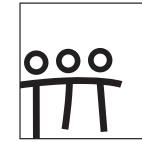


T³-AKZENTE



T³ DEUTSCHLAND
T³ ÖSTERREICH
T³ SCHWEIZ

T³-AKZENTE

... aller Anfang ist leicht

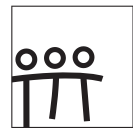
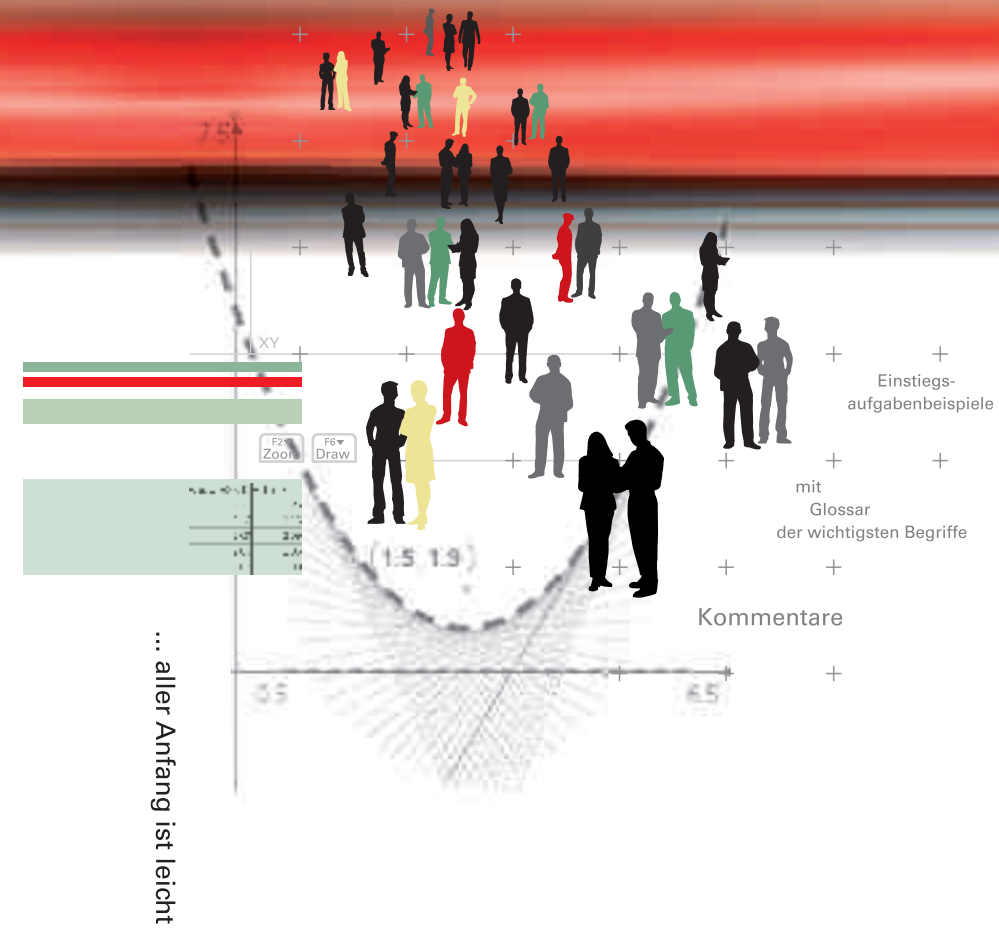
Aufgaben mit TI-Nspire™/TI-Nspire™ CAS

T³-AKZENTE

... aller Anfang ist leicht

Aufgaben mit TI-Nspire™/TI-Nspire™ CAS

Andreas Pallack, Bärbel Barzel (Hrsg.)



T³ DEUTSCHLAND
T³ ÖSTERREICH
T³ SCHWEIZ

www.t3deutschland.de
www.t3oesterreich.at
www.t3schweiz.ch



education.ti.com/deutschland
education.ti.com/oesterreich
education.ti.com/schweiz

CL2008NSPIRECASHR2/D
XX/SL/1E5/HY
ISBN 978-3-934064-77-5



T³-AKZENTE

... aller Anfang ist leicht

Aufgaben mit TI-Nspire™/TI-Nspire™ CAS

Andreas Pallack, Bärbel Barzel (Hrsg.)

Redaktion:

Andreas Pallack (Leitung), Sebastian Andrees, Heike Jacoby-Schäfer

Autorinnen und Autoren:

T³ Deutschland:

Bärbel Barzel, Ewald Bichler, Benno Grabinger, Heike Jacoby-Schäfer, Karl-Heinz Keunecke, Andreas Pallack, Angelika Reiß, Ulla Schmidt, Dirk Schulz, Sabine Wüllner

T³ Österreich:

Franz Schlöglhofer

Sonstige:

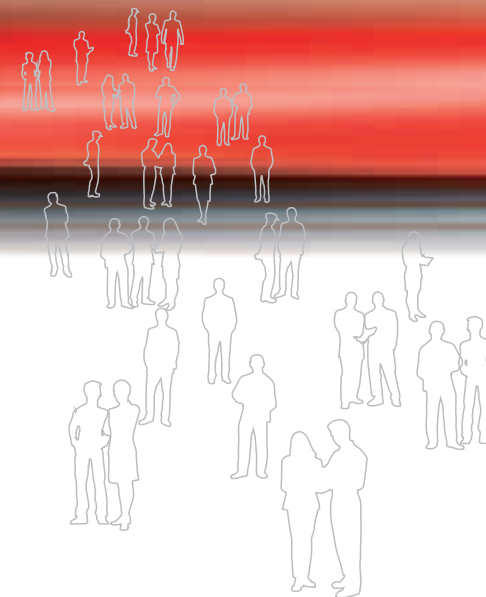
Lars Jakobsson, Koen Stulens

Verlag:

Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Zentrum für Lehrerbildung

© 2008 T³

Dieses Werk wurde in der Absicht erarbeitet, Lehrerinnen und Lehrern geeignete Materialien für den Unterricht an die Hand zu geben. Die Anfertigung einer notwendigen Anzahl von Fotokopien für den Einsatz in der Klasse, einer Lehrerfortbildung oder einem Seminar ist daher gestattet. Hierbei ist auf das Copyright von T³ hinzuweisen. Jede Verwertung in anderen als den genannten oder den gesetzlich zugelassenen Fällen ist ohne schriftliche Genehmigung von T³ nicht zulässig. Alle verwendeten Marken sind Eigentum ihrer Inhaber.



