C A l i M E R O

Computer-Algebra im Mathematikunterricht
Entdecken, Rechnen, Organisieren

A R B E I T S M A T E R I A L I E N

BAND 3

Arbeitsmaterialien für Schülerinnen und Schüler

mit den Themen:

Lineare Zusammenhänge

Vorwort

Liebe Schülerinnen, liebe Schüler:

Ihr habt für den Mathematikunterricht einen Taschencomputer (**TC**) zur Verfügung, der euch helfen kann, Mathematik noch besser zu verstehen und der viel unnötige Rechen- und Zeichenarbeit abnehmen wird. Dieses Lernmaterial ist in einem Schulversuch des Landes Niedersachsen extra für diesen Zweck für euch erarbeitet worden. Neben neu entwickelten Aufgaben wurden auch Aufgaben aus bisherigen Lehrbüchern ausgewählt, die speziell für einen Unterricht mit dem Einsatz eines Taschencomputers geeignet sind.
Durch den Einsatz des Taschencomputers kann die Kommunikation der Schülerinnen und Schüler unterstützt und eine Vorgehensreflexion gefördert werden. Von großer Bedeutung für eine erfolgreiche Arbeit mit einem Taschencomputer ist ein ganzheitliches Unterrichtskonzept, in dem darauf geachtet wird, dass neben offenen, kreativitätsfördernden Aufgaben mit Rechnerunterstützung immer wieder auch mathematisches Grundkönnen ohne Rechner gefördert und eingefordert wird. Daher sind die Aufgabensammlungen für die einzelnen Unterrichtseinheiten so zusammengestellt, dass sie die in den Bildungsstandards geforderten Kompetenzen unterstützen und fördern. Zu diesem Themenheft für euch gibt es auch noch entsprechend entwickelte Handreichungen für die Lehrer.

Dieses dritte Themenheft hat drei Kapitel.

1. **Lineare Zusammenhänge**
2. **TC-Hilfen**
3. **Kopfübungen - Basiswissen**

Mit Bezug auf die bereits bekannte „Trapezflächeninhaltsformel"-Aufgabe (vergleiche Arbeitsmaterialien Band 1 – Terme S. 29) wird die Form des Funktionsterms der linearen Funktion $y(x) = m\,x + b$ heraus–gearbeitet. Anschließend werden durch Parametervariationen die Eigenschaften von Steigung und y-Achsenabschnitt sowie die Auswirkung auf den Graphen untersucht. Durch Aufgaben mit Anwendungsbezug werden verschiedene Variablenbezeichnungen verwendet und Geradenscharen thematisiert. Über die Zwei-Punkte-Form erfolgt die Definition des Begriffs der Funktion als eindeutige Zuordnung. An Beispielen zur Bestimmung von Funktionstermen aus mehreren Wertepaaren lernt ihr Punktwolken zu untersuchen und nutzt das Regressionsmodul des TC.
Die Funktionsgleichungen linearer Funktionen benutzt ihr, um das Lösen linearer Gleichungen kennen zu lernen. Anhand der Datentabelle, der Wertetabelle und der Graphendarstellung des TC behandelt ihr tabellarische und graphische Lösungsverfahren. Die Beispiele betreffen die Fälle „Term = Term" und „Term = Konstante", wobei der Bezug zu linearen Funktionen (Termform $m\,x + b$) nicht verlassen wird. Da sich der Lösungsprozess im Wesentlichen am Rechner vollzieht, ist eine nachvollziehbare Dokumentation sehr wichtig.

Terme mit großen Zahlenwerten lassen sich mit der tabellarischen bzw. graphischen Methode aufgrund der Schwierigkeiten bei der Window-Einstellung schwer lösen. Dadurch wird auch die Kenntnis einer algebraischen Lösung notwendig. Die Äquivalenz und die äquivalente Umformung von Gleichungen werden am Waagemodell und mithilfe der Möglichkeiten des TC durchgeführt.

Bei der Untersuchung von Problemen, die sich mit Gleichungen mit zwei Variablen beschreiben lassen, wird eine Abstraktion von den konkreten tabellarischen und graphischen Verfahren zu den rein algebraischen Verfahren vollzogen. Das Aufstellen und Lösen von Gleichungen soll für euch so als eigenständige Strategie etabliert werden.
Mit den bislang erarbeiteten Methoden habt ihr Werkzeuge zur Hand, um Modellierungen mit linearen Funktionen vorzunehmen zu können. Dabei lernt ihr den Modellierungskreislauf und das Arbeiten in diesem kennen. Hierbei spielen das Aufstellen des mathematischen Modells, das Lösen des mathematischen Modells und die Überprüfung des Modells eine große Rolle. Damit wird schwerpunktmäßig die Kompetenz „mathematisch modellieren“ gefördert.

Die „TC-Hilfen“ sind eine Sammlung der in diesem Themenheft für euch neuen Rechnerfertigkeiten.
Die Arbeitsblätter der „TC-Hilfe“ lassen ein Nachschlagewerk entstehen, auf das bei Bedarf zurückgegriffen werden kann. Dieses Konzept wird während der folgenden Unterrichtseinheiten beibehalten.

Den Abschluss bilden einige sogenannte Kopfübungen und Aufgaben zum Basiswissen. In diesem Teil findet ihr Aufgaben – Kopfübungen –, die alle wichtigen Basiskompetenzen der vergangenen Jahre aus den Bereichen Zahl, Messen, Raum und Form, Funktionale Zusammenhänge sowie Daten und Zufall wiederholen. Hier findet ihr neben diesen einfachen Aufgaben für den Fall, dass ihr wenig Erinnerung habt, auch komplexere Aufgaben – Basiswissen –, wenn ihr testen möchtet, wie viel ihr noch könnt. Die Aufgaben aus diesem Teil helfen euch, durch regelmäßige eigenständige Arbeit die Wissenslücken wieder zu schließen, ihr erinnert euch an eure mathematischen Kenntnisse und mobilisiert eure Fertigkeiten sowie Fähigkeiten. Langfristig entwickelt ihr so eine hohe mathematische Kompetenz und erhaltet euch ein gutes Basiswissen. Diese Aufgaben sind aber auch als hervorragende, vorbereitende Wiederholung für die nächste Unterrichtseinheit gedacht.

Die Autoren dieses Themenheftes wünschen euch mit dem Taschencomputer und diesem Heft viel Erfolg!

Bergkirchen im April 2008

I N H A L T S V E R Z E I C H N I S

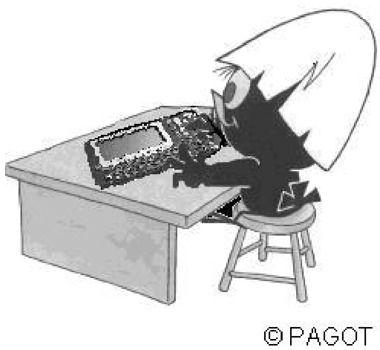
Lineare Zusammenhänge

TC-Hilfen

Training

C A l i M E R O

Computer-Algebra im Mathematikunterricht
Entdecken, Rechnen, Organisieren



Lineare Zusammenhänge

Arbeitsmaterialien für Schülerinnen und Schüler

Klasse	1.1. Die lineare Funktion	Blatt: 1.1.1	Datum:

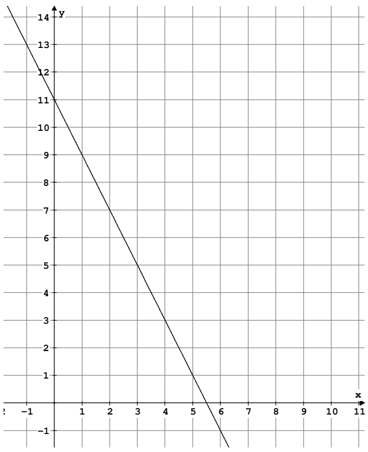
Aufgabe 1

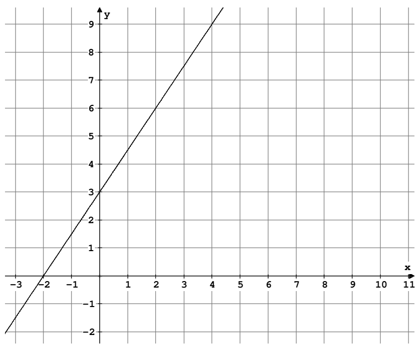
Opa Meyer hat in seinem Garten einen kleinen Fischteich mit einem maximalen Fassungsvermögen von 420 Litern. Zum Entleeren und Befüllen verwendet er eine Pumpe, die 15 Liter pro Minute fördert.
Opa Meyer möchte zur Bewässerung seiner Gartenpflanzen gern einen Überblick darüber erhalten, wie viel Wasser in einer bestimmten Zeit abgepumpt wird. Dazu fragt er seine Enkelin Greta, ob sie ihm nicht dabei helfen könne.

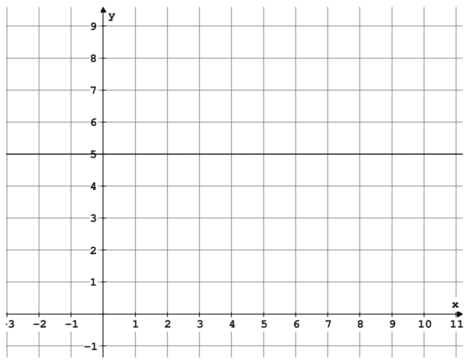
a) Versetze dich in Gretas Situation und erstelle für Opa Meyer eine Übersicht über die abgepumpte Wassermenge pro Zeit.
b) Opa Meyers Nachbar Herr Krause hat ebenfalls einen kleinen Teich, der aber nur max. mit 260 Liter Wasser gefüllt werden kann. Herr Krause nutzt die Pumpe von Opa Meyer und ist von Gretas Übersicht begeistert. Erstelle eine entsprechende Übersicht für Herrn Krause.
c) Wie sehen diese Übersichten aus, wenn sich Herr Krause und Opa Meyer gemeinsam eine neue Pumpe kaufen, die eine Pumpleistung von 22 l/min hat?
d) Nach dem Entleeren werden die Teiche mit der Pumpe aus einer Zisterne (Regensammelbecken) gefüllt. Erstelle mit dem TC Zeit-Volumen-Diagramme, die das Füllen der Teiche graphisch beschreiben, wenn
   I. die Pumpe mit einer Fördermenge von 15 l/min [22 l/min] verwendet wird und
   II. im Teich noch 0 l, 50 l bzw. 110 l vorhanden sind.

Aufgabe 2

Die folgenden Abbildungen beschreiben, ähnlich wie in Aufgabe 1, gleichmäßige Veränderungen.
Überlege dir möglichst neue Situationen bzw. Vorgänge, die zu diesen Abbildungen passen. Überprüfe, ob es Bereiche gibt, die zu deiner gewählten Situation keinen Sinn ergeben.







Aufgabe 3

Setze in die folgenden Terme Werte für x ein. Notiere die Ergebnisse in einer Tabelle und zeichne einen Graphen.

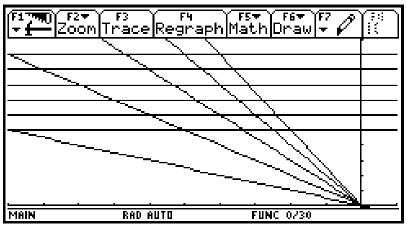
a) $y_a = 2x - 3$
b) $y_b = -0{,}5x + 6$

x	y_a	y_b

Klasse	1.1. Die lineare Funktion	Blatt: 1.1.2	Datum:

Aufgabe 4

Für einen Flugplatz soll für die Anflüge eine Übersicht erstellt werden. Die Flugzeuge befinden sich auf verschiedenen Reiseflughöhen von 5.000 ft, 6.000 ft, 7.000 ft usw. bis maximal 10.000 ft. Die Sinkraten betragen 500 ft/min, 1.000 ft/min usw. bis maximal 2500 ft/min. Der Flughafen befindet sich im Ursprung (0 | 0). (1 ft: 1 Fuß entspricht ca. 30 cm)



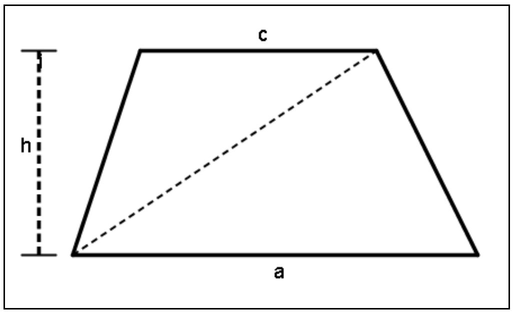
a) Begründe, dass die einzelnen Reiseflughöhen h sich darstellen lassen durch $h = b$ mit $b_1 = 4.500$, $b_2 = 5.000$ usw…

b) Begründe, dass der Verlauf für den Sinkflug durch $h(x) = m \cdot x$ beschrieben werden kann mit $m_1 = -500$, $m_2 = -1.000$ usw…

c) Erstelle den Graphen auf deinem TC und gib an, wann ein Flugzeug mit der Flughöhe von 5.000 ft und einer Sinkgeschwindigkeit von 1.500 ft/min seinen Sinkflug einleiten muss.

Aufgabe 5

Im Baustein ´Terme´ hast du gelernt, wie man mit dem TC zum Beispiel Flächeninhalte verschiedener geometrischer Figuren mithilfe einer Formel berechnen kann.



a) Begründe geometrisch, dass

$$\text{atrapez}(a,c,h) = \frac{1}{2}ah + \frac{1}{2}ch$$

die Formel für den Flächeninhalt eines Trapezes angibt.

b) Gib die Formeln zu den unten stehenden Eintragungen an und skizziere die Zuordnungen mithilfe des y-Editors. Erkläre den Fall x = 0 geometrisch.

(1) atrapez(6,4,x) (2) atrapez(6,x,2) (3) atrapez(x,4,2)

c) Gib mindestens drei weitere Terme der oberen Art in den TC ein und notiere die TC-Ausgabe. Welche Form haben alle ausgegebenen Terme gemeinsam?

Klasse	1.2. Funktionenscharen	Blatt: 1.2.1	Datum:

Aufgabe 1

Mit dem TC kannst du entdecken, was die Zahlen in der Funktionsgleichung einer linearen Funktion bedeuten.
Setze dazu für m und b in der Funktionsgleichung $y(x) = m \cdot x + b$ verschiedene Zahlen ein und zeichne jeweils mit dem TC die zugehörigen Geraden.

a) Beschreibe jeweils die Bedeutung von m und b für den Verlauf der Geraden.

b) Beschreibe, wie sich die y-Werte ändern, wenn sich die x-Werte ändern. Benutze dazu Tabellen und verändere dabei auch die Schrittweite.

(Es stehen Tipp-Karten zur Verfügung.)

Aufgabe 2

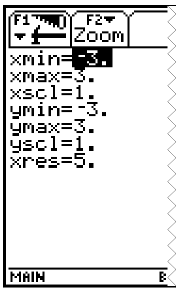
Gib jeweils Bedingungen für die lineare Funktion $f(x) = m \cdot x + b$ an, so dass

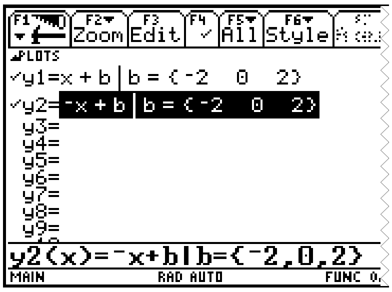
- der Graph nicht durch den 2. Quadranten verläuft.
- der Graph nur im 2. und 4. Quadranten verläuft.
- der Graph durch den 1. Quadranten verläuft.

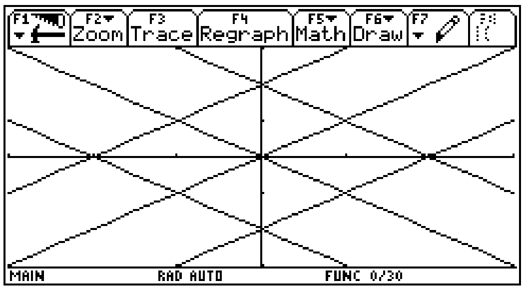
Notiere deinen Term und lasse deinen Nachbarn kontrollieren.

Aufgabe 3

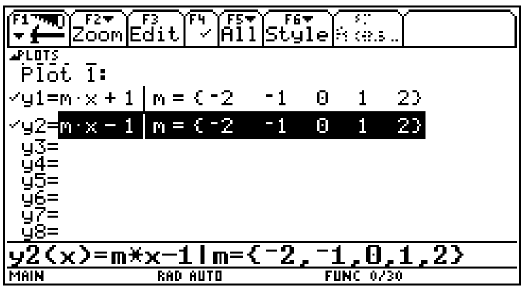
a) Katja soll das Bild auf ihrem TC zeichnen und hat folgende Eingaben gemacht. Erläutere die Eingabe und beschreibe, was sie bewirkt. Erstelle die Zeichnung mit deinem TC.
(Hinweis: Wenn du schnell zeichnen möchtest, wähle xres=9.)

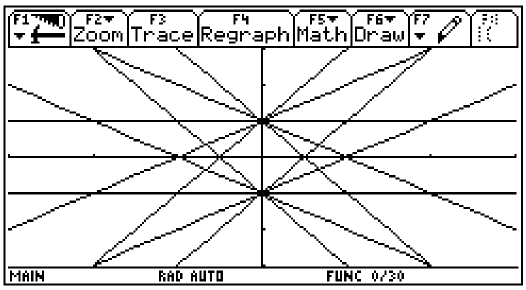






b) Jetzt gibt Katja folgendes in den y-Editor ein und erhält das rechte Bild.
Erläutere die Eingabe und die Wirkung.





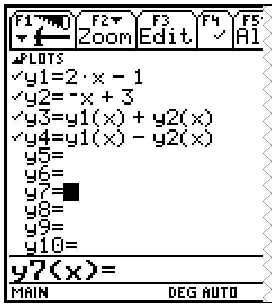
Klasse	1.2. Funktionenscharen	Blatt: 1.2.2	Datum:

c) Zeichne die Geradenscharen mit dem TC. Beschreibe die Scharen und begründe deine Vermutungen.
   (i) $y = k \cdot x - k$
   (ii) $y = (2 - b) \cdot x + b$

d) Die Schreibweise f(x) macht deutlich, dass die Rechenvorschrift nur von x abhängt, also von einer Variablen. Die Funktionsvorschriften für Geradenscharen sind aber Formeln mit zwei Variablen. Um dies deutlich zu machen, schreiben wir wieder $f(x,k) = k \cdot x - k$ bzw. $f(x,b) = (2 - b) \cdot x + b$.

