mondscheindauer kann man für den 30. September vorhersagen?

Die nachfolgenden Abbildungen zeigen die ersten Einträge der Daten in eine CellSheet-Tabelle des Voyage 200.

Die Spalte A enthält die Tagesnummer. Die Eingabe einer Uhrzeit führt zu einer Fehlermeldung. Als numerische Werte sind nur ganze Zahlen und Zahlen mit Dezimalpunkt zulässig. Deswegen wird die Zeit für MA und für MU in jeweils zwei Spalten eingetragen (Spalten B bis E).

| F1 | F2 | F3 | F4 | F5 | F6 | F7 | F8 |
|---|------|-------|--------|------|--------|------|---------|
| Dat | Graf | Bearb | Rückg | \$ | Funk | Stat | NeuRech |
| mon | A | B | C | D | E | F | |
| 1 | Nr. | MA-h | MA-min | MU-h | MU-min | Dif. | |
| 2 | 1 | 13 | 2 | 0 | 52 | -12 | |
| 3 | 2 | 14 | 6 | 1 | 14 | -12 | |
| 4 | 3 | 15 | 9 | 1 | 35 | -13 | |
| 5 | 4 | 16 | 13 | 1 | 59 | -14 | |
| 6 | 6 | 17 | 45 | 2 | 24 | -15 | |
| 7 | 7 | 19 | 19 | 3 | 29 | -15 | |
| A2: 1 | | | | | | | |
| MAIN EOG AUTO FKT | | | | | | | |

Abb. 1

Ziel ist, die Mondscheindauer in Dezimalschreibweise zu erhalten. Zwischen MA und MU kann ein Tageswechsel liegen oder auch nicht. Befindet sich zwischen MA und MU ein Tageswechsel, so liefert die Formel in Spalte F eine negative Zahl.

| F1 | F2 | F3 | F4 | F5 | F6 | F7 | F8 |
|---|--------|-------|--------|--------|--------|------|---------|
| Dat | Graf | Bearb | Rückg | \$ | Funk | Stat | NeuRech |
| mon | C | D | E | F | G | H | |
| 1 | MA-min | MU-h | MU-min | Diff | Dauer | | |
| 2 | 2 | 0 | 52 | -12.17 | 11.833 | | |
| 3 | 6 | 1 | 14 | -12.87 | 11.133 | | |
| 4 | 9 | 1 | 35 | -13.57 | 10.433 | | |
| 5 | 13 | 1 | 59 | -14.23 | 9.7667 | | |
| 6 | 45 | 2 | 24 | -15.35 | 8.65 | | |
| 7 | 19 | 3 | 29 | -15.83 | 8.1667 | | |
| F2: =d2-b2+(e2-c2)/60. | | | | | | | |
| MAIN EOG AUTO FKT | | | | | | | |

Abb. 2

Die Mondscheindauer ergibt sich in diesen Fällen durch Addition von 24 („Mitternacht“), was in Spalte G geschieht.

| F1 | F2 | F3 | F4 | F5 | F6 | F7 | F8 |
|--------------------------|--------|-------|--------|--------|--------|------|---------|
| Dat | Graf | Bearb | Rückg | \$ | Funk | Stat | NeuRech |
| mon | C | D | E | F | G | H | |
| 1 | MA-min | MU-h | MU-min | Diff | Dauer | | |
| 2 | 2 | 0 | 52 | -12.17 | 11.833 | | |
| 3 | 6 | 1 | 14 | -12.87 | 11.133 | | |
| 4 | 9 | 1 | 35 | -13.57 | 10.433 | | |
| 5 | 13 | 1 | 59 | -14.23 | 9.7667 | | |
| 6 | 45 | 2 | 24 | -15.35 | 8.65 | | |
| 7 | 19 | 3 | 29 | -15.83 | 8.1667 | | |
| G2: =when(f2<0,f2+24,f2) | | | | | | | |
| MAIN BDG AUTO FKT | | | | | | | |