Inhaltsverzeichnis

	Seite
Einführung: ...aller Anfang ist leicht <i>Andreas Pallack</i>	3
Basisteil	
Beitrag 01: Was ist ein TI-Nspire™ Dokument? <i>Bärbel Barzel, Andreas Pallack und Koen Stulens</i>	5
Beitrag 02: Tipps für Workshops <i>Bärbel Barzel</i>	6
Beitrag 03: Kurzeinstieg für TI-84 Plus- und TI-89 Titanium-Nutzer <i>Andreas Pallack</i>	7
Beitrag 04: TI-Nspire™ Dokumente: Elektronische Arbeitsblätter? <i>Benno Grabinger</i>	9
Beitrag 05: Minute Made Math oder: In der Kürze liegt die Würze <i>Ewald Bichler</i>	14
Beitrag 06: Lernen durch Ansehen und Nachmachen <i>Karl-Heinz Keunecke</i>	16
Beitrag 07: Die TOP 10 des Einstiegs: Trifft der Ball den Korb? <i>Heike Jacoby-Schäfer</i>	20
Beitrag 08: TI-Nspire™ näher kennen lernen: Eine Aufgabe, viele Wege <i>Dirk Schulz und Andreas Pallack</i>	25
Artikelteil	
Einheit 01: Euro-Münzen und die Kreiszahl π <i>Ulla Schmidt</i>	43
Einheit 02: Zerfall von Bierschaum <i>Ulla Schmidt</i>	51
Einheit 03: Gleisarbeiten <i>Sabine Wüllner und Andreas Pallack</i>	59
Einheit 04: Bilder analysieren und rekonstruieren <i>Bärbel Barzel, Andreas Pallack und Franz Schlöglhofer</i>	63
Einheit 05: Unterschiedliche Lösungswege für Extremwertaufgaben <i>Karl-Heinz Keunecke und Angelika Reiß</i>	71
Einheit 06: Vergleich verschiedener Modelle <i>Andreas Pallack</i>	79
Einheit 07: Temperaturen messen mit TI-Nspire™ <i>Lars Jakobsson</i>	87
Glossar	89

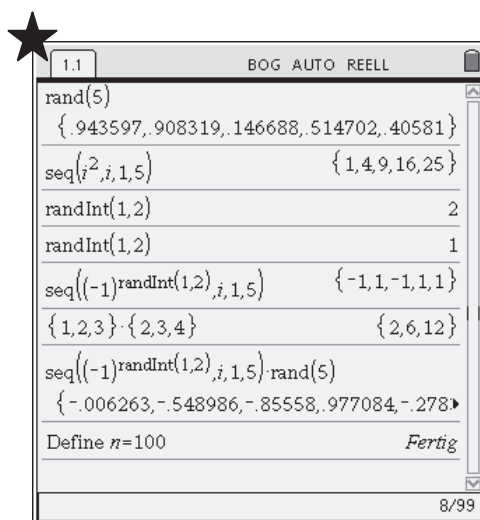
Anmerkungen zum Heft ... *aller Anfang ist leicht*

Liebe Leserinnen und Leser,

bevor Sie starten, möchte ich Ihnen gerne einige nützliche Hinweise zum Umgang mit diesem Buch geben:

Das Buch wurde für die Technologie **TI-Nspire™** geschrieben. In den Artikeln finden Sie jeweils Hinweise, ob diese nur für TI-Nspire™ CAS oder sowohl für TI-Nspire™ CAS wie auch TI-Nspire™ (numerischer Graphikrechner ohne CAS) geeignet sind. Alle Aufgaben lassen sich auch mit der entsprechenden **TI-Nspire™ Software** bzw. **TI-Nspire™ CAS Software** am Computer bearbeiten.

Sämtliche erläuternden Bildschirmfotos stammen von Handhelds mit der Softwareversion 1.3. Ein kostenloses Softwareupgrade (z. B. von Version 1.2 auf 1.3) ist über die TI-Webseiten verfügbar. Zu Gunsten der Lesbarkeit des Textes wurden einige Bildschirmfotos montiert (z. B. vergrößert, um eine bessere Übersicht zu bieten). Diese sind mit einem Stern am oberen linken Rand gekennzeichnet und so von Originalbildschirmfotos zu unterscheiden.



Am Ende dieses Buches finden Sie – wie auch im ersten Band dieser Reihe – ein Glossar mit nützlichen Bedienhinweisen. Dieses Glossar wurde für die Softwareversion 1.3 geschrieben. Nach Erscheinen einer neueren Version wird das Glossar aktualisiert. Dieses Update kann auf der T³ Materialdatenbank unter www.t3deutschland.de, www.t3oesterreich.at und www.t3schweiz.ch kostenlos herunter geladen werden. Sämtliche Bedienhinweise in den Einheiten und Artikeln sind so verfasst, dass sie mit allen zukünftigen Glossars verträglich sind.

Ebenfalls auf der T³ Materialdatenbank finden Sie viele der in diesem Buch vorgestellten TI-Nspire™-Dateien. Ich wünsche Ihnen einen guten Start.

Münster, im Februar 2008

Andreas Pallack (Herausgeber)

... aller Anfang ist leicht

Andreas Pallack, Soest

„... mit Hilfe einer Tabellenkalkulation können Schülerinnen und Schüler diesen Zusammenhang auch selbst entdecken.“

So oder so ähnlich klingt es häufig, wenn es in neueren Schulbüchern oder in didaktischer Literatur um Neue Medien geht. Klar, hier geht es um das Lernen von Mathematik, technische Details haben in solchen Texten wenig verloren. Nichts desto trotz benötigt man – wenn es konkret wird und man neue Technologien tatsächlich als Werkzeug in seinen Lernarrangements nutzen möchte – Nutzungskompetenzen, die sich auf die eingesetzte Technologie beziehen. Gemeint sind damit Kompetenzen, die jeweilige Technologie gezielt zur Lösung von Problemen einsetzen zu können. Denn: *Ein Werkzeug, dessen Funktionsweise man nicht kennt, kann man nicht effektiv nutzen.*

Achtung:

Vor dem Anschalten lesen Sie bitte die Bedienungsanleitung!

Tja, manchmal ist aller Anfang eben doch nicht so leicht und man muss sich erstmal durch die Bedienungsanleitung arbeiten, bevor man mit einer Technologie wie TI-Nspire™ Mathematik treiben kann.