- Was bedeutet f(3,k)?
- Was bedeutet f(x,k)?
- Was bedeutet f(4,3)?
- Ist die Reihenfolge der Variablen in der Klammer von Bedeutung?

e) Beschreibe den Verlauf von y3(x) und y4(x) in Abhängigkeit von y1(x) und y2(x). Ergänze:



- y4(x) schneidet die x-Achse, wenn ________________________________
- y3(x) schneidet die x-Achse, wenn ________________________________
- y4(x) schneidet y1(x), wenn ____________________________________
- y3(x) schneidet y4(x), wo _____________________________________

Klasse	1.3. Steigung und Änderungsrate	Blatt: 1.3.1	Datum:

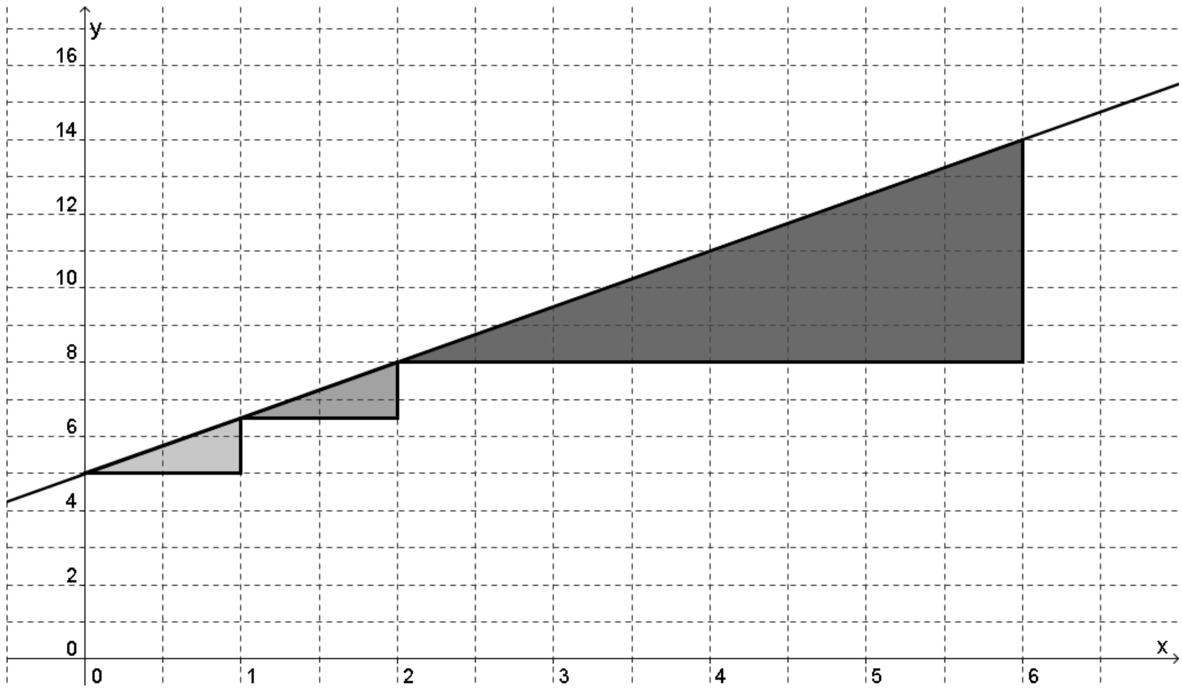
Aufgabe 1

Meyer fährt mit seinem Kieslaster auf eine Baustelle. Müller ist neugierig, wie viel der Kies auf Meyers LKW wiegt. „Die drei Kubikmeter wiegen 4,5 Tonnen“, antwortet Meyer.

a) Müller möchte einen Plan für die Zuladung aufstellen. Die Leermasse des LKWs beträgt 5 t und der LKW kann maximal 6 m^3 Kies laden. Erstelle Zuordnungsvorschrift, Tabelle und Graph, wobei dem Ladevolumen das Gesamtgewicht des LKWs zugeordnet wird.

b) Wie ändert sich die Gesamtmasse, wenn sich das Volumen um 1 m^3, 2 m^3, 3 m^3, 5 m^3 usw. ändert? Verdeutliche dies geeignet an der Tabelle.

c) Betrachte den Graphen. In welchem Zusammenhang stehen die Dreiecke mit dem Aufgabenteil b)?



Aufgabe 2

Zeichne die Graphen der Zuordnungen mit den folgenden Eigenschaften und trage geeignete Steigungsdreiecke ein.

a) Der Graph verläuft durch die Punkte P (3 | 1) und Q (5 | 6).

b) Der Graph verläuft durch die Punkte R (- 4 | 7) und S (2 | 3).

c) Der Graph verläuft durch den Punkt T (2 | - 4) mit der Steigung m = 3.

d) Der Graph verläuft durch den Punkt U (- 5 | 10) mit der Steigung $m = -\frac{2}{3}$.

e) Der Graph hat den y-Achsenabschnitt - 1 und die Steigung $\frac{4}{3}$.

Klasse	1.4. Übungen	Blatt: 1.3.2	Datum:

Aufgabe 1

Prüfe jeweils, ob ein linearer Zusammenhang vorliegt und begründe deine Antwort.

a) Anzahl Kinokarten → Kosten für den Kinobesuch.
b) Parkzeit in einem Parkhaus → Parkgebühren für das Parken in diesem Parkhaus.
c) Nach einem Open-Air- Konzert verlassen von den 10.000 Zuschauern pro Minute 200 Zuschauer das Stadion. Vergangene Zeit → Anzahl der Zuschauer, die noch im Stadion sind.
d) In der Bundesliga wird nach jedem Spieltag die Bundesligatabelle aktualisiert. Spieltag → Platz von Hannover 96.
e) Eine Algenart verdoppelt jeden Tag die von ihr bedeckte Wasseroberfläche. vergangene Tage → von Algen bedeckte Fläche.
f) Ein Internetcafe wirbt: Nach einer Grundgebühr von 1,50 € bezahlen sie dann pro Minute nur noch 1 Cent für die Benutzung unseres PC's. Zeit im Internet → Preis für die Nutzung.

Aufgabe 2[1]

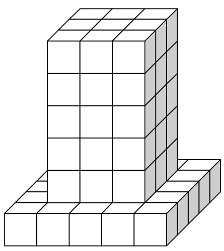
Herr Sell ist Verkäufer. Er vereinbart mit seiner neuen Firma ein Grundgehalt von 2.000 € monatlich. Dazu erhält er noch eine Beteiligung von 5 % an dem Umsatz, den er erzielt.

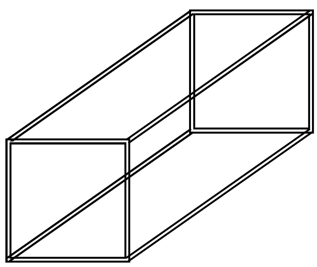
a) Ergänze die Tabelle mit dem Verdienst y in Abhängigkeit vom monatlichen Umsatz.
b) Finde eine Funktionsgleichung für den Verdienst v in Abhängigkeit von u
$v(u) = m \cdot u + b$,
die die Situation „modelliert".
c) Herr Sell erzählt seinem Kollegen: „Ich erhalte ein monatliches festes Gehalt von 2.000 €. Daneben bin ich mit 15 Cent an jedem Euro Umsatz beteiligt." Stimmt das?

Umsatz u in €	Verdienst v in €
1.000	
2.000	
3.000	
5.000	
10.000	
20.000	

Aufgabe 3[2]

a) Stelle die Zuordnungsvorschrift in Figur 1 auf und überlege, wie hoch man den Würfelturm bauen kann, wenn man insgesamt 178 Würfel hat.
b) Aus Metalldraht soll das Kantenmodell eines Quaders gebaut werden. Wie in Figur 2 sollen Breite und Höhe gleich sein. Die Länge ist um 6 cm größer als die Breite. Stelle die Zuordnungsvorschrift auf und überlege, wie breit das Modell ist, wenn man 2,40 m Draht verarbeitet.


Figur 1

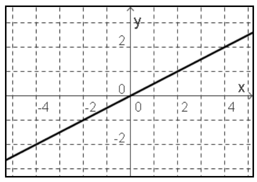

Figur 2

[1] Neue Wege 8, 3-507-85458-9, Schroedel
[2] Neue Wege 7, 3-507-85503-8, Schroedel

Klasse	1.4. Übungen	Blatt: 1.3.3	Datum:

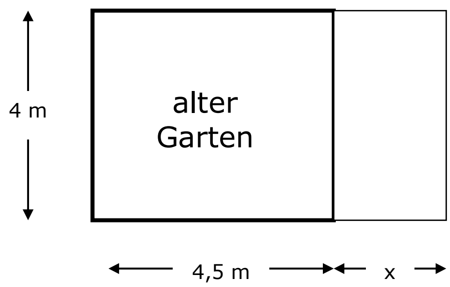
Aufgabe 4[1]

In der Tabelle ist in jeder Spalte eine lineare Funktion angegeben. Ergänze die freien Felder.

<table>
<tr><td>Sach-verhalt</td><td>Eine anfangs 8 cm hohe Kerze wird beim Brennen stündlich 1,5 cm kürzer.</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Werte-tabelle</td><td></td><td><table><tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td></tr><tr><td>y</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Funktions-gleichung</td><td></td><td></td><td>$y = 2x - 1$</td><td></td></tr>
<tr><td>Graph</td><td></td><td></td><td></td><td>
</td></tr>
</table>

Aufgabe 5[2]

Jeff möchte seinen Garten so vergrößern, dass er einen Flächeninhalt von 40 m² hat.
Bestimme die dafür notwendige Verlängerung seines Grundstücks.



Aufgabe 6

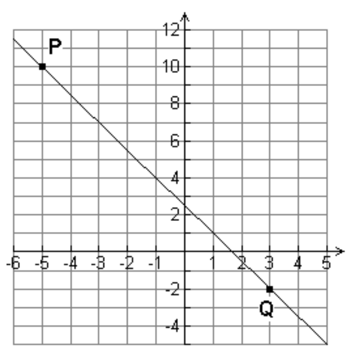
Ein zylinderförmiges, 25 cm hohes Gefäß ist bis zu einer Höhe von 4 cm gefüllt.
Max füllt gleichmäßig Wasser ein und Moritz misst die Füllhöhen. Nach 10 Sekunden ist das Gefäß bis zu einer Höhe von 13 cm gefüllt.
Erstelle Zuordnungsvorschrift, Graph und Tabelle im Bereich von 0 Sekunden bis 30 Sekunden.

[1] Elemente der Mathematik 8, 3-507-87122-X, Schroedel
[2] Neue Wege 7,3-507-85503-8, Schroedel

Klasse	1.5. Geradengleichungen bestimmen	Blatt: 1.4.1	Datum:

Aufgabe 1

a) Gesucht ist die Gleichung der Geraden durch die Punkte P (- 5 | 10) und Q (3 | - 2). Regina zeichnet die Gerade und liest die Steigung und den y-Achsenabschnitt ab.
Bestimme auf diese Weise die Funktionsgleichung.



b) Reginas Bruder Wilhelm rechnet:

(1) $m = \frac{-2-(+10)}{3-(-5)} = \frac{-12}{8} = -\frac{3}{2}$, also: $y = -\frac{3}{2} + b$

(2) $10 = -\frac{3}{2} \cdot (-5) + b$, also: $b = 10 - \frac{15}{2} = \frac{5}{2}$

Die Funktionsgleichung lautet also: $y = -\frac{3}{2} \cdot x + \frac{5}{2}$

- Erkläre den Lösungsweg von Wilhelm. Begründe die einzelnen Schritte.
- Bei (2) kannst du auch eine andere Gleichung aufstellen, welche?
  Bestimme damit die Funktionsgleichung.

c) Bestimme nach der Methode von Wilhelm die Gleichung der Geraden durch die Punkte P(1 | - 2) und Q(5 | 6). Überprüfe deine Lösung durch eine Zeichnung.

Aufgabe 2

Bestimme die Funktionsgleichungen der Zuordnungen mit den folgenden Eigenschaften.

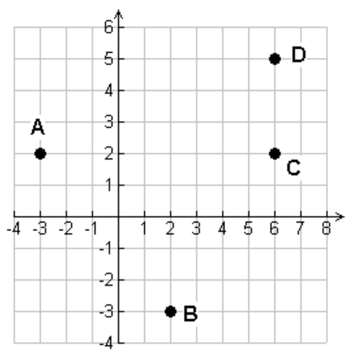
a) Der Graph verläuft durch die Punkte P (3 | 1) und Q (5 | 6).
b) Der Graph verläuft durch die Punkte R (- 4 | 7) und S (2 | 3).
c) Der Graph verläuft durch den Punkt T (2 | - 4) mit der Steigung m = 3.
d) Der Graph verläuft durch den Punkt U (- 5 | 10) mit der Steigung $m = -\frac{2}{3}$.
e) Der Graph hat den y-Achsenabschnitt - 1 und die Steigung $\frac{4}{3}$.

Aufgabe 3

a) Überprüfe, ob der Punkt P (3 | 5) auf dem Graphen der Funktion f mit $f(x) = 4x - 8$ liegt.
b) Überprüfe rechnerisch, ob die Punkte P (3 | 7), Q (5 | 10) und R (12 | 20) Eckpunkte eines Dreiecks sein können.
c) Überprüfe, ob man vom Punkt P (4 | 10) über Punkt Q (5 | 5) den Punkt R (10 | - 20) anpeilen kann.

Aufgabe 4

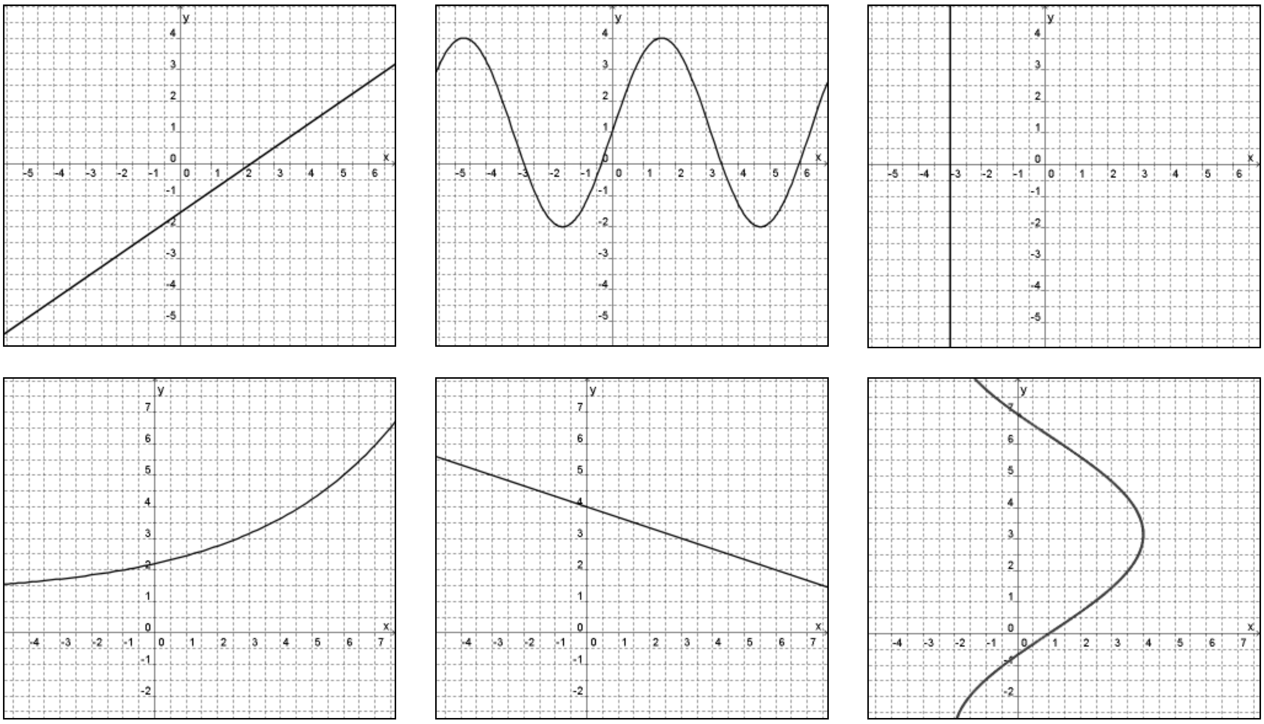
a) Ermittle die Gleichung der Geraden durch jeweils zwei Punkte. Bei einer Geraden passiert beim Berechnen etwas Seltsames. Erkläre dies.
b) Nach Anschauung muss es ja egal sein, in welcher Reihenfolge die Punkte bei der Berechnung der Steigung benutzt werden.
Ändere die Reihenfolge der Punkte in einem Beispiel aus a).
Kannst du an dem Term für die Steigung begründen, warum jeweils dasselbe herauskommt?



Klasse	1.6. Funktionsbegriff	Blatt: 1.5.1	Datum:

Aufgabe 1

Entscheide, ob es sich um eine Funktion und gegebenenfalls um eine lineare Funktion handelt. Begründe.



Aufgabe 2

Die Gästezahl des Reiterhofs Hottehü ist in den letzten Jahren um etwa die gleiche Anzahl gewachsen. Aus den Jahren 1990 (350 Gäste) und 2000 (584 Gäste) liegen die genauen Gästezahlen vor. Der Reiterhof ist im Sommer 1976 eröffnet worden.

a) Bestimme mit diesen Werten die Funktionsgleichung und eine Tabelle für die Gästezahlen der Jahre 1990 bis 2000 und erstelle eine Grafik. Wie viele Gäste sind für die Jahre 2005, 2010 und 2015 zu erwarten? Wie viele waren es 1987 und 1979?

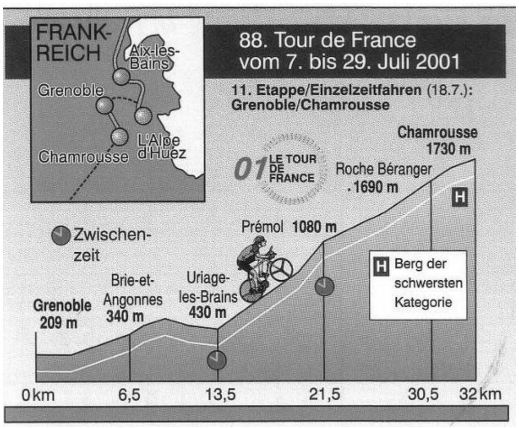
b) Für 2005 liegt jetzt eine neue Zahl vor, es gab 680 Gäste. Bleibst du bei deiner Funktionsgleichung und deinen Prognosen?

Aufgabe 3[1]

Das Bild zeigt das Streckenprofil des Bergzeitfahrens bei der Tour de France 2001.

a) Berechne die durchschnittliche Steigung
von Grenoble nach Brie-et-Argonnes,
von Uriage-les-Bains nach Premol,
von Premol nach Roche Beranger und
von Roche Beranger nach Chamrousse.

b) Zeichne zu jeder Steigung ein entsprechendes Steigungsdreieck.



[1] Neue Wege 8, 3-507-85458-9, Schroedel

Klasse	1.7. Geraden durch Punktwolken	Blatt: 1.6.1	Datum:

Aufgabe 1

Die Temperatur des Wassers in einem See ist abhängig von der Tiefe. Die Tabelle gibt die Werte für einen 20 m tiefen See wieder.