Abb. 3

Grafische Darstellung der Daten

Da wir eine grafische Veranschaulichung anstreben, verzichten wir auf die Eingabe unvollständig vorliegender Datensätze (s. Abb. 1, Sp. A). Für die grafische Darstellung können beliebige Bereiche der eingegebenen Daten für den x- bzw. y-Bereich ausgewählt werden. Hier wurden zunächst alle vorhandenen Datensätze verwendet und ein entsprechender Plot definiert (Abb. 4).

| Definiere Plot 1 | |
|--------------------------|----------|
| Plot-Typ..... | Streu→ |
| Zeichen..... | Quadrat→ |
| xBereich..... | a2:a47 |
| yBereich..... | g2:g47 |
| Plot. Standardformelle | 1 |
| Mit Häufigk. u. Klassen? | NEIN→ |
| Häufigkeit..... | |
| Plas..... | |
| Mit Plas..... | {} |
| Enter=SICH ESC=ABBR | |
| MAIN BDG AUTO FKT | |

Abb. 4

Damit ergibt sich die nachfolgende Abbildung (unter Umständen erst, wenn im Menü F2 Zoom die Auswahl ZoomDat vorgenommen wurde).

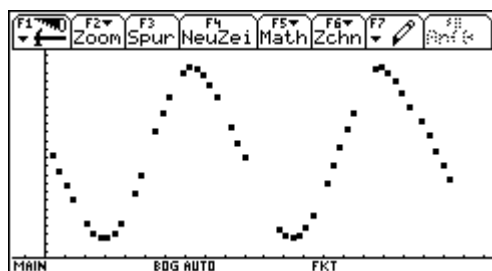


Abb. 5

Mit Hilfe der grafischen Darstellung – die dann überdacht und diskutiert werden sollte – lassen sich Vermutungen über den funktionalen Zusammenhang zwischen Tagesnummer und Mondscheindauer ableiten. Der Vorschlag des Funktionstyps „Sinus“ bildet schließlich den Ausgangspunkt für die Anpassung der Parameter an die gegebenen Daten. Wesentlich für das *aktive* Verständnis des ermittelten Zusammenhangs „Tagesnummer – Mondscheindauer“ ist es, die an die Messwerte angepasste Funktion für die Schätzung weiterer – d.h.

mit ihrer Hilfe interpolierter und extrapolierter – Messwerte zu nutzen.

Durch Variation der Parameter gelingt es schließlich, den folgenden Funktionsvorschlag zu finden:

$$Y_4 = -4 \sin(0.22 x) + 12$$

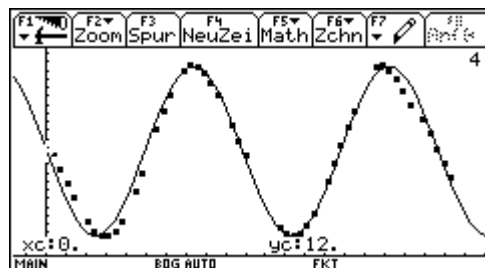


Abb. 6

Augenscheinlich ist eine recht gute Annäherung an die Datenpunkte gelungen.

Als eine Alternative zur Ermittlung des funktionalen Zusammenhangs bietet sich die im Voyage 200 implementierte Automatik zur Berechnung der Sinus-Regression an.

Sie liefert $y = 3.91 \sin(0.225x + 2.92) + 12$.

Ein Unterschied zur Kurve in Abb. 6 ist praktisch nicht wahrnehmbar.

Die andere Möglichkeit ist, die Daten z.B. mit dem CellSheet-Converter nach Excel zu übertragen und dort die Regressionsgleichung mit Hilfe der Steuerelemente-Toolbox zu ermitteln (s. [2]).

Literatur:

- [1] W. Herget, E. Malitte, K. Richter [2002]: Der Mond ist aufgegangen
In: W. Herget, E. Lehmann (Hrsg.): Exponential- und Winkelfunktionen. Neue Materialien für den Mathematikunterricht mit dem TI-83 / -89 / -92 in der Sekundarstufe I. Hannover: Schroedel

- [2] Visit-me 2002, bk-Teachware, ISBN 3901769498

Autorin:

Dr. Elvira Malitte
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
Fachbereich Mathematik und Informatik
Didaktik der Mathematik
06099 Halle (Saale)
malitte@mathematik.uni-halle.de