Dieses hoch vernünftige Vorgehen scheint jedoch in der Natur des Menschen nicht verankert zu sein. Ich habe die wenigsten Bedienungsanleitungen gelesen und neige eher dazu, Geräte durch Ausprobieren zu erkunden. Seinen eigenen Stil bei der Ausbildung von Nutzungskompetenzen zu entwickeln ist OK. Der eine nutzt eben die Bedienungsanleitung, ein anderer schaut sich ein Video an und ein dritter fragt lieber direkt einen Kollegen. Schwierig wird es erst, wenn man als Lehrkraft Lernprozesse gezielt inszenieren möchte. Soll die neue Technologie als Werkzeug genutzt werden, darf man es gerade nicht dem Zufall überlassen, in welchem Maße Schülerinnen und Schüler über Nutzungskompetenzen verfügen.

Erstmal das Wissen bunkern

Wenn man (als Lehrer) mit einem Gerät vertraut ist, sollte es ja kein Problem sein, Dritten das notwendige Vorgehen zu erklären und das Wissen damit weiterzugeben. Als ich das erste Mal in einem Workshop zu neuen Technologien saß (es handelte sich um einen Workshop zum Konfigurieren von Servern), wurde mir sehr ausführlich und haarklein erläutert, welche Schritte durchzuführen sind, um einen Server einzurichten. Ich denke nicht, dass ich heute noch in der Lage wäre, eine Folge dieser Schritte selbstständig zu wiederholen (was sicher nicht an der Qualität des Workshops, sondern vielmehr an der mir fehlenden akuten Notwendigkeit liegt, einen Server einzurichten). Das auf Vorrat Gelernte war totes Wissen, das mir heute in einer wirklichen Problemsituation kaum weiterhelfen würde. Das gleiche gilt sicher für neue Technologien wie TI-Nspire™. Um Nutzungskompetenzen nachhaltig zu erwerben, sollte die Bedienung an für Schülerinnen und Schülern relevanten Beispielen geschehen. Lernen auf Vorrat ist soweit wie möglich zu vermeiden.

You never get a 2nd chance for the 1st impression

Auf dem Weg zum Vorstellungsgespräch: *„Mit dieser Stelle muss es einfach klappen. Wenn dieser Verkehr nur endlich weitergehen würde... Ich ruf lieber schon mal an, dass ich wahrscheinlich etwas später komme.“*

Wie würden Sie als Chef über einen Bewerber denken, der es noch nicht einmal für nötig hält, sich rechtzeitig auf den Weg zu machen? Ein reibungsfreier Einstieg ist eine gute Voraussetzung aber natürlich noch kein Garant für eine gelungene Zusammenarbeit.

Genauso verhält es sich mit neuen Technologien. Nicht alle Schülerinnen und Schüler werden Sie mit offenen Armen empfangen, wenn Sie ihnen etwas Neues vorstellen. Umso wichtiger ist es, bei der ersten Begegnung einen guten Eindruck zu hinterlassen, um ein solides und motivierendes Fundament für die zukünftige Nutzung zu legen.

Wofür dieses Buch?

Warum wurde dieses Buch geschrieben? Handbücher gibt es noch und nöcher, und auch Materialien zum Lernen mit neuen Technologien sind in Hülle und Fülle vorhanden. Trotzdem begannen mit dem Erscheinen der TI-Nspire™ Technologie viele Kolleginnen und Kollegen parallel und unabhängig voneinander Materialien zum Einstieg für Schülerinnen und Schüler zu entwickeln. Es gibt also einen Bedarf für einführende Materialien.

Die Autorinnen und Autoren dieses Buches möchten Ihnen den Einstieg mit TI-Nspire™ so einfach wie möglich machen, denn der Start muss nicht schwierig sein, ganz im Gegenteil: ...aller Anfang ist leicht. Sämtliche Autoren haben Erfahrungen bei der Einführung neuer Technologien gemacht und kennen die Stolpersteine. Unser Ziel ist es, Ihre Arbeit durch unsere Erfahrungen zu vereinfachen und zu bereichern. Dieses Buch erhebt den Anspruch ein **hinreichend umfassendes Werk** zu sein, um die **erste Begegnung mit der Technologie TI-Nspire™** gemeinsam mit Schülerinnen und Schüler zu meistern.

Das Buch besteht aus zwei Teilen: einem Basisteil und einem Artikelteil. Im Basisteil werden die wichtigsten Eigenschaften der Technologie und verschiedene Möglichkeiten des Einstiegs vorgestellt. Hier finden Sie auch eine sehr detaillierte Einführung. Ähnlich wie im ersten Heft von T3-Akzente findet man im Artikelteil abgeschlossene Einzelbeiträge.

Sämtliche Beiträge wurden einer intensiven Prüfung unterzogen, ob und inwiefern diese tatsächlich für den Novizen von Nutzen sind. Dafür ganz besonders herzlichen Dank an Heike Jacoby-Schäfer und Sebastian Andrees. Beide haben die Entstehung dieses Heftes kritisch konstruktiv von der ersten Idee bis zur fertigen Umsetzung begleitet.

Nun verbleibt mir nur noch, Ihnen viel Erfolg bei Ihrem ganz persönlichen Einstieg zu wünschen.

Münster, im Februar 2008

Andreas Pallack (Herausgeber)