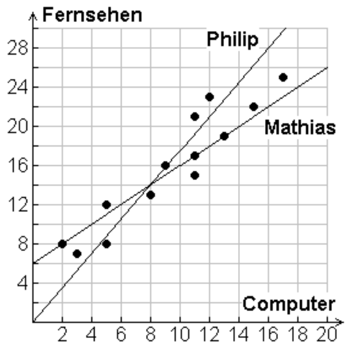
a) Stelle die Daten graphisch dar. Begründe, warum man auch hier von einem linearen Zusammenhang ausgehen kann.
b) Ermittle eine Funktionsgleichung, die sich einigermaßen gut an die Punktwolke anpasst. Diskutiert vorher mögliche Lösungen in der Gruppe.
c) Wenn du jeweils nur drei Messwerte berücksichtigst, findest du besser passende Ausgleichsgeraden. Welche Wassertemperatur erhältst du dann jeweils für 0 m bzw. 20 m?

Tiefe in m	Temperatur in °C
0	15
4	14
8	13
12	6
16	5
20	4

Aufgabe 2

Die Grafik zeigt für 13 Schülerinnen und Schüler jeweils die Zeit (in Stunden), die mit dem Computer und vor dem Fernsehgerät pro Woche verbracht wird.

a) Warum ist die Vermutung, dass eine lineare Funktion (Gerade) den Zusammenhang zwischen ‚Computerzeit' und ‚Fernsehzeit' beschreibt, sinnvoll?
b) Philip und Mathias haben verschiedene Ausgleichsgeraden gefunden.
   - Beschreibe jeweils den Zusammenhang, den Philip und Mathias gefunden haben. Worin liegt ein deutlicher Unterschied?
   - Welche Ausgleichsgerade findest du angemessener? Begründe deine Meinung. Diskutiert mögliche Lösungen in der Gruppe.



Aufgabe 3

Für Normal- und Idealgewicht gibt es jeweils eine Faustformel:
Normalgewicht: *cm über 1 m Körperlänge*
Idealgewicht: *Normalgewicht minus 10 %.*

a) Ermittle jeweils eine Formel (Funktionsgleichung) für das Normal- und Idealgewicht in Abhängigkeit von der Körperlänge.
b) Erstelle eine Messwerttabelle (Gewicht/Länge) für deine Klasse und stelle die Daten im TC dar.
c) Lara berechnet die Mittelwerte des Gewichts und der Körperlänge, trägt den zugehörigen Punkt in das Diagramm ein, zeichnet die Ursprungsgerade durch diesen Punkt und bestimmt den Quotienten aus den beiden Mittelwerten. Welches Modell benutzt Lara? Was meinst du dazu?
d) Bestimme zu den Daten eine geeignete Ausgleichsgerade und interpretiert das Ergebnis. Zeichne zusätzlich in das Diagramm die Grafik zum Normal- und Idealgewicht. Vergleiche die verschiedenen Modelle.

Aufgabe 4

Temperaturen werden mit zunehmender Windstärke als wesentlich kälter empfunden als sie laut Thermometer tatsächlich sind, es wird dann auch manchmal von der „gefühlten Temperatur" gesprochen. Die folgende Tabelle enthält die bei 0 °C gefühlte Temperatur in Abhängigkeit von der Windstärke:

a) Stelle die Daten graphisch dar. Ermittle eine Funktionsgleichung, die zu den Daten passt.
b) Triff mit der Funktionsgleichung eine Vorhersage für die gefühlten Temperaturen bei 0 °C und 8, 10 und 12 Beaufort.

Windstärke (in Beaufort)	0	1	2	3	4	5	6
Gefühlte Temperatur (in C°)	0	- 1	- 2	- 7	- 11	- 14	- 17

Klasse	2.1. Lösen mit Tabelle und Graph	Blatt 2.1.1	Datum:

Aufgabe 1

Es werden die beiden Handy-Tarife "**EASY – FUN**" und " **EASY – PREPAID**" angeboten.

Tarifmerkmale CAliMERO – EASY		
EASY Verbindungspreise innerhalb von Deutschland		
	EASY – FUN	**EASY – PREPAID**
Grundpreis monatlich	$10,^{00}$ €	$0,^{00}$ €
Anrufe ins deutsche Festnetz zur Hauptzeit (pro Minute)	$0,^{50}$ €	$0,^{85}$ €
Anrufe ins deutsche Festnetz zur Nebenzeit (pro Minute)	$0,^{25}$ €	$0,^{35}$ €
Anrufe am Wochenende (pro Minute)	$0,^{20}$ €	$0,^{08}$ €
SMS versenden	$0,^{15}$ €	$0,^{15}$ €

a) Welcher Tarif ist in der Hauptzeit der günstigere?
b) Welcher Tarif ist in der Nebenzeit der günstigere?
c) Was fällt beim Vergleichen der Tarife für das Wochenende auf?

© PAGOT

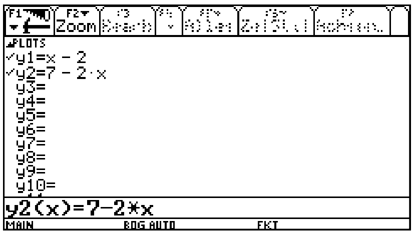
Klasse	2.1. Lösen mit Tabelle und Graph	Blatt 2.1.2	Datum:

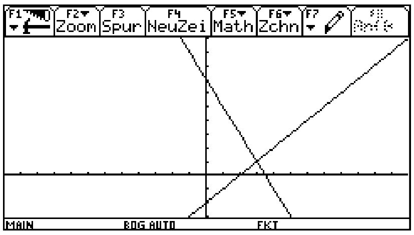
Aufgabe 1

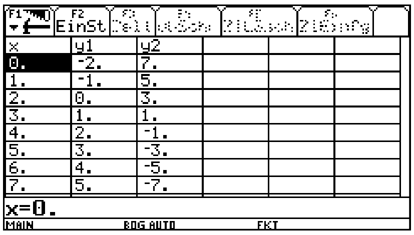
Familie Lampe zieht um und möchte sich dafür am Wochenende einen kleinen Transporter mieten. Der Mietwagenverleih “eurolast” nimmt als Grundgebühr 15 € für das Wochenende und pro gefahrenem Kilometer 0,15 €. Der Autovermieter “germancar” verlangt demgegenüber nur 10 € Grundgebühr für das Wochenende und will aber pro gefahrenem Kilometer 0,25 € haben. Welches Angebot ist günstiger?

Aufgabe 2

Helga hat die Aufgabe erhalten, die beiden Terme x – 2 und 7 – 2 x miteinander zu vergleichen. Sie löst die Aufgabe mit dem TC so:







x	y1	y2
0.	-2.	7.
1.	-1.	5.
2.	0.	3.
3.	1.	1.
4.	2.	-1.
5.	3.	-3.
6.	4.	-5.
7.	5.	-7.

a) Welche Lösung hat Helga gefunden? Erläutere, wie Helga vorgegangen ist.

b) Löse auf die gleiche Weise:

(1) 5 x – 7 = 3 x + 3

(2) x – 3 = 5 x + 5

(3) 4 + 4 x = 2 x – 1

(4) 2 x + 1 = 3 x – 2

Aufgabe 3

Für eine unbekannte Zahl x gelte die Gleichung 2 x – 5 = 1 x + 2. Löse wie in Aufgabe 2.

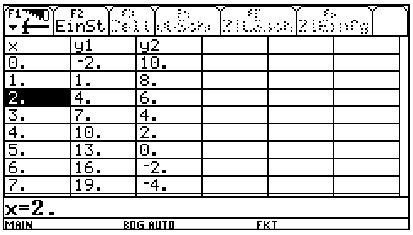
Aufgabe 4

Eva erhält eine Telefonrechnung über 18,57 €. Sie findet, dass das etwas hoch ist und überlegt, wie viele Minuten sie demnach telefoniert haben muss. Die Grundgebühr beträgt 7,99 € und die Gesprächsgebühr 0,23 € pro Minute.

Klasse	2.1. Lösen mit Tabelle und Graph	Blatt 2.1.3	Datum:

Aufgabe 5

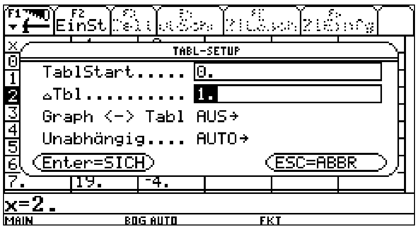
Die Gleichung 3 x – 2 = 10 – 2 x führt zu folgender Tabelle.



x	y1	y2
0.	-2.	10.
1.	1.	8.
2.	4.	6.
3.	7.	4.
4.	10.	2.
5.	13.	0.
6.	16.	-2.
7.	19.	-4.

x=2.

Ermittle die Lösung der Gleichung, indem du die Tabelle verfeinerst. Rufe hierzu das [TblSet] -Menü auf, ersetze hier den markierten Wert für ΔTbl durch einen kleineren Wert und drücke zweimal [ENTER]. Kannst du nun die Lösung ablesen? Verändere gegebenenfalls den Wert für ΔTbl erneut.



Aufgabe 6

Der Elektrizitätsversorger “everlight” bietet seinen Kunden die Möglichkeit zu wählen, ob man für die elektrische Arbeit pro Monat 15,95 € und dann 0,12 € pro Kilowattstunde zahlen möchte (Normaltarif) oder ob man im sogenannten Kleinverbrauchertarif lieber pro Monat 8,95 € und dann aber 0,29 € pro Kilowattstunde bezahlen will. Für wen lohnt sich der Kleinverbrauchertarif?

Klasse	2.2. Äquivalenzumformungen	Blatt 2.2.1	Datum:

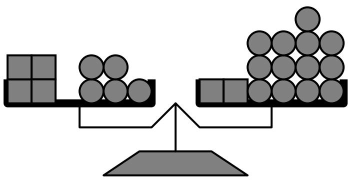
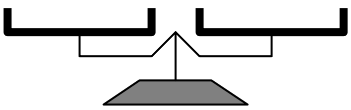
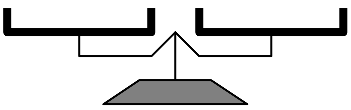
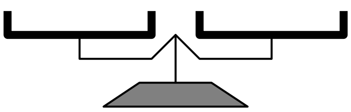
Aufgabe 1

Für Gewerbebetriebe bietet “everlight” neben Normal- und Kleinverbrauchertarif (siehe Aufgabe 6 vom vorherigen Blatt) zudem einen Großverbrauchertarif an. Nur 4 Cent kostet in diesem Tarif eine Kilowattstunde elektrischer Arbeit. Dafür muss der Gewerbebetrieb monatlich jedoch 7.300 € an “everlight” als Grundgebühr überweisen! In welchem Falle sollte der Betrieb diesen Tarif wählen?

Aufgabe 2

Mit der Waage soll das Gewicht eines einzelnen Würfels bestimmt werden. Jede Kugel hat eine Masse von einem Kilogramm. Du darfst Würfel und Kugel wegnehmen wie du willst, aber niemals darf die Waage aus dem Gleichgewicht geraten.

Zeichne die einzelnen Zustände der Waage in die linke Spalte, notiere jeweils darunter die zugehörige Gleichung. Rechts wird notiert, was du von Schritt zu Schritt unternimmst (z. B. *“Ich entnehme der Waage auf jeder Seite einen Würfel“)*.

		
$4x + 5 = 2x + 13$		
		
		
		

Klasse	2.2 Äquivalenzumformungen	Blatt 2.2.2	Datum:

Aufgabe 3

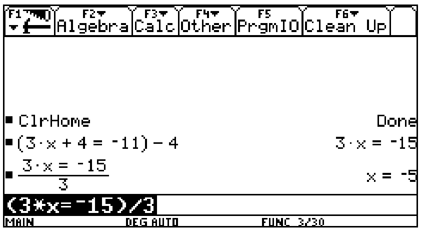
Veranschauliche mithilfe der Waage, wie man die Lösung der Gleichung findet. Begründe, für welche Gleichungen man die Waage zur Veranschaulichung nicht verwenden kann.

a) $6x + 3 = 11 + 2x$
b) $3x + 5 = 6$
c) $6x - 4 = 4x - 10$
d) $2x + 5 = 1x - 1$
e) $5x + 7 = 7$
f) $9x + 9 = 0$

Aufgabe 4

Forme die Gleichungen mit deinem TC Schritt für Schritt um, bis du die Lösung der Gleichung gefunden hast. Schreibe anschließend alle Schritte deiner erfolgreichen Umformungen in dein Heft.

Beispiel: Löse die Gleichung $3x + 4 = -11$.



a) $x - 15 = 7$
b) $12x - 3 = 5$
c) $x \cdot 8 + 4 = 7$
d) $3{,}1415x - 2{,}979 = 101{,}02$
e) $x : 7 = 8$
f) $\frac{1}{3}x - \frac{3}{4} = 5\frac{1}{4}$
g) $-9x = -18$
h) $5x = 3 - 4x$
i) $8x : 5 = 2x : 3$
j) $2x - 3 + 7x : 5 = x + 1$
k) $3a - 14 + a + 2 = 6a : 5$
l) $2 = 3b - 4$
m) $7 + 2c = 3c : 5 - c + 9$
n) $-8z + 15 = 50 + 8$

Für die Knobelbiber:

x) $3z - 5 = 7z - 2 + 89z : 3{,}1 - 2z : 8{,}1 + 23 - z : 6 + z : 2$

y) $(3 + 7z) \cdot 5 - 2 \cdot (11z + 5z) = (3z + 6) : 10 - 2{,}5 + 4z$

z) $x - 5 = -6 : x$

Klasse	2.2 Äquivalenzumformungen – Vermischtes	Blatt 2.2.1	Datum:

Aufgabe 5

Fülle jeweils die Leerstellen – wie im Beispiel a) gezeigt – aus.

a) Monika ist m Jahre alt. Ihre Mutter ist dreimal so alt. Sie ist **3 m** Jahre alt.
b) In der Klasse 7 a sind x Schüler, in der 7 b sind 2 Schüler mehr. In beiden Klassen sind insgesamt __________ Schüler.
c) Die Bundesligamannschaft verfügt über 19 aktive Spieler, davon sind n Spieler in dieser Saison neu hinzugekommen. Es sind __________ Spieler dabei, die schon in der letzten Saison zur Mannschaft gehörten.
d) Eine Flasche Wasser kostet x Cent, eine Flasche Limonade kostet 10 Cent mehr. 12 Flaschen Wasser und 8 Flaschen Limonade kosten zusammen __________ Cent.
e) Die Seite eines Rechtecks ist a cm lang, die andere Seite ist um 4 cm kürzer. Der Umfang des Rechtecks beträgt __________ cm.
f) In einem gleichschenkligen Dreieck hat ein Basiswinkel x °. Der Winkel an der Spitze beträgt ___________°.

Aufgabe 6[1]

Das Übersetzen des Textes in eine Gleichung ist der schwierigste Schritt. Hier kann es trainiert werden. Stelle jeweils eine Gleichung auf und gib die Lösung an.

a) Das Fünffache einer Zahl ist 60.
b) Die Hälfte einer Zahl ist 3.
c) Eine Zahl, vermehrt um 10, ergibt 23.
d) Das Doppelte einer Zahl, vermindert um 7, ergibt 3.
e) Der Nachfolger einer natürlichen Zahl ist 17.
f) Die Summe dreier aufeinander folgender natürlicher Zahlen ergibt 12.
g) Die Differenz einer Zahl mit einem Drittel der Zahl ist 8.
h) Das Produkt einer Zahl mit 7, vermehrt um 3, ergibt 24.

Aufgabe 7[2]

a) Wenn man die Differenz von 7 und einer Zahl mit 5 multipliziert, erhält man 15.
b) Wenn man das Doppelte einer Zahl um 5 vergrößert und die Summe durch 3 dividiert, erhält man 7.
c) Wenn man das Dreifache einer Zahl von 10 subtrahiert und diese Differenz mit 1,5 multipliziert, erhält man 6.

Aufgabe 8

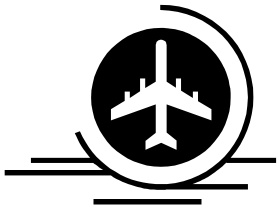
Um ein würfelförmiges Geschenk mit Geschenkband zu verschnüren, braucht man 2 m Schnur (20 cm davon für Knoten und Schleife).
Wie lang ist die Seite des Würfels?

[1] Neue Wege 7,3-507-85503-8, Schroedel
[2] Elemente der Mathematik 8, 3-507-87122-X, Schroedel

Klasse	2.3 Nullstellen	Blatt: 2.3.1	Datum:

Aufgabe 1[1]

Flugzeuge benötigen große Mengen an Kerosin als Treibstoff. Haben die Flugzeuge erst einmal ihre Flughöhe von cirka 12000 Metern erreicht, so fliegen sie gleichmäßig über weite Strecken. Langstreckenflugzeuge können bis 11.000 km am Stück fliegen.
Ein Flugzeug startet mit 21,6 Tonnen Kerosin im Tank. Nach 500 km Flug sind noch 20 Tonnen im Tank.



a) Bestimme, wie weit dieses Flugzeug höchstens fliegen kann.
b) Bestimme, wie weit dieses Flugzeug höchstens fliegen kann, wenn eine halbe Tonne Kerosin als Sicherheitsreserve im Tank bleiben muss.
c) Rüdiger hat für seine Lösung eine Gleichung aufgestellt $y(x) = -1{,}6x + 21{,}6$. Erläutere, wie er auf diese Gleichung gekommen ist. Finde einen Weg, mit dem du mithilfe der Gleichung die Aufgabe a) lösen kannst.

Aufgabe 2[1]

Berechne die Nullstellen der folgenden Funktionen mit den angegebenen Gleichungen:

a) $y(x) = -3x + 7$	b) $y(x) = 2x - 5$	c) $y(x) = -1{,}2x - 9$
d) $y(x) = -\frac{4}{3}x + 5$	e) $y(x) = \frac{3}{5}x - 7$	f) $y(x) = 4x$

Aufgabe 3[1]

Ein Heißluftballon befindet sich in 200 Metern Höhe. Zum Landen verringert er seine Höhe mit der Sinkgeschwindigkeit 1,5 Metern pro Sekunde.

a) Bestimme, wann der Ballon landet.
b) Ab wann unterschreitet der Ballon eine Mindesthöhe von 10 m?
c) Zum sicheren Landen darf die Sinkgeschwindigkeit bis auf höchstens 2 Meter pro Sekunde erhöht werden. Wie viel früher landet der Ballon dann?

Aufgabe 4[1]

Gib drei lineare Funktionen mit der Nullstelle 4 an.

Aufgabe 5[1]

Berechne die Stelle, an der die Funktion den angegebenen Wert annimmt:

a) $y(x) = -3x + 7$ Wert: 1	b) $y(x) = 2x - 5$ Wert: 5	c) $y(x) = -1{,}2x - 9$ Wert: 1,2
d) $y(x) = -\frac{4}{3}x + 5$ Wert: - 3	e) $y(x) = \frac{3}{5}x - 7$ Wert: - 7	f) $y(x) = 4x$ Wert: 9

[1] Elemente der Mathematik 7, 978- 3-507-87207-3, Schroedel

Klasse	2.4 Spezielle Lösungsmengen. …	Blatt: 2.4.1	Datum:

Aufgabe 1

Untersuche die Graphen der folgenden linearen Funktionen auf Schnittpunkte:

a) $y_1(x) = -\frac{1}{5}x + \frac{7}{2}$ und $y_2(x) = 3{,}5 - 0{,}2\,x$

b) $y_3(x) = \frac{3}{4}x - 7$ und $y_4(x) = 0{,}75\,x + 5$

c) $y_5(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$ und $y_6(x) = \frac{3}{2}x - 2$

Aufgabe 2

Untersuche die Graphen der folgenden linearen Funktionen auf Schnittpunkte:

a) $y_1(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{3}{5}$ und $y_2(x) = \frac{3}{4}x - 4$

b) $y_3(x) = \frac{2}{5}x - 8$ und $y_4(x) = 0{,}4\,x + 5$

c) $y_5(x) = -\frac{1}{8}x + \frac{7}{4}$ und $y_6(x) = 1{,}75 - 0{,}125\,x$

d) $y_7(x) = x + 1$ und $y_8(x) = \frac{998}{999}x - 1$

Aufgabe 3

Stelle jeweils zwei Funktionsgleichungen so auf, dass

a) sich ihre Graphen bei x = 6 schneiden,

b) sich ihre Graphen auf der x-Achse schneiden,

c) sich ihre Graphen auf der y-Achse schneiden,

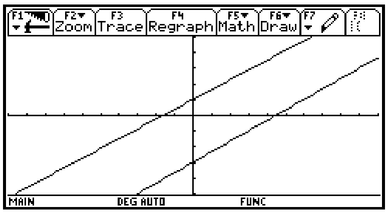
d) sich ihre Graphen nicht schneiden,

e) ihre Graphen identisch sind,

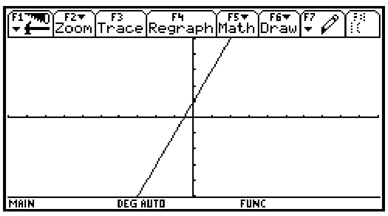
f) sich ihre Graphen nur bei x = - 1 und x = 1 schneiden.

Aufgabe 4[1]

a) Daniela hat den Schnittpunkt der beiden Geraden $y_1(x) = \frac{2}{3}x - 3$ und $y_2(x) = \frac{5}{8}x + 1$ grafisch bestimmt.
Sie kommt zu dem Ergebnis, dass kein Schnittpunkt existiert. Paul ist da skeptisch…



b) Mathias hat den Schnittpunkt der beiden Geraden $y_1(x) = 2x + 1$ und $y_2(x) = 0{,}5\,x + 25$ grafisch bestimmt.
Er kommt zu dem Ergebnis, dass kein Schnittpunkt existiert. Greta ist da skeptisch…



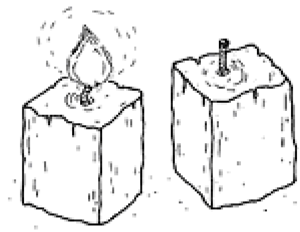
c) Niko meint, dass man grafisch nie genau entscheiden kann, ob sich zwei Geraden schneiden. Was meinst du?

[1] Neue Wege 7, 978-3-507-85503-8, Schroedel

Klasse	2.4 Spezielle Lösungsmengen. …	Blatt: 2.4.2	Datum:

Aufgabe 1

Zwei Kerzen brennen mit unterschiedlicher Geschwindigkeit ab.



a) Kerze A ist 16 cm lang und brennt mit 3 cm pro Stunde ab.
Kerze B ist 10 cm lang und brennt mit 1 cm pro Stunde ab.

b) Kerze C ist 20 cm lang und brennt mit 2 cm pro Stunde ab.
Kerze D ist 25 cm lang und brennt mit 1 cm pro Stunde ab.

c) Kerze E ist 36 cm lang und brennt mit 3 cm pro Stunde ab.
Kerze F ist 10 cm lang und brennt mit 1 cm pro Stunde ab.

Beschreibe die Längenabnahmen mathematisch.
Wann sind die Kerzen jeweils gleich lang?

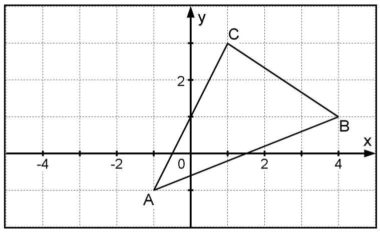
d) Wie lang müsste Kerze F sein, damit sie zur gleichen Zeit wie Kerze E abgebrannt ist?
Begründe deine Antwort.

Aufgabe 2

Je drei Geraden beschreiben ein Dreieck. Berechne jeweils die Koordinaten der Eckpunkte

a) $y_1(x) = \frac{3}{7}x + \frac{23}{7}$ und $y_2(x) = 3x - 7$ und $y_3(x) = -\frac{3}{5}x + \frac{1}{5}$

b) $y_1(x) = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$ und $y_2(x) = -0{,}6x - 2$ und $y_3(x) = -\frac{3}{5}x + \frac{1}{5}$



Planfigur

Aufgabe 3

Dein Nachbar hat die letzten Stunden gefehlt. Erkläre ihm schriftlich, wie man ohne zu rechnen an Geradengleichungen erkennen kann, welche Art von Lösungsmenge entsteht.

Aufgabe 4

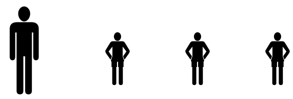
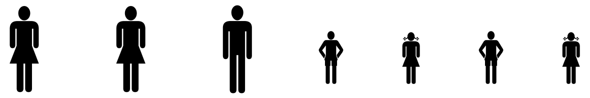
		Brenndauer der Kerze in Minuten			
		0	**10**	**25**	**30**
Länge der Kerzen in cm	**blau**	5,7	5,2	4,5	4,2
	grün	2,1	1,9	1,6	1,5
	rot	5,0	4,6	4,0	3,8
	weiß	8,3	7,4	6,1	5,6
	gelb	6,2	5,6	4,6	4,4

Welche der Kerzen wird zuerst verlöschen? Nach welcher Brenndauer wird das sein?

Klasse	2.5 Gleichungssysteme	Blatt: 2.5.1	Datum:

Aufgabe 1

An der Kinokasse hängt dieses Schild. Ergänze die Preisangabe in der dritten Zeile.

	18,00 €
	16,50 €
	

Aufgabe 2

a) $2x + y = 5$
$x - 3y = -1$

b) $3x + 4y = 14$
$4x + y = -3$

c) $5x + y = 2{,}5$
$10x - y = 5$

Aufgabe 3

In einem Stall sind Hasen und Hennen und zwar 36 Tiere mit insgesamt 120 Füßen.
Wie viele Hasen und Hennen sind es jeweils?

Aufgabe 4

Jeder Zwerg isst ein Huhn, jeder Räuber isst drei Hühner. Jeder Zwerg trinkt zwei, jeder Räuber trinkt fünf Flaschen Wein. Zusammen essen sie 132 Hühner und trinken 228 Flaschen Wein.
Bestimme, wie viele Zwerge und wie viele Räuber an dem Mahl teilnehmen.

Aufgabe 5

Die Quersumme einer zweistelligen Zahl ist 15, die Differenz der Ziffern ist 3. Bestimme alle Zahlen, für die dies gilt.

Aufgabe 6

Nach dem Buch „Vollständige Anleitung zur Algebra“ von Leonhard Euler (1707-1783):

„Zwei Personen sind 29 Rubel schuldig; nun hat zwar jeder Geld, doch nicht so viel, dass er diese gemeinschaftliche Schuld allein bezahlen könnte; drum sagt der Erste zum anderen: Gibst du mir zwei Viertel deines Geldes, so kann ich die Schuld sogleich allein bezahlen. Der andere antwortet dagegen: Gibst du mir drei Viertel deines Geldes, so kann ich die Schuld allein bezahlen.“

Wie viel Geld hat jeder?

Klasse	2.5 Gleichungssysteme	Blatt: 2.5.2	Datum:

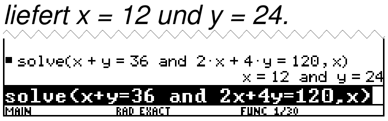
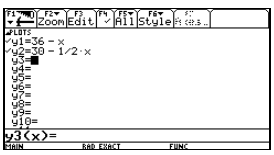
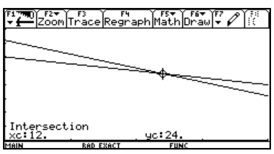
Aufgabe 7

Löse die beiden Gleichungssysteme algebraisch und vergleiche die Lösungen.
Skizziere die zugehörigen Graphen und begründe, warum diese geringfügige Änderung eine solche Auswirkung hat.

a) $$\begin{aligned} 103\,x - 104\,y &= 51 \\ 207\,x - 209\,y &= 102 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} 103{,}01\,x - 104\,y &= 51 \\ 207\,x - 209\,y &= 102 \end{aligned}$$

Lösungsverfahren mit LGS

Aufgabentext: *In einem Stall sind Hasen und Hennen und zwar 36 Tiere mit insgesamt 120 Füßen.* *Wie viele Hasen und Hennen sind es jeweils?*	Aufgabentext: *Bei einem Basketballspiel kann man mit einem Wurf aus dem Feld zwei oder drei Punkte erzielen. Janina hat 16 Körbe aus dem Feld erzielt und dabei 36 Punkte gemacht.* *Wie viele Drei-Punkt-Würfe und Zwei-Punkt-Würfe hat sie erzielt?*
Informationen in Kurzform *Anzahl der Tiere: 36* *Anzahl der Füße: 120* *Es gibt Zweibeiner (Hennen) und Vierbeiner (Hasen)*	Informationen in Kurzform
Variablen benennen x*: Anzahl der Hennen* y*: Anzahl der Hasen*	Variablen benennen
Gleichungssystem aufstellen $x + y = 36$ $2\,x + 4\,y = 120$	Gleichungssystem aufstellen
Gleichungssystem lösen *Lösen mit dem Rechner (solve (… and …,x)) liefert x = 12 und y = 24.* 	Gleichungssystem lösen
Probe durch Einsetzen/Veranschaulichung Werte einsetzen  	
Glaubwürdigkeitsüberprüfung anhand der Problemstellung *24 Hasen haben 96 Beine, 12 Hennen 24 Beine.*	
Antwort: *Es sind 24 Hasen und 12 Hennen.*	

Klasse	2.5 Gleichungssysteme	Blatt: 2.5.3	Datum:

Aufgabe 1

Löse:

a)
$$\begin{aligned} 3x + 5y &= 150 \\ x + y &= 46 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 6s - 3t &= 9 \\ 4t - 8s &= -10 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} x + 3y &= 6 \\ 2x + 6y &= 9 \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} 4s + 2t &= 5 \\ -2s - t &= -2{,}5 \end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned} x &= 3y + 6 \\ 6y - x &= 9 \end{aligned}$$

f)
$$\begin{aligned} 25x + 4y &= 20 \\ 6x + y &= 0 \end{aligned}$$

g)
$$\begin{aligned} 4x - 2y &= 2 \\ 12x &= 6 + 6y \end{aligned}$$

h)
$$\begin{aligned} y + x &= 24 \\ y &= -x + 6 \end{aligned}$$

i)
Setze für a und b Zahlen ein, so dass das Gleichungssystem (I) keine, (II) eine bzw. (III) unendlich viele Lösungen hat.
$4x + 2y = 0$
$ax + 2y = b$

Aufgabe 2

Die Kosten für eine Fahrt mit einem Funktaxi setzen sich aus der Grundgebühr und den Kosten pro gefahrenen Kilometer zusammen. Für eine 16 km lange Fahrt muss man 16,90 €, für eine 24 km lange Fahrt 24,10 € bezahlen.

a) Wie hoch sind die Grundgebühr und die Kosten pro gefahrenen Kilometer?
b) Ein Konkurrenzunternehmen verlangt für eine Fahrt 3,50 € Grundgebühr und pro gefahrenen Kilometer 80 ct. Welches Unternehmen ist günstiger?

Aufgabe 3

Ein Sportverein hat 3500 Mitglieder, davon 2000 Jugendliche. Diese zahlten bisher 5 € Monatsbeitrag, die Erwachsenen 7 €. Die gesamten Beitragseinnahmen müssen auf 34.500 € monatlich erhöht werden.

Wie sollen die Beiträge neu festgesetzt werden?

Aufgabe 4[1]

Michael fährt um 15.00 Uhr mit deinem Fahrrad von Walsrode über Dorfmark in das 26 km entfernte Soltau, wo er um 17.00 Uhr ankommt.
Dort ist um 15.20 Uhr Anne gestartet und um 16.00 Uhr im 8 km entfernten Dorfmark angekommen.

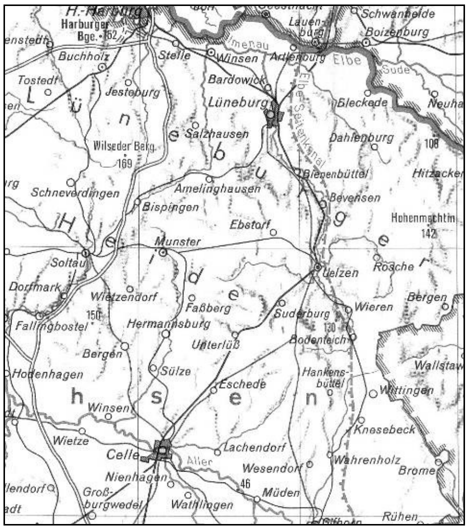
a) Veranschauliche den Bewegungsvorgang mit deinem TC in einem Diagramm.
b) Wann und wo haben sich beide getroffen?

[1] Elemente der Mathematik 8, 3-507-87122-X, Schroedel

Klasse	2.5 Gleichungssysteme	Blatt: 2.5.4	Datum:

Aufgabe 1[1]

Lüneburg, Uelzen und Gifhorn liegen an der Harz-Heide-Straße. Uelzen ist 40 km von Lüneburg und 60 km von Gifhorn entfernt. Von Lüneburg fährt um 8.00 Uhr ein Mopedfahrer mit 35 km/h nach Gifhorn. Um 8.40 Uhr fährt ein Radfahrer von Uelzen mit der Geschwindigkeit 15 km/h nach Gifhorn.



a) Veranschauliche den Bewegungsvorgang mit deinem TC in einem Diagramm. Wer kommt als erster und mit welchem Zeitvorsprung in Gifhorn an?
b) Ändere die Startzeiten und beschreibe die Auswirkungen.
c) Wann muss der Mopedfahrer starten, wenn er den Radfahrer nach genau 60 km Fahrt einholen will.

Aufgabe 2

Aus Sahne mit einem Fettgehalt von 30 % und Milch mit einem Fettgehalt von 3 % sollen zwei Liter „Kaffeesahne" mit einem Fettgehalt von 10 % gemischt werden.
Karin stellt folgendes Gleichungssystem auf:

$$\begin{aligned} x + y &= 2 \\ \frac{30}{100}\cdot x + \frac{3}{100}\cdot y &= \frac{10}{100}\cdot 2 \end{aligned}$$

a) Erläutere den Ansatz und löse das Gleichungssystem.
b) Bestimme die benötigten Mengen an Sahne und Milch, wenn 5 Liter einer 8 %igen „Kaffeesahne" hergestellt werden sollen.

Aufgabe 3

In Deutschland sind folgende Goldlegierungen gebräuchlich:

900/000 „Münzgold", satte Goldfarbe, weich
750/000 feine Goldfarbe, gute Festigkeit, leicht zu verarbeiten
585/000 nicht ganz so schön, härter, gut geeignet für Gussteile
333/000 eigentlich eine Kupferlegierung, Farbe messingartig, nicht korrosionsfest

Dabei bedeutet z.B. 585/000, dass 585 Promille, also $\frac{585}{1000}$ der Masse reines Gold sind.

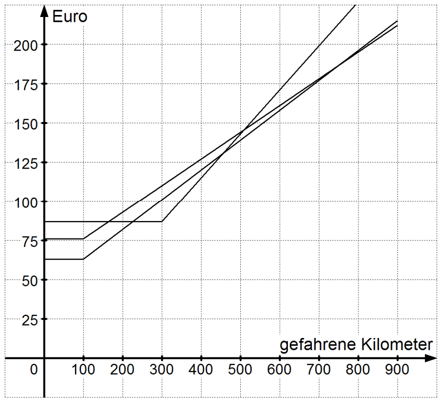
a) Bestimme die Menge Münzgold, die man mit 5 g 585/000 Gold verschmelzen muss, um 750/000 Gold zu erhalten.
b) Bestimme die Mengen 750/000 und 333/000 Gold, die man zusammengeben muss, um 8 g 585/000 Gold zu erhalten.

[1] Elemente der Mathematik 8, 3-507-87122-X, Schroedel

Klasse	2.5 Gleichungssysteme	Blatt: 2.5.5	Datum:

Aufgabe 1

Drei verschiedene Unternehmen bieten einen Mietwagen an, dabei unterscheiden sich die Tarife der verschiedenen Unternehmen. Die folgende Grafik stellt die verschiedenen Tarife dar.



a) Ordne den Graphen die folgenden Tarife zu:
   I. Grundpreis 63 € incl. 100 km; 19 ct je weiteren km
   II. Grundpreis 76 € incl. 100 km; 17 ct je weiteren km
   III. Grundpreis 87 € incl. 300 km; 28 ct je weiteren km
b) Vergleiche die Tarife anhand der Graphen zunächst näherungsweise.
c) Präzisiere deine Ergebnisse aus b) rechnerisch.

Aufgabe 2[1]

Flugzeug - geschwindigkeit	−	Wind - geschwindigkeit	=	Geschwindigkeit über Boden bei Gegenwind
Flugzeug - geschwindigkeit	+	Wind - geschwindigkeit	=	Geschwindigkeit über Boden bei Rückenwind

Ein Flug von Frankfurt nach New York über 6150 km dauert gegen den Wind 8 Std. 12 Min. Auf dem Hinflug beträgt die durchschnittliche Geschwindigkeit über Boden 750 km/h. Der Rückflug dauert bei einer Geschwindigkeit über Boden vom 820 km/h nur 7 Std 30 Min. Die Wind- und die Flugzeuggeschwindigkeit ist bei beiden Flügen gleich.

Bestimme diese Geschwindigkeiten.

Aufgabe 3[1]

Eine Boing 747 fliegt die 4800 km von Los Angeles nach New York mit Rückenwind in 5 Stunden. Auf dem Rückweg, gegen den Wind, benötigt sie 6 Stunden.

Bestimme die Eigengeschwindigkeit des Flugzeuges sowie die Windgeschwindigkeit.

Aufgabe 4

Zwischen Hameln und Bodenwerder liegen 24 Flusskilometer der Weser.

Bestimme die Eigengeschwindigkeit des Schiffes und die sich ergebende Fließgeschwindigkeit der Weser, wenn diese als konstant und gleich angenommen werden.