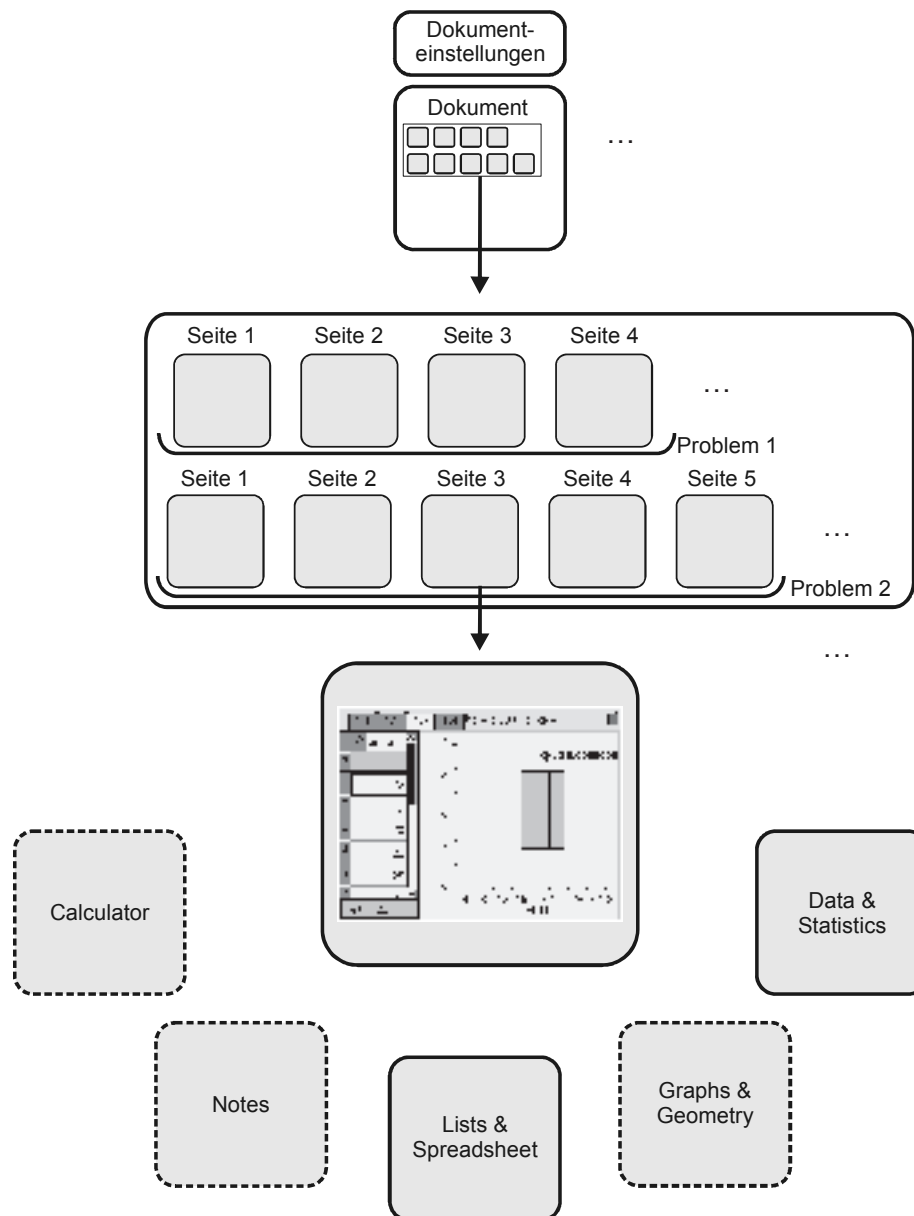
Was ist ein TI-Nspire™ Dokument?

Koen Stulens, Brüssel (Belgien)

Bärbel Barzel, Freiburg

Andreas Pallack, Soest

TI-Nspire™ ist (ebenso wie TI-Nspire™ CAS) ein dokumentenbasiertes System, ähnlich einem Textverarbeitungsprogramm – man arbeitet immer in einer Datei bzw. einem *Dokument*, das aus verschiedenen *Problemen* und *Seiten* bestehen kann. Das Schaubild erklärt den Aufbau eines solchen Dokuments:



Eine Seite kann mit Applikationen (zurzeit kann unter fünf verschiedenen gewählt werden) bestückt werden. Bis zu vier Applikationen können auf einer Seite gleichzeitig platziert werden. Dazu wird die Seite geteilt.

Tipps für Workshops

Eine mögliche Workshop-Struktur zum Einstieg in das Arbeiten und Unterrichten mit TI-Nspire™

Bärbel Barzel, Freiburg

Ziel einer Lehrerfortbildung zur Arbeit mit Neuen Medien ist es, dass die Teilnehmerinnen und Teilnehmer mit dem Medium vertraut werden und Ideen zum sinnvollen unterrichtlichen Einsatz angeregt werden. Ähnlich wie im Unterricht mit Schülerinnen und Schülern müssen dabei die verschiedenen Voraussetzungen der Beteiligten hinsichtlich Vorkenntnissen, Auffassungsgabe, Ideenreichtum berücksichtigt werden. Um diesem Anspruch der Binnendifferenzierung gerecht zu werden, muss ein Workshop – ebenso wie Unterricht – stets eine Mischung aus geführten und offenen Phasen beinhalten, in denen einerseits Neues dargestellt und vermittelt und andererseits Raum für eigene Lernwege und –tempi gewährt werden. Ein möglicher Ablauf könnte wie folgt aussehen:

Phasen	Anmerkungen	Mögliche Materialien
1. Begrüßung & Einstieg: <ul style="list-style-type: none"> Voraussetzungen klären, Erwartungen sammeln Ziele der Veranstaltung transparent machen 	In dieser Phase sollte ein erstes Kennenlernen stattfinden, eine angenehme Atmosphäre geschaffen werden, in der jeder mit seinen Befürchtungen, seinen Voraussetzungen, seinen Gedanken ernst genommen fühlt und sich einbringen kann.	Allgemeine Moderationsmaterialien
2. Erste Schritte mit dem Gerät Dabei auch Erläutern der Übersicht und des Glossars	Diese Phase sollte so kurz wie möglich sein. Es sollten nur die technischen Hinweise vermittelt werden, die für die darauf folgenden Aufgaben nötig sind.	<ul style="list-style-type: none"> Übersicht: <i>Was ist ein TI-Nspire™ Dokument</i> Glossar Übersicht: <i>TI-Nspire™ für Umsteiger</i> Material <i>Die TOP 10 des Einstiegs</i>
3. Eine Aufgabe – viele Wege Stationenzirkel zum vertieften Einstieg in das Arbeiten mit dem Gerät, Kennenlernen der prinzipiellen Möglichkeiten und Ausblick auf den didaktischen Wert, passend zum Lösungsweg den passenden Medienteil zu erleben (Multi-Repräsentations-System)	Um das Gerät näher kennen zu lernen, wird hier eine Aufgabe auf verschiedene Weisen gelöst. Die Teilnehmer sollten in Kleingruppen an Hand des Materials (Eine Aufgabe, viele Wege) verschiedene Lösungen vollziehen und sich dabei mit den verschiedenen Teilen der TI-Nspire™ Technologie vertraut machen. Das Glossar sowie Detaillösungen sollten dabei als Unterstützung bei technischen Schwierigkeiten dienen.	<ul style="list-style-type: none"> Material <i>Eine Aufgabe, viele Wege</i> Alternativ Einheiten aus dem Artikelteil oder aus <i>Aufgaben mit TI-Nspire™/ TI-Nspire™ CAS</i> Glossar
4. Austausch zu den Erfahrungen <ul style="list-style-type: none"> Fragen klären Evtl. Kurzvortrag zur Bedeutung der verschiedenen mathematische Darstellungsarten 	Der gemeinsame Abschluss kann viele Funktionen erfüllen: <ul style="list-style-type: none"> Fragen aus der Gruppenarbeit klären bzw. zur Diskussion stellen Aspekte der didaktischen Diskussion eröffnen einen Bezug zu den Anfangs-Erwartungen setzen Raum für Feedback geben evtl. weitere Zusammenarbeit planen 	Allgemeine Moderationsmaterialien

Kurzeinstieg für TI-84 Plus- und TI-89 Titanium-Nutzer

Andreas Pallack, Soest

Wenn man viele Jahre mit neuen Technologien unterrichtet, kommt man – früher oder später – an den Punkt, dass man die Technologie wechseln möchte oder muss. Pädagogische Handheldsysteme entwickeln sich zum Glück nicht so rasant wie Personal-Computer, die in der Regel nach ungefähr drei Jahren ersetzt werden müssen. Jedoch haben auch Handheldsysteme nur eine endliche Lebensdauer.