Hameln – Bodenwerder – Hameln	
Donnerstags nach Anmeldung	
Abfahrt	**Ankunft**
09:30 Uhr Hameln	13:30 Uhr Bodenwerder
17:00 Uhr Bodenwerder	19:00 Uhr Hameln

[1] Neue Wege 8, 3-507-85458-9, Schroedel

Klasse	2.5 Gleichungssysteme	Blatt: 2.5.6	Datum:

Aufgabe 1

Der euch allen bekannte Fehlerteufel hat mal wieder zugeschlagen.
Eure Aufgabe ist es, seine Taten aufzudecken und ihm die Hölle heiß zu machen.

Zahlenrätsel

Stelle zu folgendem Problem ein passendes LGS auf:
Das Negative der einen Zahl ist viermal so groß wie die andere Zahl minus 10. Die Summe der beiden Zahlen beträgt 13.

Lösung:

$$\left| \begin{array}{c} 4(-x) = y - 10 \\ x + y = 13 \end{array} \right| \Rightarrow x = -1; \quad y = 14$$

Welcher Fehler wurde hier begangen?

Euro

Stelle zu folgendem Problem ein passendes LGS auf:
Ein 50-Euro-Schein wird so in 10-Euro-Scheine und 5-Euro-Scheine gewechselt, dass die Anzahl der kleineren Scheine dreimal so groß ist wie die Anzahl der größeren Scheine. Wie viele Scheine sind es jeweils?

Lösung:

$$\left| \begin{array}{c} x + y = 50 \\ 3x = y \end{array} \right| \Rightarrow x = 12{,}5; y = 37{,}5$$

Welcher Fehler wurde hier begangen?

Kapitänsaufgabe

Stelle zu folgendem Problem ein passendes LGS auf:
Ein Schiff ist viermal so lang wie der Kapitän alt ist. Die Summe aus beiden ist so hoch wie die Siedetemperatur des Wassers. Wie alt ist der Kapitän und wie lang das Schiff?

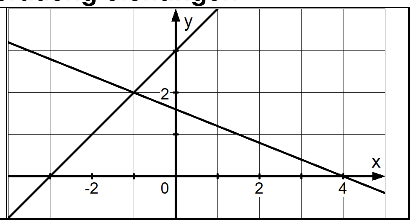
Lösung:

$$\left| \begin{array}{c} L = 4A \\ L + 4A = 100 \end{array} \right| \Rightarrow L = 50; \; A = 12{,}5$$

Welcher Fehler wurde hier begangen?

Geradengleichungen

Rechts sind zwei Geraden dargestellt.



Gib die entsprechenden Geradengleichungen sowie die Koordinaten des Schnittpunktes möglichst genau an.

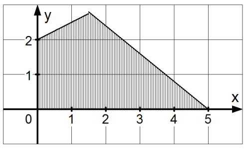
Lösung:

$$\left| \begin{array}{c} y_1 = x + 3 \\ y_2 = \frac{2}{5}x + 1{,}5 \end{array} \right| \quad \text{Schnittpunkt } (-1 \mid 2)$$

Welcher Fehler wurde hier begangen?

Ungleichungssystem

Stelle ein Ungleichungssystem auf, dessen Lösungsmenge der grau unterlegten Fläche entspricht.
Lösung:



$$\left| \begin{array}{l} y < 0{,}5x + 2 \\ y > -\frac{4}{5}x + 4 \end{array} \right|$$

Welcher Fehler wurde hier begangen?

Schnittpunkte

Drei verschiedene Geraden können keinen, einen, zwei oder drei Schnittpunkte haben. Stelle fest, welcher der vier Fälle im folgenden Beispiel vorliegt:

$y = 0{,}5\,x + 3 \qquad y = -\,0{,}5\,x \qquad y = 0{,}5\,x - 2$

Lösung:
Die drei Geraden liegen parallel zueinander und haben somit keinen Schnittpunkt.

Welcher Fehler wurde hier begangen?

Klasse	2.6 Modellieren mit linearen Funktionen	Blatt: 2.6.1	Datum:

Aufgabe 1

Vergleiche die Tarife miteinander:

CALI-MEX	Die CAliMERO-Mobile Flatrate Endlos telefonieren und SMS schreiben		
Tarifname	**Inklusivleistungen**	**In andere Mobilfunknetze**	**Tarifpreis pro Monat**
CALI-MEX	Unbegrenzt ins CAliMERO-Netz & ins dt. Festnetz telefonieren & netzintern SMS schreiben, Mobilbox-Abfrage kostenlos plus CAliMERO@CAS.com inklusive	0,25 € / Min.	$40,^{00}$ €

CALI-FLEX	Die günstigen CAliMERO-Minutenpakete Sorglos in alle Netze telefonieren		
Tarifname	**Inklusivleistungen**	**außerhalb des Minutenbudgets**	**Tarifpreis pro Monat**
CALI-FLEX 70	70 Inklusivminuten, in alle Netze zum selben Preis telefonieren, Mobilbox-Abfrage kostenlos	0,45 € / Min.	$17,^{00}$ €

Aufgabe 2

Eine Bank möchte Telefonkosten sparen. Sie hat drei Abteilungen, die das Telefon unterschiedlich nutzen, sowie drei Angebote von verschiedenen Telefongesellschaften. Die Bank kann für jede Abteilung einen Vertrag mit einer anderen Telefongesellschaft abschließen. In der Tabelle ist die jeweilige Gesprächsdauer in Stunden für jede Abteilung angegeben.

Abteilung	Monatl. Gesprächs-dauer in Std.	**CALI - HAPPY**	**T-PLUS - CLASSIC**	**V2 - FON**
Computerabteilung (EDV)	1000			
Filialgeschäft (Zweigstellen)	2500			
Börsenhandel	5000			

Die Angebote der Telefongesellschaften lauten:

CALI - HAPPY: 1500 € Grundgebühr und 0,60 € pro telefonierte Stunde
T-PLUS - CLASSIC: 1000 € Grundgebühr und 0,80 € pro Stunde
V2 - FON: keine Grundgebühr und 2 € pro Stunde

Ihr seid die Mitarbeiter eines Teams, das für jede Abteilung das beste Angebot auswählen soll. Begründet eure Entscheidung. Fertigt auch eine graphische Darstellung an, um euren Chef zu überzeugen.

Aufgabe 3

Diese Gleichungen sollen beschreiben, welche Kosten beim Telefonieren mit dem Handy entstanden sind.

$y = 4{,}95 + 0{,}30\,x$ $\quad y = 0{,}79\,x$ $\quad y = 15$

$y = 25 - 0{,}69\,x$ $\quad y = 10 + x$ $\quad x = 25$

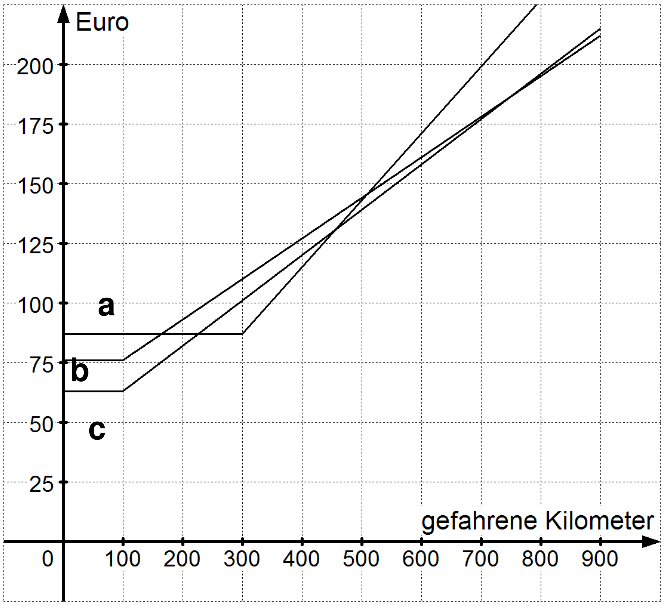
a) Überprüfe, welche Gleichungen sinnvoll sind.
b) Beschreibe die Aussage der Gleichungen in Worten.
c) Stelle selbst Gleichungen auf und lasse sie von deinem Nachbarn / deiner Nachbarin überprüfen.

Klasse	2.6 Modellieren mit linearen Funktionen	Blatt: 2.6.2	Datum:

Aufgabe 3

Drei Unternehmen bieten einen Mietwagen an, dabei unterscheiden sich die Tarife dieser Unternehmen. Die folgende Grafik stellt die verschiedenen Tarife dar.

Vergleiche die Tarife der einzelnen Unternehmen und stelle eine Empfehlung auf.

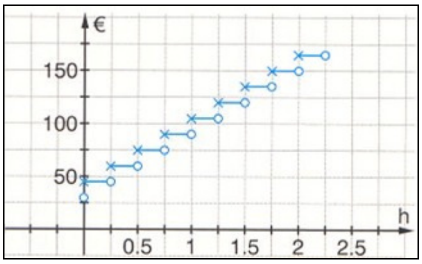


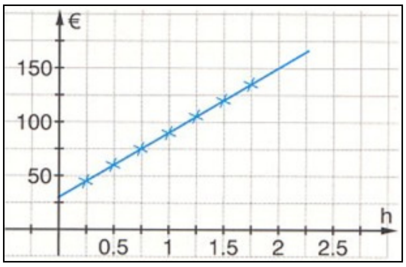
Aufgabe 4[1]

Ein Computer-Service bietet Reparaturen zu Hause an. Dazu berechnet die Firma pauschal für den Anfahrtsweg 30 € und für jede angefangene Viertelstunde 15 €.

a) Vervollständige die Tabelle.
b) Begründe, welcher der beiden Graphen die Zuordnung Arbeitszeit → Rechnungsbetrag zutreffend beschreibt.

Auftrag	Arbeitszeit	Rechnungsbetrag
Peter	1:40 h	
Müller	18 min	
Schröder	$\frac{1}{2}$ h	
Köhler		120 €

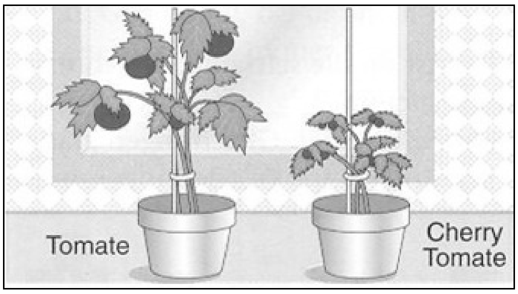




Aufgabe 5[1]

Die linke Tomatenpflanze ist jetzt 48 cm hoch und wächst 6 cm pro Woche. Die „Cherry“-Tomate ist zum selben Zeitpunkt 24 cm hoch und wächst 8 cm pro Woche.

Untersuche, ob die beiden Pflanzen zu irgendeinem Zeitpunkt die gleiche Höhe haben werden.



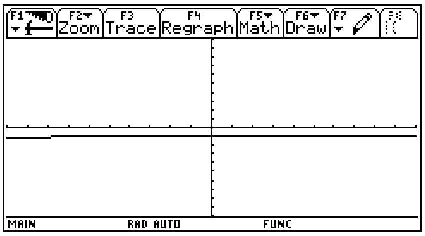
[1] Neue Wege 7, 3-507-85503-8, Schroedel

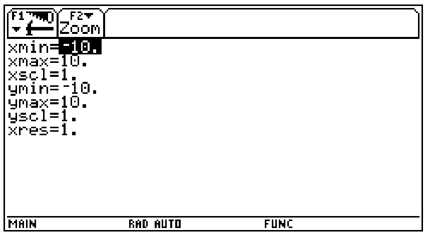
Klasse	3. Vermischte Übungen	Blatt: 3.1	Datum:

Aufgabe 1

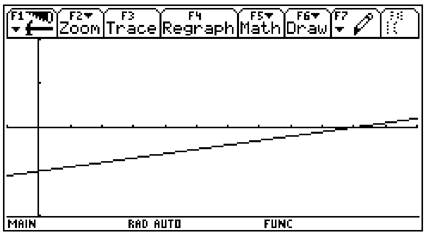
a) Jan und Tom haben den Graphen der Funktion zu $y = 0{,}01\,x - 1$ mit dem Taschencomputer gezeichnet. Vergleiche ihre Darstellungen.

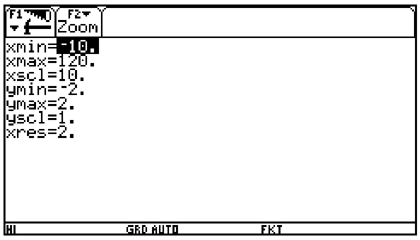
Jan:





Tom:





b) Stelle mit dem Taschencomputer den Graphen der Funktion so dar, dass die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen gut zu sehen sind:

(1) $y(x) = 200\,x + 20$ (2) $y(x) = -\,0{,}02\,x + 30$ (3) $y(x) = 70\,x - 2000$

Aufgabe 2[1]

Marie behauptet:

„Alle linearen Funktionen haben als Graphen Geraden. Also gibt es zu jeder in einem Koordinatensystem gezeichneten Geraden eine lineare Funktion, die genau diese Gerade als Graphen hat.“

Nimm Stellung zu dieser Aussage.

Aufgabe 3[1]

In den USA wird die Temperatur nicht in °C, sondern in °F (gesprochen: Grad Fahrenheit) gemessen. Vielleicht hast du solch eine Temperaturangabe auch schon einmal auf dem Bordmonitor eines Flugzeugs gesehen. Diese Temperaturskala geht auf den Physiker Daniel Gabriel Fahrenheit (∗ Danzig 1686 – ✝Den Haag 1736) zurück. Er legte die Gefriertemperatur von Wasser auf 32 °F und die Siedetemperatur von Wasser auf 212 °F fest.

a) Zeichne den Graphen für die Funktion

Temperatur in °C → Temperatur in °F.

Gib auch deren Funktionsgleichung an.

b) Gibt es Temperaturen, die auf der Fahrenheit- und der Celsius-Skala dieselbe Gradzahl haben?

c) Moritz ist im Urlaub in den USA.
Er verwendet zur Umrechnung der Temperatur von °F in °C eine Faustformel. Was hältst du davon?

1 Elemente der Mathematik7, 978- 3-507-87207-3, Schroedel

Klasse	3. Vermischte Übungen	Blatt: 3.2	Datum:

Aufgabe 4[1]

Liegen die folgenden Punkte auf dem Graphen einer linearen Funktion? Falls ja, gib die Funktionsgleichung an. Falls nein, begründe deine Antwort.

a) P (0 | 4) , Q (- 1 | 3) , R (3 | 1) b) P (0 | 5) , Q (3 | 3) , R (- 3 | 7)

Aufgabe 5[1]

Vier Autovermietungsfirmen machen für ein- und denselben Wagentyp folgende Angebote. Vergleiche sie und schreibe einen kleinen Bericht für eine Verbraucher-Zeitschrift.

Aufgabe 6[1]

Im Internet gibt es Börsen, die den Ankauf und Verkauf von Dingen vermitteln. Jeder kann Verkaufsangebote und Kaufgesuche dort veröffentlichen. Diese Börsen erhalten für ihren Dienst eine Verkaufsprovision, die vom Verkäufer zu zahlen ist und vom Verkaufspreis abhängig ist.

Verkaufspreis	Verkaufsprovision
1,00 € - 50,00 €	5,0% des Verkaufspreises
50,01 € - 500,00 €	2,50 € plus 4,0% des Preises über 50,01 €
über 500,01 €	20,50 € plus 2,0% des Preises über 500,01 €

a) Gib die Provision für die Verkaufspreise 20 €, 40 €, 80 €, 100 €, 640 € und 1000 € an.

b) Zeichne den Graphen der Provisionsfunktion und stelle deren Gleichung für jeden Abschnitt auf.

c) Zeichne zum Vergleich die Provision, die sich ergäbe, wenn man einfach immer 5 % des Verkaufspreises zahlen müsste. Wofür sorgt die gestaffelte Regelung?

[1] Elemente der Mathematik7, 978- 3-507-87207-3, Schroedel

Wissensspeicher

Lineare Funktion

Funktionsgleichung: $y = 1{,}5x + 2$ $y = mx + b$

Wertetabelle:

x	−1	0	1	2	3	…
y	0,5	2	3,5	5	6,5	…

+1 +1 +1 +1

+1,5 +1,5 +1,5

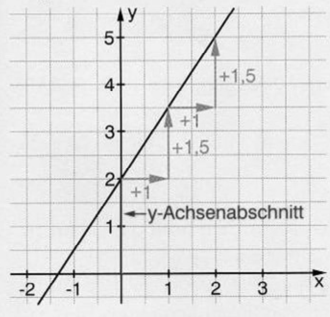
x	0	1	2
y	b		

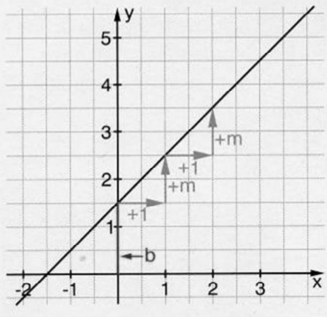
+1 +1

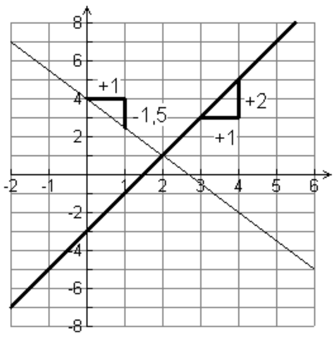
+m +m

b: y-Achsenabschnitt
m: Steigung

Graph:







Beispiele

(A)
Zeichne die Gerade zu der Funktion mit der Gleichung $y = 1{,}5 \cdot x + 2$

(1) Vom Ursprung 2 hoch.

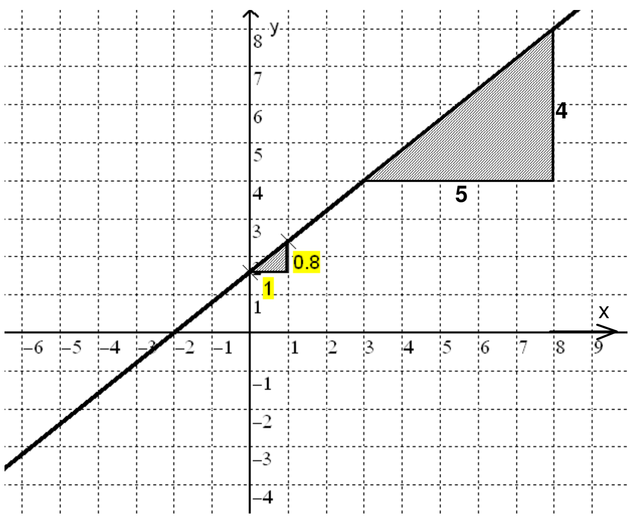
(2) Von dort 2 rechts und 3 hoch.

(3) Zeichne die Gerade

(B)
Die **dicke** Gerade $\boxed{y = 2x - 3}$ hat die positive Steigung 2 (1 nach rechts, 2 nach oben) und verläuft von links unten nach rechts oben.

Die dünne Gerade $\boxed{y = -1{,}5x + 4}$ hat die negative Steigung - 1,5 (1 nach rechts, 1,5 nach unten) und verläuft von links oben nach rechts unten.

Zeichnen eines geeigneten Steigungsdreiecks

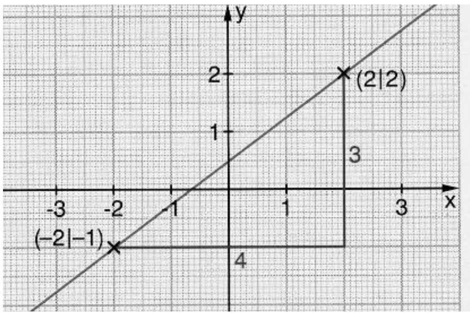


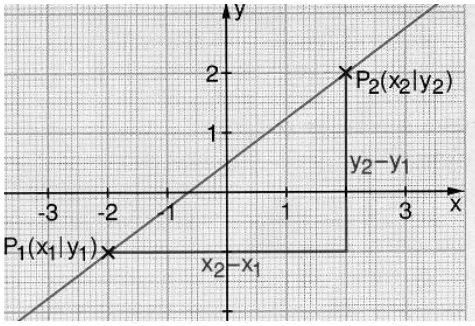
$m = \frac{4}{5} = 0{,}8$

Beachte: Ein Steigungsdreieck ist immer an gut ablesbaren Gitterpunkten der Geraden anzutragen.

Gerade durch zwei Punkte

Zu zwei bekannten Punkten $P_1(-2 \mid -1)$ und $P_2(2 \mid 2)$ einer Geraden g lässt sich die Funktionsgleichung der Geraden g berechnen.





$$m=\frac{2-(-1)}{2-(-2)}=\frac{3}{4}$$

$$y=\frac{3}{4}x+b$$

$$2=\frac{3}{4}\cdot 2+b$$

$$b=\frac{1}{2}$$

Die Steigung wird mithilfe der Koordinaten der beiden Punkte berechnet:

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

Die Koordinaten eines der beiden Punkte werden in die Gleichung $y=\frac{3}{4}x+b$ eingesetzt und anschließend durch Umformung b bestimmt.

Die Funktionsgleichung der Geraden g lautet nun: $y=\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}$.

Ausgleichsgerade

Um einen Zusammenhang zwischen Messwerten entdecken zu können, erstellt man ein Diagramm zu den Daten. Zumeist „streuen“ die Daten mehr oder weniger stark oder bilden sogar ein „**Punktwolke**“. Ein solches Diagramm heißt **Streudiagramm**. Wenn die gemessenen Wertepaare im Streudiagramm in etwa auf einer Geraden liegen, so weist dies auf einen „linearen Zusammenhang“ der Größen hin. Man kann dann „nach Augenmaß“ eine **Ausgleichsgerade** zeichnen und eine Gleichung aufstellen. Damit können dann nicht gemessene Zwischenwerte oder bestimmte Voraussagen „berechnet“ werden.

Anpassen einer Ausgleichsgeraden an Daten:

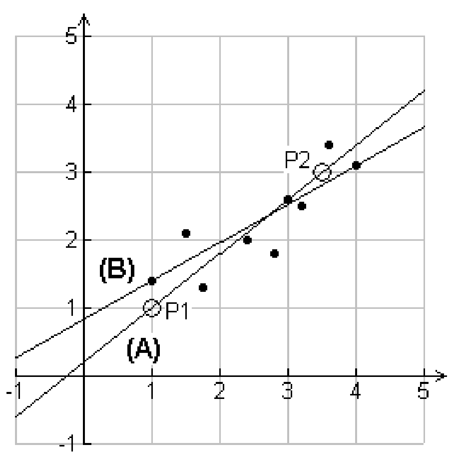
I.) Händische Auswertung

1. Streudiagramm zeichnen:
   Die gemessenen Wertepaare aus der Tabelle grafisch darstellen.
2. Gerade anpassen:
   Zeichne eine Gerade, die „möglichst gut“ zu der Punktwolke passt.
3. Funktionsgleichung bestimmen:
   (vergl. Gerade durch zwei Punkte)

II.) Auswertung mit dem CAS

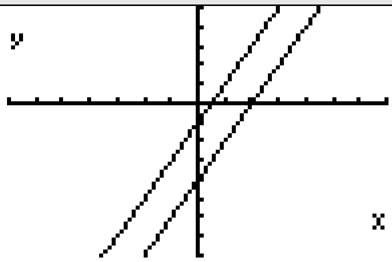
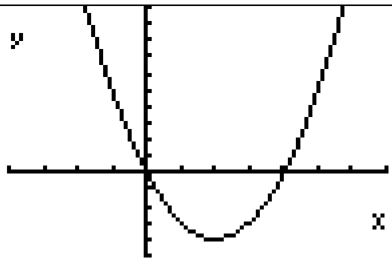
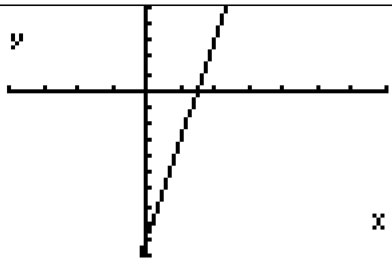
1. Gib die Daten im Data-Matrix-Editor ein und erstelle einen Plot.
2. Gehe zurück zum Data-Matrix-Editor und erstelle über Calculate (F5) eine Ausgleichsgerade mithilfe des Moduls „LinReg“.
3. Im Graphik-Fenster kannst du die Ausgleichsgerade und den Daten-Plot gleichzeitig anzeigen lassen.

x	1,0	1,5	1,8	2,4	2,8	3,0	3,2	3,6	4,0
y	1,4	2,1	1,3	2,0	1,8	2,6	2,5	3,4	3,1



Nicht eindeutig bestimmbare Lösungen

Nicht jede Gleichung führt zu einer eindeutigen Bestimmung des Wertes für x. Manche Gleichungen haben keine Lösung, manche mehr als eine und andere sogar unendlich viele.

	Beispiele	Grafik	Tabelle
Fall A: keine Lösung	$2(x-2)=2x-1$		Für keinen x-Wert gleichen y-Wert
Fall B: zwei Lösungen	$x\cdot(x-4)$ $x_1=0$ $x_2=4$		Für zwei x-Werte gleichen y-Wert
Fall C: unendlich viele Lösungen	$2(3x-4{,}5)=1{,}5(4x-6)$		Für jeden x-Wert gleichen y-Wert

Rechnerische Bestimmung der exakten Lösung

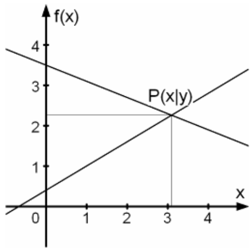
Wenn das Einsetzen desselben Wertes für x aus jeder der Gleichungen eine wahre Aussage macht, heißen diese Gleichungen **äquivalent.**
4 x + 5 = 17 ist äquivalent zu 2 x = 6, denn 4 · 3 + 5 = 17 und 2 · 3 = 6 ist beides wahr.
Schreibe 4 x + 5 = 17 ⇔ 2 x = 6
Umformungen der Gleichungen, die diese in äquivalente Gleichungen umwandeln, heißen **Äquivalenzumformungen.**

4 x + 5 = 17 | – 5 ⇔ 4 x = 12	Auf beiden Seiten der Gleichung wird dieselbe Zahl (hier 5) subtrahiert (Entsprechend kann man auf beiden Seiten dieselbe Zahl addieren).
4 x = 12 | : 4 ⇔ x=3	Auf beiden Seiten der Gleichung wird durch dieselbe Zahl (hier 4) dividiert (Entsprechend kann man auf beiden Seiten mit derselben Zahl außer Null multiplizieren).
3 x + 5 = 2 x – 1 | – 2 x ⇔ x + 5 = - 1	Auf beiden Seiten der Gleichung wird derselbe Term (hier 2 x) subtrahiert (Entsprechend kann man auf beiden Seiten denselben Term addieren).

Lineare Gleichungssysteme

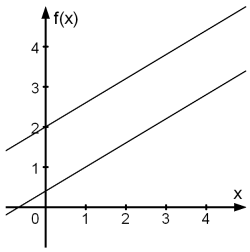
Zwei lineare Gleichungen, die gleichzeitig erfüllt sein müssen, nennt man ein System von linearen Gleichungen oder kurz **lineares Gleichungssystem (LGS)**.

Ein LGS mit zwei Gleichungen und zwei Variablen hat genau ein Zahlenpaar (x | y) als Lösung, wenn sich die zugehörigen Geraden in einem Punkt schneiden.



Die Lösung erhält man durch den Schnitt zweier Funktionsgraphen (Intersect) oder durch das Gleichsetzen der Funktionsterme, Lösen der Gleichung (Solve) und Bestimmung von y durch Berechnung des Funktionswertes.

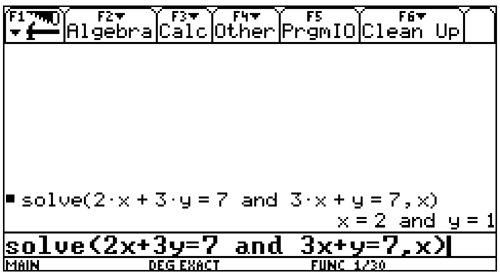
Keine Lösung, wenn die zugehörigen verschiedenen Geraden zueinander parallel verlaufen.



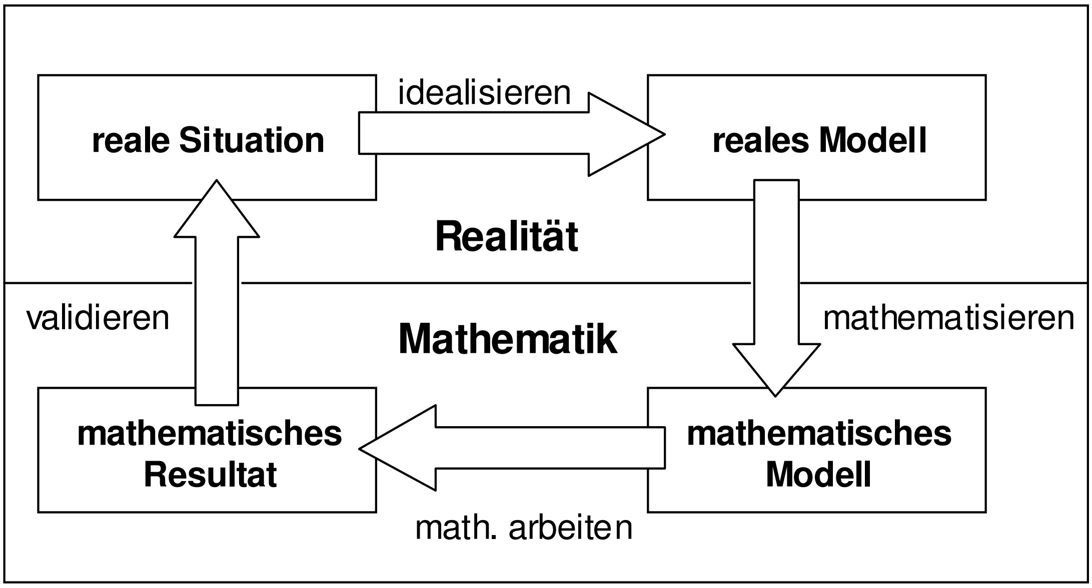
Lösungsstrategie für LGS:

Gleichungen nach einer Variablen auflösen (Solve) und nach einem bekannten Verfahren lösen.

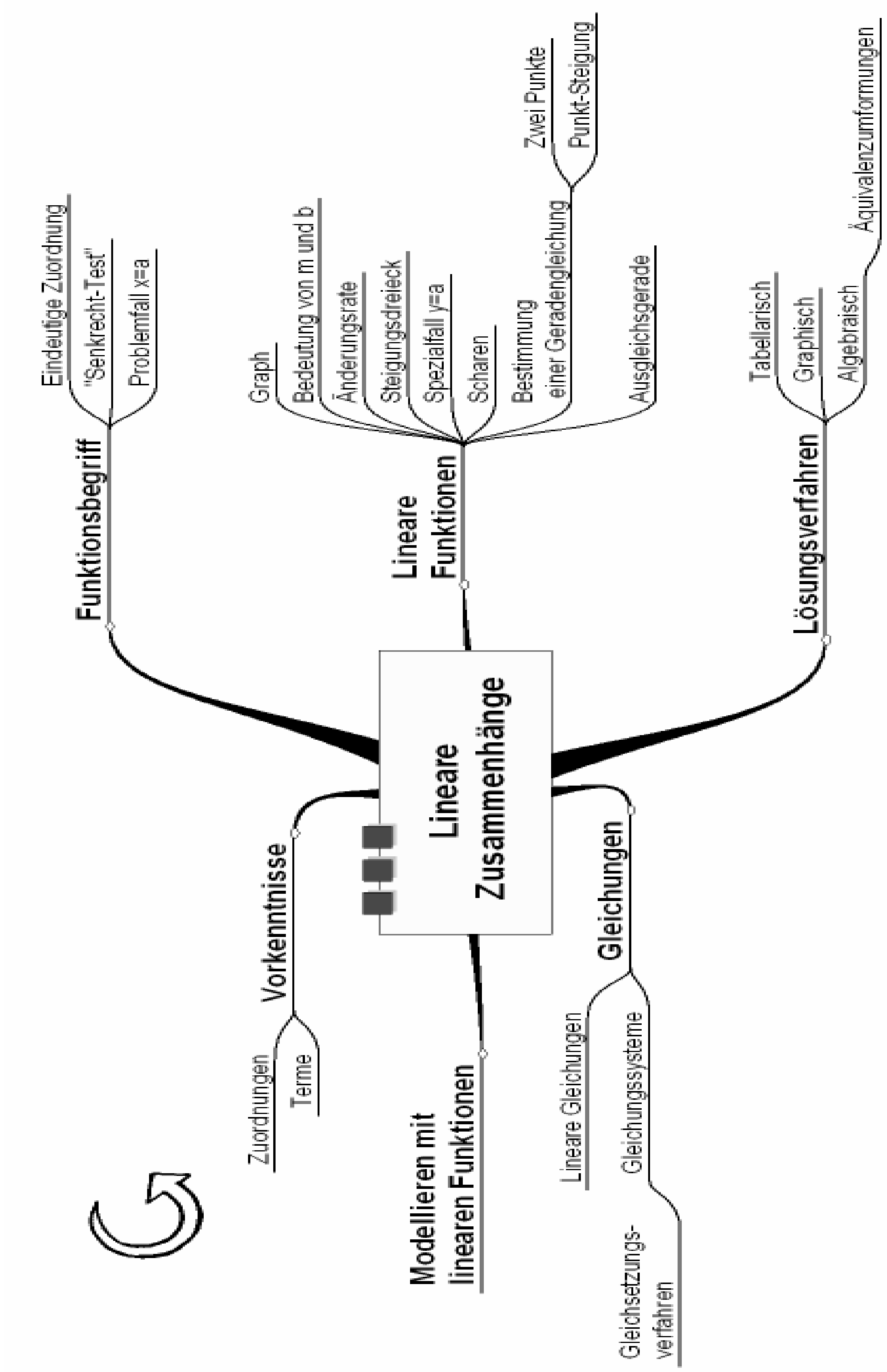
MERKE:
Die obige Strategie lässt sich durch eine einzelne Anweisung des Rechner ersetzen (solve (… and …,x)):



Modellierungskreislauf



Das kannst Du jetzt:



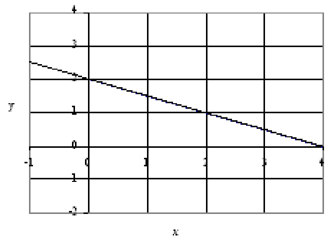
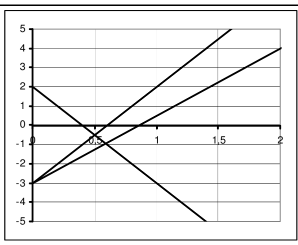
Hinweise zu rechnerspezifischen und rechnerfreien Fertigkeiten

Rechnerfreie Fertigkeiten

Obwohl die Einheit „Lineare Zusammenhänge“ mit Verwendung des TC als Werkzeug unterrichtet wird, sollst du bestimmte Fertigkeiten auch rechnerfrei erwerben und beherrschen. Diese Fertigkeiten wirst du in der Klassenarbeit oder in Kurztests nachweisen müssen.
du sollst:

1. Zu einer gegebenen Linearen Gleichung die zugehörige Gerade skizzieren und den y-Achsen-abschnitt ablesen sowie ein Steigungsdreieck einzeichnen können.
2. Umgekehrt aus einer gegebenen Gerade die zugehörige Gleichung bestimmen können (Bei gut ablesbaren Punkten mit ganzzahligen Koordinaten).
3. Ohne Rechnung schnell verschiedenen Gleichungen die richtigen Graphen aus einem gegebenen Pool zuordnen.
4. Zu gegebenem Argument den Funktionswert aus der Geradengleichung und aus dem Graphen bestimmen, zwischen Argument, Funktionswert und Funktionsterm unterscheiden beziehungsweise den Zusammenhang zwischen diesen herstellen können.
5. Bei vorliegendem LGS entscheiden können, welcher Typ von Lösungsmenge vorliegt, wobei die linearen Gleichungen in der expliziten Form $y = m \cdot x + b$ gegeben sind.
6. Für Lösungsvorschläge einfache Proben durchführen und damit das Verständnis des Begriffes „Lösung“ nachweisen.
7. Mit Äquivalenzumformungen Gleichungen der Art "3 x + 2 y = - 4" oder "3 x + 2 (x – 4) = - 6" nach einer Variablen auflösen. Von der Komplexität her soll nicht mehr als eine Schwierigkeit pro Gleichung auftauchen (eine Klammer oder eine problematische Vorzeichenkonstellation).
8. Das Gleichsetzungsverfahren zur Lösung Linearer Gleichungssysteme grafisch und algebraisch ausführen und beschreiben.