Diese Übersicht ist für TI-84 Plus- bzw. TI-89 Titanium-Nutzer gedacht, die überlegen, auf TI-Nspire™ oder TI-Nspire™ CAS umzusteigen bzw. eines dieser Systeme parallel zu nutzen. Gezeigt werden einige charakteristische Gemeinsamkeiten und Unterschiede. Dieser Ausschnitt ist natürlich sehr klein und ersetzt nicht die Beschäftigung mit der TI-Nspire™-Technologie.

TI-84 Plus



TI-89 Titanium



TI-Nspire™

*Ungespeichertes Dokument	
Name	Größe
Ungespeichertes Dokument	
Beispiele	6K
Erste Schritte	6K
Examples	88K
MyLib	11K
linAlgCAS	11K

Dateiverwaltung

TI-84 Plus- und TI-89 Titanium-Nutzer kennen das Problem nur zu gut: Eine Stunde in der 10a, wo man ein Problem aus der Geometrie bearbeitet. Dann mit dem gleichen Rechner in die 12, wo es um Ableitungen geht... und plötzlich hakt man: Eine Variable wurde doppelt belegt, Listen versehentlich überschrieben... TI-Nspire™ und TI-Nspire™ CAS sind dokumentenbasiert. D. h., dass man für jedes Problem, das man bearbeitet, ein oder mehrere Dokumente anlegen kann. In diesen Dokumenten sind Einstellungen, Variablen, Funktionen usw. abgelegt. Ähnlich wie man es von seiner Textverarbeitung kennt, können diese Dokumente langfristig gespeichert und natürlich auch verändert werden. Die Dateien können dann sowohl mit dem Handheld als auch mit der PC-Software bzw. MAC-Software (in Vorbereitung) geladen und weiter bearbeitet werden.

L1	L2	L3	Z
1	23		
2	43		
3	61		
4	76		
5	90		

L2(6) =			

Listeneditor

F1+ Tools	F2 Plot Setup	F3 Cell	F4 Header	F5 Calc	F6+ Util	F7 Stat
DATA						
	c1	c2		c3		
1	1	23				
2	2	43				
3	3	61				
4	4	76				
c1 =						
MAIN RAD AUTO FUNC						

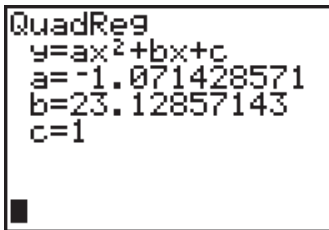
Data-Matrix-Editor

	A	B	C	D	E	F
*		=z[]^2				
1	2	4				
2	5	25		5		
3	6	36		8		
4	7	49		40		
5						
6						
DN	C2-D3					

Lists & Spreadsheet

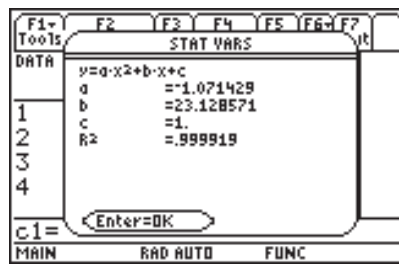
Die Listeneditoren, wie man sie vom TI-84 plus bzw. TI-89 Titanium kennt, findet man auch bei TI-Nspire™. Diese Option ist in der Applikation **Lists & Spreadsheet** integriert. Über diese Funktionalität hinaus bietet **Lists & Spreadsheet** eine echte Tabellenkalkulation, d. h. man kann Zellen beliebig miteinander verknüpfen und dabei auf übliche Tabellenkalkulationsfunktionen zurückgreifen.

TI-84 Plus



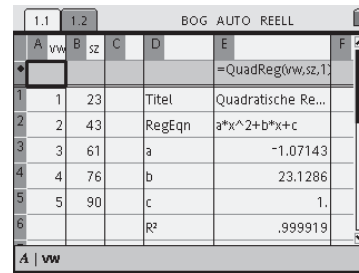
Regressionskurve

TI-89 Titanium



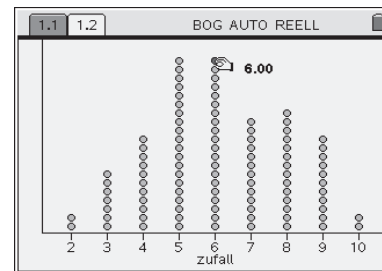
Regressionskurve und Korrelation

TI-Nspire™

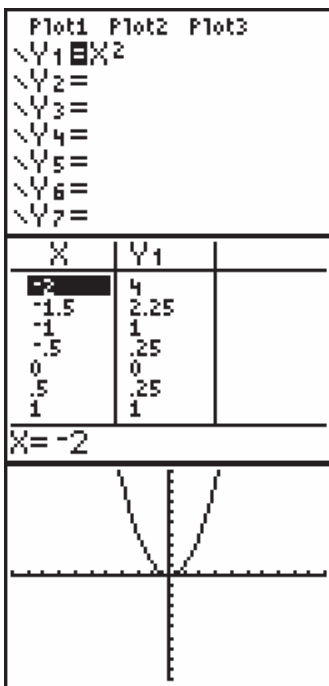


Interaktive Berechnung von Regressionskurve, Korrelation und Residuen

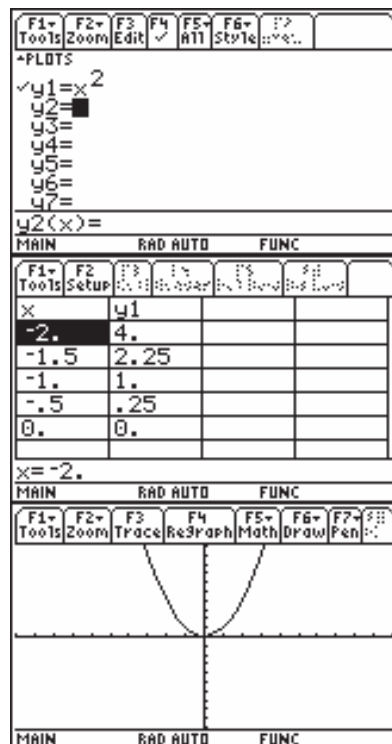
Mittlerweile fast schon Standard ist die automatisierte Berechnung verschiedenster Regressionskurven. In TI-Nspire™ ist es nun erstmals auf einem Handheld möglich, die Kennwerte interaktiv, d. h. live zu berechnen. Verändert man einzelne Zahlen der Datenbasis, so wird zeitgleich die neue Regressionskurve sowie ein aktualisierter Korrelationskoeffizient berechnet. Neu ist, dass auch sämtliche Residuen berechnet und gemeinsam mit der Regressionskurve dargestellt werden können. Dafür sorgt die Applikation **Data & Statistics**. Hier können auch Punkte interaktiv verschoben werden; die berechneten Kennwerte folgen den Veränderungen.



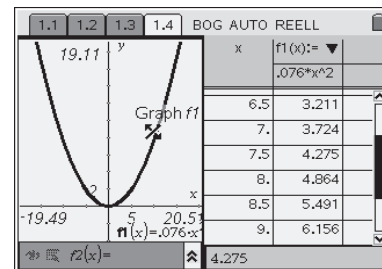
Die interaktive Applikation **Data & Statistics**



Y=, Table, Graph



Y=, Table, Graph



Graphs & Geometry

Die Möglichkeiten der Modi Y=, Table und Graph sind in TI-Nspire™ zusammengefasst in einer einzigen Applikation: **Graphs & Geometry**. Viele Objekte sind interaktiv. So kann z. B. die Achseneinstellung durch Ziehen verändert werden. Ebenso kann man die Aufteilung des Bildschirms variabel gestalten. Eine Besonderheit ist die Interaktivität von Graphen: Geraden, Parabeln und auch die Graphen von Sinusfunktionen und der Exponentialfunktion (e^x) können durch Ziehen verändert werden (Grab & Move).

TI-Nspire™ Dokumente: Elektronische Arbeitsblätter?

Benno Grabinger, Neustadt/Weinstraße

Die Möglichkeiten, Software zur anschaulichen Bearbeitung mathematischer Probleme so einzusetzen, dass dies für den Lernprozess von Schülerinnen und Schülern gewinnbringend ist, haben sich in den letzten 25 Jahren ständig verbessert: Vor dem Zeitalter der Funktionsplotter erforderte es einigen programmertechnischen Aufwand, den Graph einer Funktion zu erzeugen. Mit der TI-Nspire™ Technologie lassen sich jetzt auch weitergehende Probleme im Umfeld von Funktionsgraphen standardmäßig lösen, für die vor nicht allzu langer Zeit programmiert werden musste: Die Abbildung 1 zeigt die TI-Nspire™ Realisation eines Standardbeispiels aus dem Analysisunterricht:

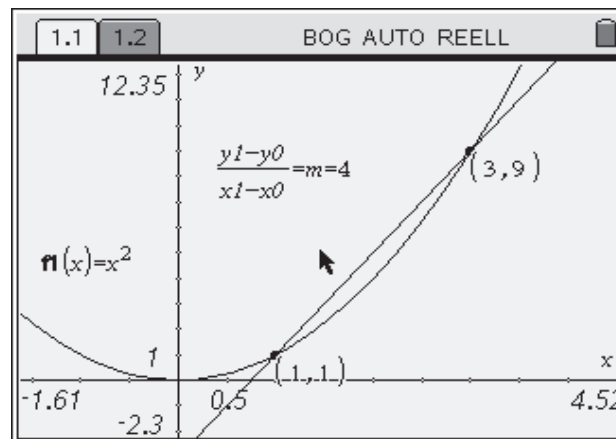


Abbildung 1

Mit wenigen Mausklicks kann jede Schülerin und jeder Schüler die abgebildete Situation herstellen, mittels der die Tangentensteigung als Grenzwert der Sekantensteigungen veranschaulicht werden kann. Verändert man die Lage des Punktes $P_1(x_1 | y_1)$ durch Ziehen mit der Maus, so ändert sich dabei der berechnete Wert m der Steigung. Die erforderlichen Aktivitäten zur Herstellung dieses Dokuments unterstützen den Lernprozess. Es müssen die zwei Punkte $P_1(x_1 | y_1)$ und $P_0(x_0 | y_0)$ an den Graphen gebunden werden, eine Sekante muss erzeugt werden, deren Steigung muss bestimmt werden – alles Tätigkeiten, die den mathematischen Gedankengang unterstützen.

Die Beobachtungen können von den Schülerinnen und Schüler auf einer Textseite festgehalten werden:

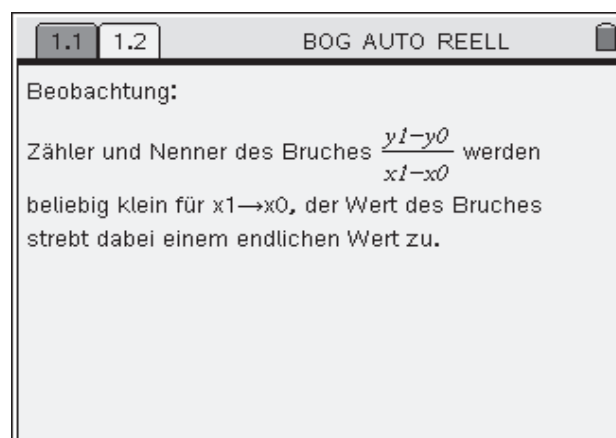


Abbildung 2

In dem hier betrachteten Beispiel haben die Schülerinnen und Schüler selbst ein Dokument erstellt, das aus zwei Seiten besteht. Die Abbildung 3 zeigt die Struktur dieses Dokumentes im so genannten Seitensortierer des TI-Nspire™ Handhelds:

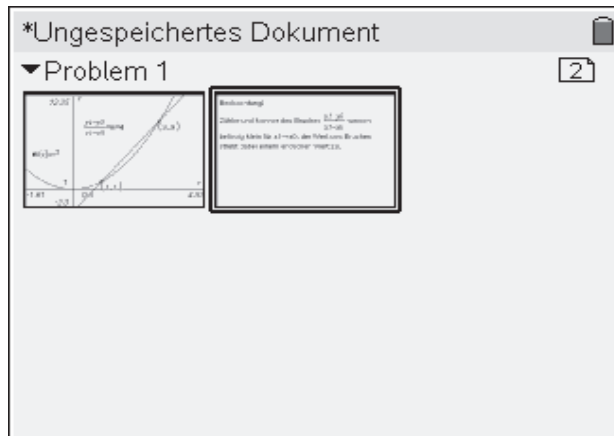


Abbildung 3

Die Lehrkraft hat jetzt die Möglichkeit, die Dokumente der Lerngruppe daraufhin zu analysieren, wie die einzelnen Applikationen eingesetzt wurden, um das mathematische Problem zu lösen. *Das ist eine wichtige Neuheit von TI-Nspire™.* Diese neue Möglichkeit bietet für die Interaktion im Unterricht entscheidende Vorteile. Wenn der Lehrer die Dokumente seiner Klasse sieht, kann er sich über die von den Schülerinnen und Schülern durchgeführten Aktionen informieren und individuelle Verbesserungen anregen.