Beispiele:

1.	Zeichne die Gerade, die durch die Gleichung $y = -\frac{2}{3} \cdot x + 2$ beschrieben wird.	
2.	Gib die zugehörige Gleichung an.	
3.		Ordne richtig zu: a) $y = -3x + 2$ b) $y = 2x - 3$ c) $y = 0{,}5x - 1$
4.	Gib zu der Funktion unter 3a) den Funktionswert an der Stelle 4 an.	
5.	Gib an, wie viele gemeinsame Punkte die zugehörigen Geraden haben: a) $\begin{array}{l} y = 3 \cdot x + 2 \\ y = 3 \cdot x - 2 \end{array}$ b) $\begin{array}{l} y = 2 \cdot x - 3 \\ y = -2 \cdot x - 3 \end{array}$	
6.	Prüfe, welches Gleichungssystem von (2 | 3) gelöst wird. a) $\begin{array}{l} y = 2 \cdot x - 1 \\ 2 \cdot y + 3 \cdot x = 13 \end{array}$ b) $\begin{array}{l} y = 2 \cdot x - 1 \\ y = -2 \cdot x - 3 \end{array}$	

CAS - Fertigkeiten

Im Umgang mit dem TC sollst du am Ende der Einheit über folgende Fertigkeiten verfügen:

1. Eine Wertetabelle mit „y=“- und „table“-Menü sowie im Graphikeditor durch Ablesen von Punktkoordinaten erstellen können, um tabellarische und graphische Verfahren verwenden zu können.
2. Die Lösungsmenge von Gleichungen und Gleichungssystemen mit dem „solve“-Befehl und im Graphikmenü bestimmen. Durch den TC steht der „solve“-Befehl als ein wichtiges technisches Element zur Verfügung.
3. Die entsprechende Ausgabe korrekt interpretieren (Werte angeben, Punkte zeigen), auch wenn die Lösung nicht eindeutig ist. Dies ist erforderlich, um mit dem „solve“-Befehl verständig umgehen zu können.
4. Beim Einsetzen mehrerer Werte für eine Variable im selben Term (z. B. bei Scharen) sollst du Listen im „home“-Editor nutzen können. Dies spart Zeit, weil nicht mehrmals ähnliche Terme eingegeben werden müssen. Hierdurch entwickelst du ein Verständnis für die Datenstruktur „List“.
5. Schrittweise weiterentwickeln musst du die Fertigkeit, Funktionen mithilfe eines Terms zu definieren und zu verwenden. Hierdurch vertiefst du die Nutzung wichtiger formaler Elemente der Mathematik: die Funktionsdarstellung.

Beispiele:

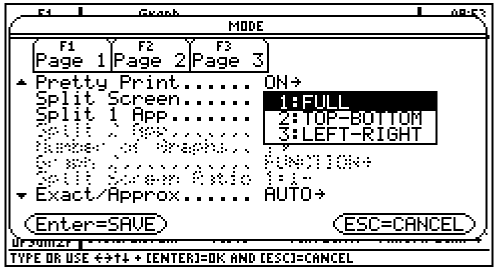
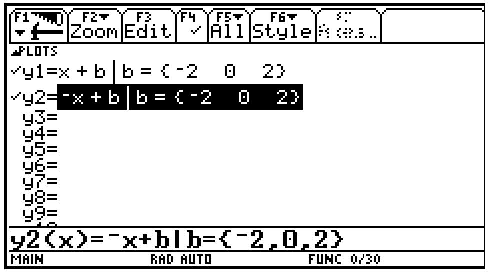
1.	$\text{solve}(3\cdot x + y = 0 \text{ and } 2\cdot x - 4\cdot y = 9, x)$	oder	Intersection-Befehl
2.	$\text{solve}(3\cdot x + 4 = y \text{ and } 3\cdot x - y = -4, x)$ $\text{solve}(3\cdot x + 4 = y \text{ and } 3\cdot x - y = -5, x)$	Ausgabe: Ausgabe:	“ $x = \frac{y-4}{3}$ ” “false”
3.	$3\cdot x + 4 \mid x = \{-1,0,1,2\}$		
4.	Definition durch: $3\cdot x + 4 \rightarrow f(x)$	Aufruf der Art:	f(- 4)

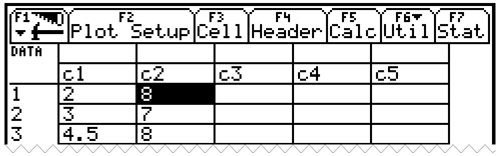
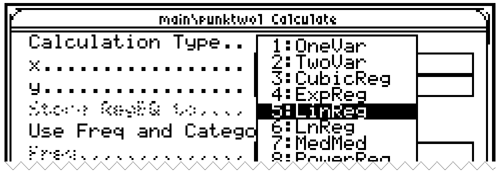
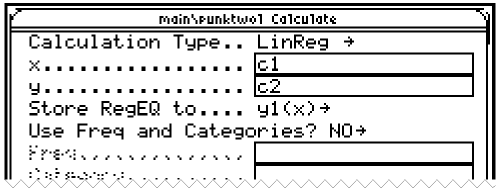
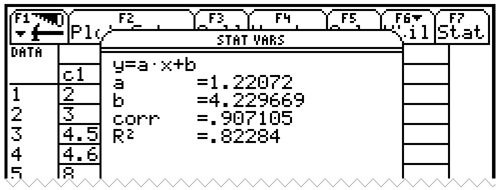
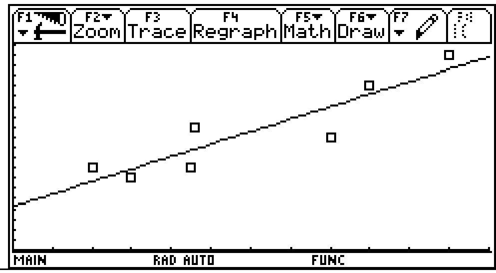
Selbsteinschätzung

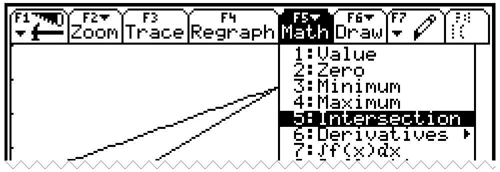
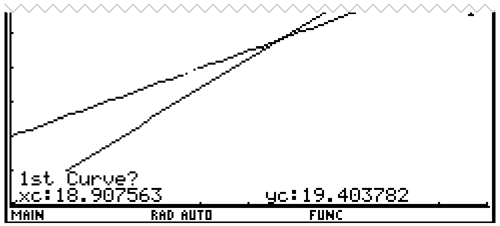
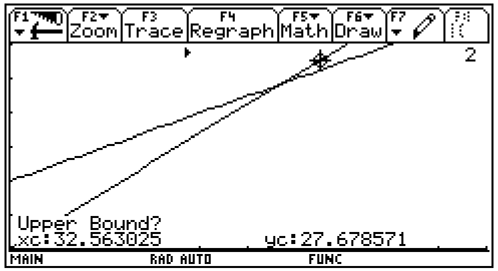
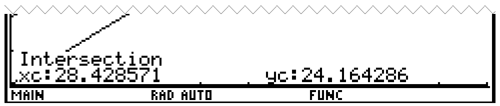
Schätze deine Kenntnisse ein und mache ein Kreuz in der entsprechenden Spalte.

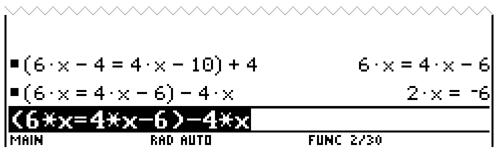
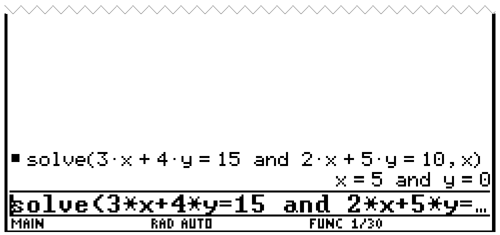
Ich kann	**ich bin sicher**	**ich muss noch üben**	**ich brauche Hilfe**
• zu einem linearen Zusammenhang die lineare Funktion mit ihrer Gleichung aufstellen.			
• zu einer linearen Funktion eine Textaufgabe erstellen.			
• zu einer linearen Funktion die zugehörige Gerade zeichnen.			
• zu einer linearen Funktion eine Wertetabelle ausfüllen.			
• an einer Geraden ein Steigungsdreieck einzeichnen, um deren Steigung möglichst genau zu bestimmen.			
• die Gleichung einer linearen Funktion bestimmen, wenn ich von der zugehörigen Geraden nur die Steigung und einen beliebigen Punkt kenne.			
• die Gleichung einer linearen Funktion bestimmen, wenn ich nur zwei beliebige, verschiedene Punkte der Geraden kenne.			
• die Gleichungen von linearen Funktionen angeben, deren Geraden waagerecht zur Rechtsachse verlaufen.			
• lineare Funktionen von solchen Zuordnungen unterscheiden, die keine linearen Funktionen sind			
• eine Ausgleichsgerade durch eine Punktwolke zeichnen und die Gleichung der Ausgleichsgeraden angeben.			
• zu einer Schar linearer Funktionen die zugehörige Schar an Geraden zeichnen.			
• lineare Gleichungen mithilfe von Wertetabellen oder Zeichnungen näherungsweise lösen.			
• lineare Gleichungen mithilfe von Äquivalenzumformungen ohne TC lösen.			
• lineare Gleichungen mithilfe des solve-Befehls lösen.			
• den Schnittpunkt zweier Geraden näherungsweise über eine Wertetabelle, eine Zeichnung oder durch den intersection-Befehl bestimmen, falls es einen Schnittpunkt gibt.			
• den Schnittpunkt zweier Geraden durch Äquivalenzumformungen mit und ohne TC bestimmen, falls es einen Schnittpunkt gibt.			
• ein System aus zwei linearen Gleichungen mit und ohne TC durch das Gleichsetzungsverfahren lösen.			

TC-Hilfe: Lineare Zusammenhänge

Was willst Du?	Was tust Du?	Was siehst Du?	Hinweise
Bildschirm teilen Du möchtest zum Beispiel Graph und Tabelle gleichzeitig auf dem Bildschirm sehen.	Über MODE Split Screen kannst du den Bildschirm teilen: 2: TOP-BOTTOM teilt den Bildschirm horizontal (oben-unten). 3: LEFT-RIGHT teilt den Bildschirm vertikal (links-rechts).		
Darstellung von Funktionenscharen Du möchtest Funktionen zeichnen, die Gemeinsamkeiten haben, in der aber ein Parameter verändert wird, z.B.: y1 = x + b mit b = - 2, b = 0, b = 2 usw.	Mithilfe des so genannten Mit-Operators (engl. With-Operator) 2nd K kannst du eine solche Schar zeichnen lassen.		Die Zahlenwerte für den Parameter müssen in geschweiften Klammern 2nd (bzw. 2nd) stehen und durch Komma getrennt werden.

Was willst Du?	Was tust Du?	Was siehst Du?	Hinweise
Eine (lineare) Regression durchführen Du möchtest einen geeigneten Graphen durch eine Punktwolke legen.	Im Data-Matrix-Editor gibst du die Daten ein.		
	Mit F5 CALC rufst du den Editor zur Berechnung geeigneter Ausgleichskurven auf. In diesem Fall wählst du mit **5:LinReg** die Funktionenklasse der linearen Funktionen aus.		
	Trage ein, welche Spalten x- und y-Koordinaten sein sollen. Du kannst die vom TC bestimmte Regressionsfunktion über ´Store RegEQ to´ im y-Editor speichern lassen.		Vgl. das Vorgehen beim Zeichnen von Funktionen
	Der TC gibt die Werte für Steigung (a) und y-Achsenabschnitt (b) an. ´corr´ und ´R^2´ sind Maße für die Güte der Regression.		
	Du kannst dir die Messwerte und die entsprechende Regressionsgerade anzeigen lassen und die Güte auch noch einmal „mit dem Auge“ nachprüfen.		

Was willst Du?	Was tust Du?	Was siehst Du?	Hinweise
Schnittpunkte bestimmen / Intersection Du möchtest den Schnittpunkt zweier Geraden bestimmen.	Gib die Funktionsgleichungen in den y-Editor ein.		
	Wähle F5 5:Intersection		
	Wähle mit dem Cursor die beiden Graphen aus, deren Schnittpunkt bestimmt werden soll.		
	Nun musst du untere und obere Grenze (mithilfe des Cursors oder durch direkte Eingabe) angeben, zwischen denen der Schnittpunkt liegt.		
			Der TC gibt die Koordinaten des Schnittpunktes aus.

Was willst Du?	Was tust Du?	Was siehst Du?	Hinweise
Äquivalenzumformungen mit dem TC nachvollziehen Du willst auf beiden Seiten der Gleichung Terme addieren, subtrahieren, multiplizieren oder dividieren.	Du klammerst die Gleichung ein und schreibst die gewünschte Operation dahinter.		
Gleichungen lösen **solve**	Mit F2 1:solve kannst du Gleichungen lösen lassen. Du gibst die Gleichung ein und mit Komma getrennt die Variable, nach der die Gleichung oder das Gleichungssystem gelöst werden soll.		Bei Gleichungssystemen gibst du nur eine Variable an. Der TC gibt automatisch die Lösungen für die anderen Variablen aus.

Das sollst Du im Kopf können

Aufgabe 1

a) Welchen Wert bekommt der Term $3x - 5$ für:

$x = 7$, $x = -2{,}5$, $x = \frac{2}{3}$?

b) Berechne: $1{,}5 \cdot 0{,}2$, $2{,}4 \cdot 1{,}2$, $7{,}4 - 3\frac{2}{5}$.

c) Mit 40 Litern Benzin kommt ein Auto 700 Kilometer weit. Wie weit fährt es mit 18 Litern?

d) Schreibe als Dezimalbruch: $7\frac{3}{5}$.

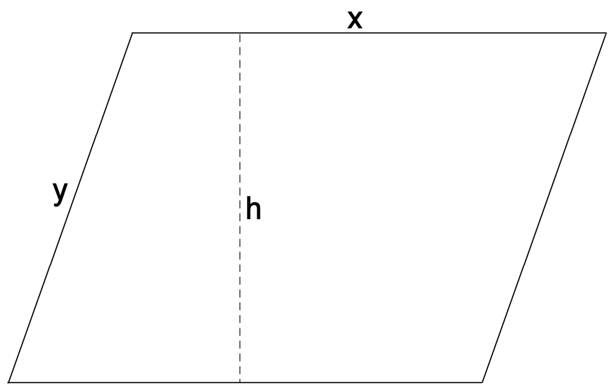
e) Für welchen Wert von x bekommt der Term $8x - 1$ den Wert

15 , 23 , - 9 , - 1 , 0 ?

f) Kürze möglichst weit: $\frac{45}{63}$, $\frac{24}{192}$, $\frac{34}{68}$.

g) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wirft man mit einem Spielwürfel zweimal (dreimal) hintereinander eine Sechs?

h) Gib einen Term an, mit dem man den Flächeninhalt nebenstehender Figur berechnen kann.



Aufgabe 2

a) Löse

$0{,}25 + \frac{2}{3}$ $\qquad 3 \cdot 2\frac{5}{8}$ $\qquad \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{2}{3}$ $\qquad \frac{1}{2} \cdot 0{,}7$ $\qquad 2\frac{1}{2} : 5$

b) 19 % MWSt. von 3,8 € + 4,25 €

c) Gib 4 von 5 in Prozent an.

d) Gib 5 von 4 in Prozent an.

e) Nebeneinander stehende Zahlen sind zu addieren, das Ergebnis wird im Kästchen darunter notiert.

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$
$2\frac{7}{40}$			

f) Die Summe der Zahlen in jeder Spalte, Zeile und Diagonale soll genau 2 sein.

$1\frac{1}{12}$		
$\frac{5}{6}$		$\frac{1}{4}$

Aufgabe 3

a) Berechne:

$\frac{5}{9} \cdot 9$ $\qquad$ $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{8}$ $\qquad$ $5\frac{1}{3} : 6$ $\qquad$ $2\frac{2}{7} : 1\frac{1}{3}$.

b) Welchen Wert bekommt der Term 4 (x + 2) für:

$x = 5$, $x = 0$, $x = \frac{1}{2}$?

c) Welchen Flächeninhalt hat ein rechtwinkliges Dreieck, dessen beide kurze Seiten 5 cm und 6,4 cm lang sind?

d) Berechne:

$0{,}12 \cdot 0{,}4$, $0{,}2 : 0{,}8$, $4 : \frac{1}{3}$, $0{,}12 : 0{,}6$.

e) Welche Zahlen ergeben mit sich selbst multipliziert den Wert

64 , 49 , 10.000 , 0,04 , $\frac{1}{144}$?

f) Wie groß sind die Winkel im gleichseitigen Dreieck?

g) In einem Dreieck hat einer der Winkel eine Größe von 45° und ein anderer eine Größe von 35°. Ist das Dreieck rechtwinklig?

h) Welchen Wert bekommt der Term $\frac{x}{4} + 7$ für:

$x = 8$, $x = -2$, $x = 1{,}2$?

i) Julia zählt, dass beim Wurf von 80 Reißzwecken genau 50 auf den Rücken fallen und alle anderen auf die Seite. Wie viele werden wahrscheinlich auf den Rücken fallen, wenn man von diesen Reißzwecken 100 wirft?

j) Multipliziere alle ganzen Zahlen zwischen - 2 und 5 miteinander. Welches Ergebnis ist zu erwarten?

Aufgabe 4

a) Berechne: $1\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$.

b) Gib einen Term an, mit dem man den Oberflächeninhalt eines beliebigen Würfels berechnen kann.

c) Berechne: $-4{,}2 - (-2{,}4)$.

d) Die Seitenlängen eines Quadrates wurden verdreifacht. Wie verändert sich der Umfang?

e) Ein Schiff fährt auf der Elbe mit einer gleich bleibenden Geschwindigkeit von 20 km pro Stunde. Wie weit kommt das Schiff in 12 Minuten voran?

f) Berechne: 80 % von 80 kg.

g) Wandle 5,8 in einen gekürzten Bruch um.

h) Skizziere ein Dreieck, welches einen stumpfen Winkel besitzt.

i) Berechne: $12 - (3 - 2{,}5) \cdot 2$.

j) Für welchen Wert von x bekommt der Term $\frac{2}{3}x + 2$ den Wert

4 , 2 , 8 , 0 ?

k) Klammere $3x$ aus dem Term $9x - 15xy$ aus.

Aufgabe 5

a) Welchen Wert bekommt der Term (x + 1) (x+3) für:

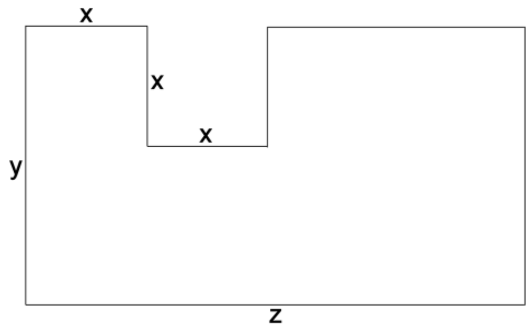
$x = 2$, $x = -2$, $x = -3$?

b) Kann ein Dreieck konstruiert werden, dessen Seiten die Längen 7 cm, 10 cm und 2 cm besitzen?

c) Fasse zusammen: $4a - 15a + 27a$.

d) Bei einem Würfel verdoppeln sich die Kantenlängen.
Wie verändert sich dadurch der Oberflächeninhalt?

e) Stelle einen Term für den Umfang folgender Figur auf:



f) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim Wurf dreier Münzen zweimal „Zahl“ zu erhalten?

g) Gib das Volumen von 10 Litern in cm^3 an.

h) Berechne: 40 % von 35 €.

i) Berechne das Siebenfache des Terms $5x + 8$.

j) Welche Zahl muss man mit 14 multiplizieren, um 98 zu erhalten?

k) Berechne: $\frac{5}{6}$ von 90 € , $\frac{3}{4}$ von 120 m , $\frac{2}{9}$ von 560 l.