In dem zuletzt betrachteten Beispiel hat die Software eine einfache Möglichkeit zur Bearbeitung des mathematischen Problems geliefert. Die Schülerinnen und Schüler konnten das entsprechende Dokument selbst anfertigen. Das war besonders gewinnbringend, weil dadurch auch entsprechende mathematische Inhalte transportiert werden konnten. Alles ging aber nur deshalb so einfach, weil die Software auf diese Standardsituation zugeschnitten war. Nun wird es nie eine Software geben, die alle vom Anwender gewünschten Probleme in der Standardversion bereithält. Das bedeutet, dass es immer Situationen geben wird, in denen nur Spezialwissen weiterhilft. Gerade hier zeigt sich nun die eigentliche Stärke des dokumentenbasierten Systems der TI-Nspire™ Technologie. Es können fertige Dokumente an die Schülerinnen und Schüler weitergegeben werden. Diese können dann mit dem Dokument, ähnlich wie mit Java-Applets, aus dem Internet arbeiten. Dadurch entfällt die rein technische Konstruktionsarbeit des Dokumentes. Das Bereitstellen von fertigen Dokumenten ist natürlich nur sinnvoll, wenn klar ist, dass das Erstellen des Dokumentes durch Schülerinnen und Schüler keinen erheblichen Beitrag zum Verständnis bringt.

Beispiele für elektronische Arbeitsblätter:

Mathematisch nicht anspruchsvoller als das zuvor betrachtete Beispiel ist das empirische Gesetz der großen Zahlen. Dabei soll die relative Häufigkeit eines Zufallsereignisses, das bei Versuchsdurchführung mit der Wahrscheinlichkeit p eintritt, über der Anzahl der Versuche aufgetragen werden. Es ergibt sich ein Graph, der sich für große Werte von n in der Nähe von $f_1(x) = p$ stabilisiert:

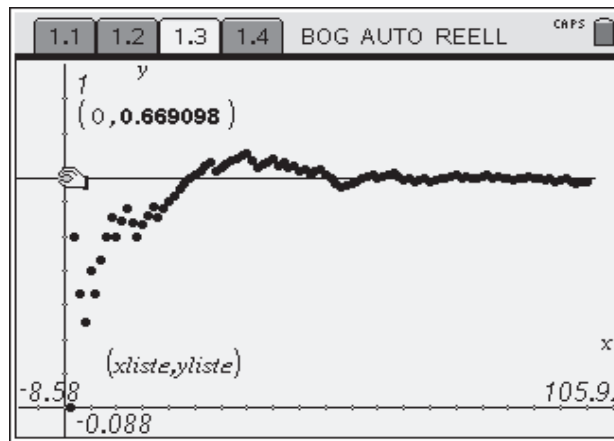


Abbildung 4

Zunächst wird eine Funktion benötigt, welche mit der Wahrscheinlichkeit p den Wert 1 liefert (Ereignis tritt ein) und mit der Wahrscheinlichkeit $1-p$ den Wert 0. Am einfachsten kann man dies mit der Standardfunktion $\text{randBin}(n,p)$ erledigen, wenn man als Anzahl der Experimente $n = 1$ wählt:

1.1	1.2	1.3	1.4	BOG AUTO REELL
				randBin(1,5)
				0
				randBin(1,5)
				1
				randBin(1,5)
				1
				randBin(1,5)
				1
				randBin(1,5)
				0
				randBin(1,5)
				0
				randBin(1,5)
				1
				11/99

Abbildung 5

Diese „Eingebung“ kann man allerdings nicht von Schülerinnen oder Schülern erwarten, die zu diesem Zeitpunkt noch nicht einmal die Binomialverteilung kennen, d. h. die Funktion $\text{randBin}(n,p)$ muss vom Lehrer vorgegeben werden. Das nächste Problem ist die Ermittlung der relativen Häufigkeiten. Das kann elegant mit der Tabellenkalkulation erledigt werden:

1.1 1.2 1.3 1.4 BOG AUTO REELL CRPS					
A	xl	B	C	D	yliste
	=seq	=randbin(1,'p,100)	=cumsum(b[[]])	=c[[]]/(a[[]])	
1	1	0	0	0	
2	2	1	1	1/2	
3	3	0	1	1/3	
4	4	0	1	1/4	
5	5	1	2	2/5	
6	6	0	2	1/3	

A xliste:=seq(n,n,1,100)

Abbildung 6

In Spalte A werden die Zahlen 1 bis 100, d. h. die Nummern des Experimentes erzeugt. Spalte B enthält die Informationen, ob das Experiment ein Erfolg war (1) oder nicht (0). In Spalte C wird die Spalte B kumuliert. Da ein erfolgreiches Experiment mit 1, ein Misserfolg mit 0 codiert wurde, enthält die Spalte C damit die jeweils absolute Anzahl der Erfolge. Die relative Häufigkeit ergibt sich dann in Spalte D als Quotient der Spalten C und A. Auf der Graphikseite muss dann nur noch die Spalte D über der Spalte A als Scatter-Plot aufgetragen werden. Dadurch, dass der Wert p mit einem Punkt auf der y-Achse verknüpft ist, liefert jede Bewegung des Punktes einen neuen Graphen. Durch Änderung von $f_1(x)$ kann der Wert von p geändert werden.