Aufgabe 6

a) Aus wie vielen Minuten besteht eine fünftel Stunde?

b) Gib einen Term mit einer Variablen x an, der den Wert 10 annimmt, wenn x den Wert 0,25 bekommt.

c) Daniel bezahlt für seinen MP3-Player nur 28 €, weil der befreundete Händler ihm 20 Prozent Rabatt gewährt hat. Wie viel hätte Daniel bezahlen müssen, wenn er keinen Rabatt erhalten hätte?

d) Berechne: $2{,}8 - 3\frac{3}{4}$.

e) Ein Haar wird pro Woche 2,8 mm länger. Wie lang ist es nach zehn Tagen?

f) Fasse zusammen: $3x + 6x - 8x$.

g) Bei einem Quader verdoppeln sich Länge und Breite. Wie verändert sich dadurch sein Volumen?

h) Durch 2 Schläuche wird ein Tankschiff in 3 Stunden geleert. Wie lange dauert es mit fünf Schläuchen?

i) Wie müsste ein Laplace-Experiment aussehen, dessen Ergebnisse alle die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{5}$ besitzen?

j) Ziehe vom Term $5 + 3x$ den Term $2x - 7$ ab.

k) Nach einem Jahr erhält Lina zu ihrem Sparguthaben von 230 € laut Vertrag Zinsen in Höhe von 3 % gutgeschrieben. Wie viel Geld hat sie anschließend auf dem Sparbuch?

Aufgabe 7

a) Berechne 25 % derjenigen Zahl, die mit 3 multipliziert 24 ergibt.

b) Zeichne in ein gleichschenkliges Trapez die Symmetrieachsen ein.

c) Welchen Wert nimmt der Term $6 : x - 5$ für $x = 1{,}5$ an?

d) Gib ein Zwanzigstel von 1600 m an.

e) Marvin wirft gleichzeitig einen Spielwürfel und eine Münze.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er „6“ und „Wappen“ erhält?

f) Jennifer erhält nach einem Jahr für ihr Sparguthaben von 250 € immerhin 15 € Zinsen gutgeschrieben.
Wie viel Prozent Zinsen gewährt ihr die Sparkasse?

g) Berechne: $5^2 + 8 \cdot (-2)$.

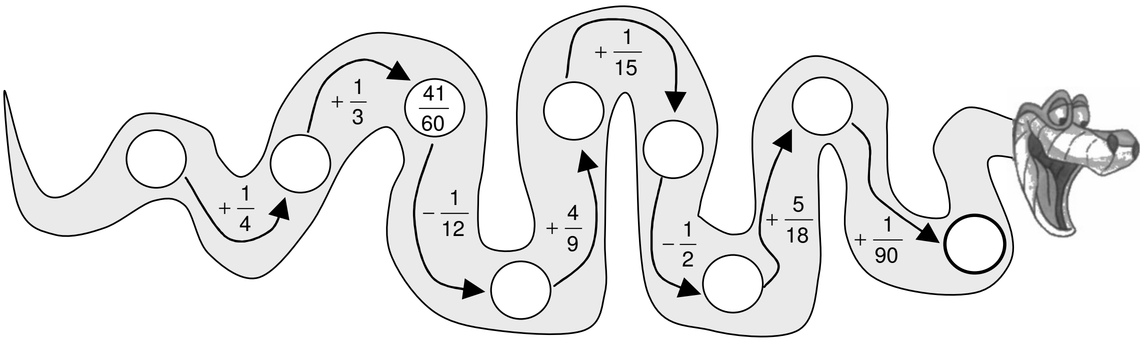
h) 15 % einer Streckenlänge sind 45 m. Wie lang ist die gesamte Strecke?

i) Von insgesamt 120 kg Kartoffeln kauft Frau Mayer 36 kg. Wie viel Prozent sind das?

j) Berechne zwei Drittel von 51 m.

Aufgabe 8

a) Ergänze die fehlenden Zahlen zu beiden Seiten. Notiere die zugehörigen Rechnungen im Heft.
Zur Kontrolle: Die erste und letzte Zahl ergeben zusammen 1.



b) Beginne bei irgendeiner der Aufgaben. Das Ergebnis zeigt dir, wo es weiter geht. Allerdings musst du das Ergebnis evtl. erst kürzen und / oder in einen gemischten Bruch umwandeln.

I) $5\frac{1}{2} - \frac{2}{3}$ II) $2\frac{1}{4} + 3\frac{5}{12}$ III) $1\frac{1}{2} : 8$

IV) $2\frac{5}{6} + 2\frac{2}{3}$ V) $8\frac{1}{2} : 3$ VI) $\frac{3}{16} \cdot 12$

VII) $5\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{2}$ VIII) $4\frac{5}{6} + \frac{5}{12}$ IX) $5\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{7}$

c) Familie Urlaub fährt in die Ferien. Für die Kinder haben die Eltern folgenden Reiseplan aufgeschrieben:

Dauer der Fahrt in Stunden	2 ½ h		1 ½ h		2 h		1 ¼ h
Rastzeit in Stunden		½ h		¾ h		½ h	

1. Wie lange wird die gesamte Fahrt zum Urlaubsort dauern? Welche Rastzeit ist insgesamt eingeplant?
2. In der ¾ h langen Mittagspause beschließt die Familie, nur noch eine 10-minütige Tankpause zu machen. Wie lang ist jetzt die gesamte Rastzeit? Gib das Ergebnis auch als Bruchzahl an.
3. Wegen eines Staus reichen die letzten veranschlagten 1 ¼ Stunden nicht. Die Familie benötigt 1 h 40 min. Um welchen Bruchteil einer Stunde verlängert sich dadurch die Fahrzeit?
4. Im Durchschnitt fährt Familie Urlaub pro Stunde etwa 100 km. Wie weit ist es bis zu ihrem Urlaubsort?
5. Für die Rückfahrt wollen Sonja und Sven einen Reisplan mit nur zwei Pausen erstellen.

Das ist dein Basiswissen

Aufgabe 1

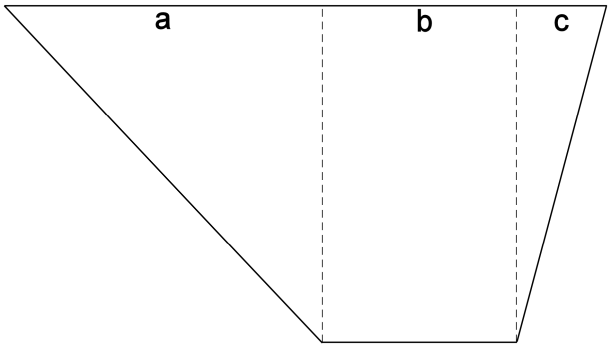
a) Fasse zusammen: $3x + 15x - 28y - 4x + 13y$.

b) Multipliziere aus: $7 \cdot (12a + 5b)$.

c) Klammere aus: $27a + 81b$.

d) Multipliziere aus und fasse zusammen: $(2 + c) \cdot c + c \cdot (1 - c)$.

e) Gib einen Term an, mit dem man den Flächeninhalt nebenstehender Figur berechnen kann. Die beiden gestrichelt eingezeichneten Hilfslinien sind jeweils 5 cm lang.



f) Nick bringt drei gezinkte Würfel mit in die Schule, die beim Würfeln jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 Prozent eine Sechs anzeigen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Wurf alle drei eine Sechs anzeigen?

g) Zeichne eine Figur, deren Flächeninhalt durch den Term $3 \cdot (a + b) : 2$ berechnet werden kann.

Aufgabe 2

a) Multipliziere aus und fasse zusammen: $5 \cdot (x + 3) - 4 \cdot (2x - 1)$.

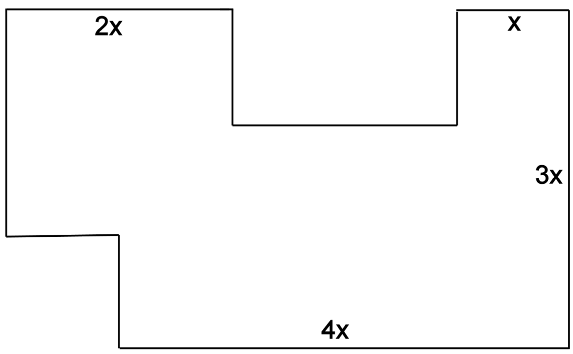
b) Zeichne eine Figur, deren Flächeninhalt durch den Term $5 \cdot (x + 2)$ berechnet werden kann.

c) Niklas hat gehört, dass in jedem siebten Schokoladenei einer Süßigkeitenfirma eine Figur seiner Lieblingsfernsehserie zu finden sei. Er kauft sieben dieser Eier. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Niklas enttäuscht wird, weil er überhaupt keine Figur erhält?

d) Berechne: 25 % von $(8x + 12)$.

e) Fasse zusammen: $\frac{36x-45y}{6} + \frac{32x+68y}{8}$.

f) Welchen Umfang besitzt nebenstehende Figur?



g) Wie wird der Flächeninhalt eines beliebigen Dreiecks berechnet?

h) Wie verändert sich der Wert des Terms $(3x + 2x) \cdot x$, wenn der Wert von x halbiert wird?

Aufgabe 3

Von einem rechtwinkligen Dreieck ABC mit dem rechten Winkel bei B sind die Längen der drei Seiten gegeben: a = 4,50 cm, c = 6,50 cm und b = 7,91 cm.

a) Gib die allgemeine Flächeninhaltsformel für ein Dreieck an.

b) Fertige dir eine beschriftete Skizze des Dreiecks ABC an und berechne dessen Flächeninhalt.

c) Welche Besonderheiten gibt es bei diesem Dreieck hinsichtlich der Dreieckshöhen.

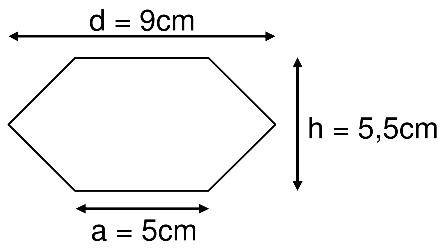
d) Stelle die Flächeninhaltsformel für ein rechtwinkliges Dreieck auf, wenn der rechte Winkel beim Punkt A, B oder C vorliegt.

Aufgabe 4

Berechne den Flächeninhalt des Sechsecks, indem du ...

a) mindestens zwei Terme für den Flächeninhalt aufstellst.

b) die Gleichwertigkeit der Terme entweder schriftlich oder mithilfe von Termumformungen begründest.



Aufgabe 5

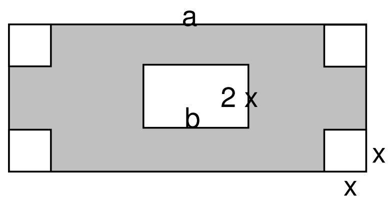
a) Gib an, welche Terme zur Berechnung des Flächeninhalts des rechts gegebenen schraffierten Vielecks richtig sind.

I. $a \cdot 4x + 2 \cdot (2x \cdot x) - b \cdot 2x$

II. $(a + 2x) \cdot 4x - (4 \cdot x^2 + 2x \cdot b)$

III. $2(a - b) \cdot 4x + a \cdot b + 8x^2$

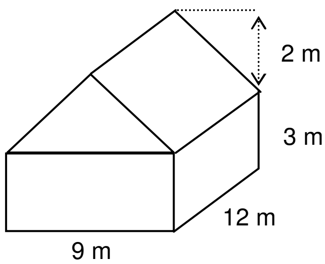
IV. $(a + 2x) \cdot 2x - b \cdot 2x + 2(a \cdot x)$

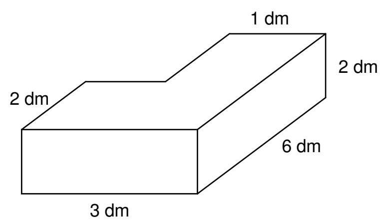


b) Berechne den Flächeninhalt für a = 13,8 cm, b = 4,6 cm und x = 1,2 cm

Aufgabe 6

a) Berechne das Volumen der abgebildeten Figuren.





b) Fasse die folgenden Terme so weit wie möglich zusammen:

I) $5 \cdot x \cdot y - 3 \cdot x \cdot y^2 + 4 \cdot x \cdot y$

II) $a \cdot b - 7 \cdot b \cdot a + x \cdot 3 \cdot x^2$

III) $5 \cdot a + b - a$

IV) $x \cdot y + 2 \cdot y \cdot x - x \cdot 3 \cdot y$

c) Löse die Klammern auf.

I) $z \cdot (2 + z)$

II) $y - 2 \cdot (y + 1)$

d) Klammere aus:

I) $8 \cdot x + 20$ II) $4 \cdot x^2 + 2 \cdot x \cdot y$

e) Überprüfe die folgenden Umformungen und korrigiere, falls nötig:

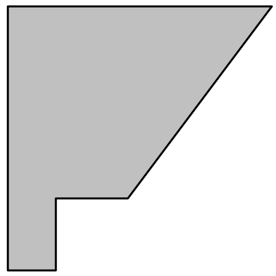
I) $x^2 + x = x \cdot (x + 1)$ II) $3a \cdot (8 + b - 5) = 24\,ab - 15a$

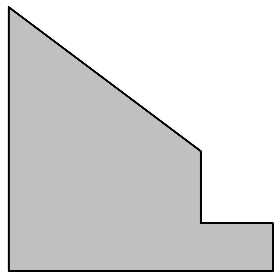
III) $2 \cdot x + 3 \cdot x^2 = 5 \cdot x^3$ IV) $7 \cdot (a - 7) = 7 \cdot a$

Achte bei den folgenden Aufgaben darauf, dass Du den Lösungsweg mit Begründungen aufschreibst und die Rechnungen dokumentierst!

Aufgabe 7

Messe und markiere die benötigten Längen und bestimme den Flächeninhalt der abgebildeten Figuren.





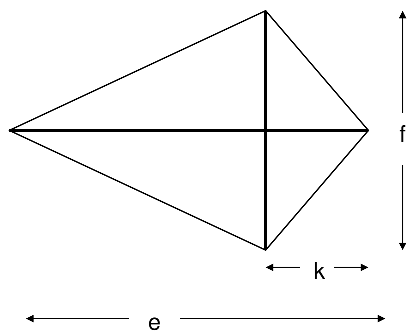
Aufgabe 8

Klaus und Klara möchten sich Drachen basteln.
In der Bauanleitung sind die Leistenlängen des Kreuzes mit $e = 70$ cm und $f = 60$ cm angegeben. Ferner gilt für den Abstand des Kreuzungspunktes von der oberen Spitze $k = 15$ cm.

a) Wie groß wird der Flächeninhalt des Drachens?

b) Bevor Klaus die Leisten zusammenfügt, überlegt er, wie sich der Flächeninhalt des Drachens ändert, wenn er k verändert. Erkläre Klara diesen Zusammenhang.

c) Begründe, ob die folgenden Aussage richtig oder falsch ist: Der Flächeninhalt eines Drachen verdoppelt sich, wenn man die Länge einer Diagonalen verdoppelt.



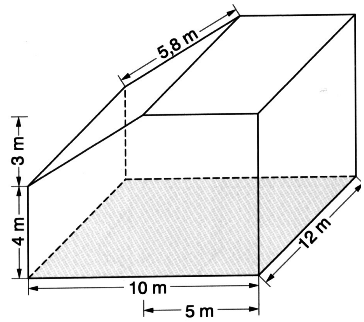
Aufgabe 9

Zur Berechnung der Größe von Heizungen muss man das Volumen des jeweiligen Raumes kennen.

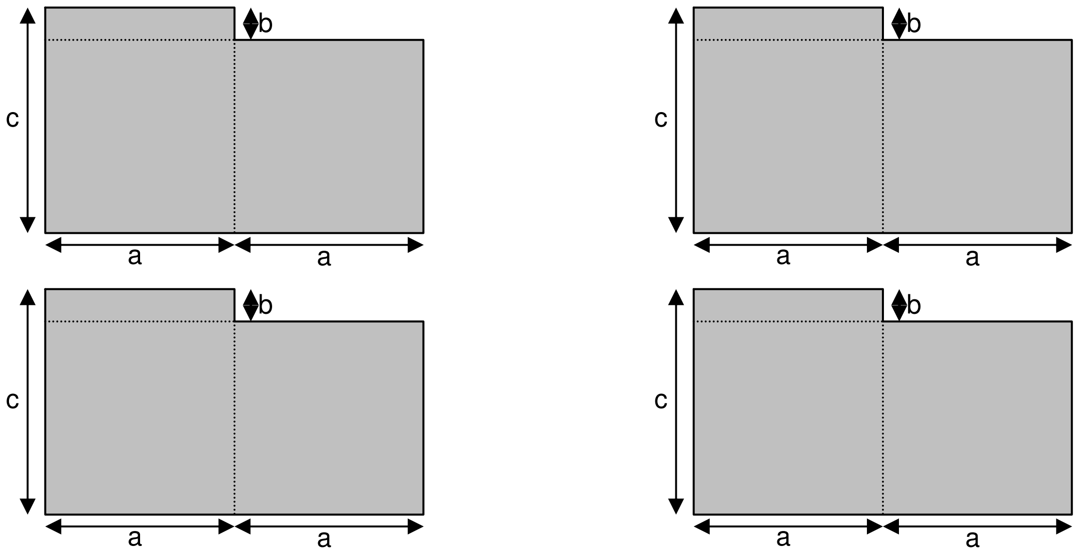
a) Berechne den Rauminhalt des Saales im Bild rechts.

b) Der Saal soll von innen gestrichen werden. Zur Kostenkalkulation berechnet der Anstreicher eine Fläche von etwa 400 m^2 – kann das stimmen?

Begründe deine Entscheidung durch eine entsprechende Rechnung.



Aufgabe 10



Klara, Klaus und Lehrer Lempel haben drei verschiedene Terme zur Beschreibung des Flächeninhalts der schraffierten Fläche aufgestellt:

Klara: $A = 2 \cdot a \cdot c - a \cdot b$

Klaus: $A = 2 \cdot a \cdot (c - b) + a \cdot b$

Lehrer Lempel: $A = a \cdot (c - b) + a \cdot (c - b) + a \cdot b$

a) Erkläre an der Figur die Überlegungen, die zu den jeweiligen Termen führen.

b) Finde einen weiteren eigenen Term zur Berechnung des Inhalts der Fläche.

c) Zeige durch Umformung und Vergleich **zweier** Terme, dass sie das Gleiche bedeuten.

Aufgabe 11

a) Stelle zu dem Zahlenrätsel einen Term auf. Finde den Trick heraus.
„Denke dir eine Zahl und addiere 3. Multipliziere die Summe mit 4 und subtrahiere die Zahl 11.“

b) Formuliere zu dem folgenden Term ein passendes Zahlenrätsel.
$(2 \cdot x + 5) \cdot 7 - 20$

Aufgabe 12

a) Stelle zu dem Zahlenrätsel einen Term auf. Finde den Trick heraus.
„Denke dir eine Zahl und addiere 5. Multipliziere die Summe mit 2 und subtrahiere die Zahl 17.“

b) Formuliere zu dem folgenden Term ein passendes Zahlenrätsel:
$(4 \cdot x + 2) \cdot 3 - 35$

Calimero