Es erscheint einsichtig, dass es für Schülerinnen und Schüler in der Sekundarstufe I ohne erheblichen Aufwand nicht möglich ist, dieses Dokument selbst zu erstellen. Zur Anfertigung des Dokumentes sind hauptsächlich „technische“ Kenntnisse erforderlich, welche die Mathematik zum „Gesetz der großen Zahlen“ nicht bereichern. Deshalb macht es auch keinen Sinn, mit den Schülerinnen und Schülern dieses Dokument im Unterricht schrittweise, nach Anleitung der Lehrkraft, zu erstellen. Die einzig sinnvolle Vorgehensweise ist hier die Weitergabe des fertigen Dokumentes an die Schülerinnen und Schüler, z. B. mit Übertragungskabeln oder per Download aus dem Internet. Die in den USA sehr beliebte TI-Navigator-Technologie zum Vernetzen von Handheld-Systemen ist für TI-Nspire™ noch nicht verfügbar, soll aber bis spätestens Ende 2008 auch auf dem deutschen Markt erscheinen.

Mit einem weiteren – bei weitem nicht so aufwändigen Beispiel – möchte ich zeigen, dass es durchaus Situationen gibt, in denen Schülerinnen und Schüler potenziell in der Lage sind Dokumente selbst zu erstellen, bei denen aber die Fragestellung faktisch vorschreibt, die Dokumente als elektronische Arbeitsblätter an die Schülerinnen und Schüler zu senden:

Stellen Sie sich vor: Auf einem geteilten Bildschirm sehen Sie zwei Punkte. Sie bewegen den einen, der andere bewegt sich ebenfalls. Nun wechseln Sie in den anderen Teil des Bildschirms. Auch dieser Punkt lässt sich bewegen und der andere folgt... Doch die Bewegungen hängen nicht erkennbar zusammen! Was versteckt sich dahinter?

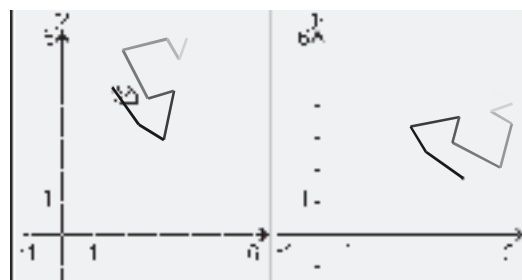


Abbildung 7

Die Bewegungen hängen nicht erkennbar zusammen

Die beiden Punkte sind über ihre Koordinaten miteinander verknüpft. Die x-Koordinate des linken Punktes ist gleich der y-Koordinate des rechten Punktes. Mit der y-Koordinate verhält es sich entsprechend. Leider ist es in einem Text nicht möglich, das tatsächliche Erlebnis zu schildern, wenn sich zwei Punkte, deren Bewegung man selbst beeinflusst, zunächst ohne erkennbaren Zusammenhang sind. Wir haben versucht, diesem Erlebnis durch eine nachträglich hinzugefügte Spur in der Grafik Rechnung zu tragen. Um dem funktionalen Zusammenhang auf die Spur zu kommen, heißt es: Die Bewegungen systematisieren, eine Hypothese zum funktionalen Zusammenhang entwickeln, die Hypothese durch weitere Bewegungen erproben. Natürlich kann man so nicht nur die Umkehrfunktion auf einer Seite verstecken. Jeder beliebige funktionale Zusammenhang kann in eine solche Black-Box gepackt werden, die man den Schülerinnen und Schülern als Dokument zur Verfügung stellen kann.

Fazit:

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass in den Fällen, in denen die Software eine einfache Möglichkeit zur Abarbeitung des mathematischen Problems liefert, die Schülerinnen und Schüler das Dokument selbst anfertigen sollten. Gewinnbringend wird dies besonders dann, wenn durch die Anfertigung des Dokumentes auch mathematische Inhalte transportiert werden können. Das ist z. B. oft der Fall, wenn es um das Zusammenspiel zwischen Graph, Term und Wertetabelle geht.

Für Probleme, die sich erst durch Programmierung, durch ein tieferes Verständnis des Variablenkonzeptes oder durch einen großen technischen Aufwand erschließen lassen, sollten fertige Dokumente an die Lernenden weitergegeben werden. Manchmal bietet sich dann auch die Möglichkeit, dass Schülerinnen und Schüler diese Dokumente erweitern und verändern können.

Nicht übersehen werden sollte auch die Möglichkeit, dass die Lernenden die Ergebnisse ihrer Arbeit auch in dem Dokument selbst festhalten. Die Notes-Applikation bietet dafür vorgefertigte Strukturen an. Für die hier angedeutete Arbeitsweise liegen im Mathematikunterricht noch kaum Erfahrungen vor. So hilfreich die angedeuteten Möglichkeiten auch sind, so eindringlich sei vor dem Missverständnis gewarnt, dass durch diese Neuerungen eine sorgfältige Dokumentation in den Schülerheften überflüssig wird. Ein interessanter Aspekt ist dabei die Anreicherung von Hefteinträgen mit Ausdrucken aus den elektronischen Dokumenten.

Hinweis:

Interessierte Leserinnen und Leser können die zu diesem Dokument gehörigen TI-Nspire™ Dokumente auf der T³ Materialdatenbank unter www.t3deutschland.de, www.t3oesterreich.at und www.t3schweiz.ch herunterladen.

Minute Made Math oder: In der Kürze liegt die Würze

Ewald Bichler, Ergolding

Beim Unterrichten mit neuen Technologien hat man die Möglichkeit, auf eine große Anzahl an Veröffentlichungen, Handreichungen und Vorschläge zurückzugreifen. Manche dieser Vorschläge sind thematisch gruppiert und umfassen einige Unterrichtsstunden, manche beschreiben ganze Unterrichtssequenzen.

Diese Materialien sind meist sehr umfangreich oder setzen bereits einiges an Erfahrung im Unterrichten mit neuen Technologien voraus. Das Erstgenannte kann vom Studium der Materialien durchaus abschrecken, das Zweite kann diejenigen entmutigen, die erst wenige oder keine Erfahrungen mit neuen Technologien haben und den Mehrwert von neuen Technologien noch nicht erlebt haben.

Ein besonderer Gewinn beim Einsatz von neuen Technologien im Unterricht – gerade in Handheld-Form – ist die ständige Verfügbarkeit des Mediums. Dadurch kann man die neue Technologie an vielen (geeigneten) Stellen gewinnbringend in den alltäglichen Unterricht integrieren.

Kleine aber feine Beispiele, die z. B. das Verständnis von Zusammenhängen beim Einsatz der neuen Technologie besonders unterstützen, nenne ich „Minute Made Math“ – weil sie in wenigen Minuten (oft innerhalb einer Minute) am Rechner erzeugt sind und eingesetzt werden können, gezielt vorbereitet oder spontan – in verschiedensten Sozialformen.

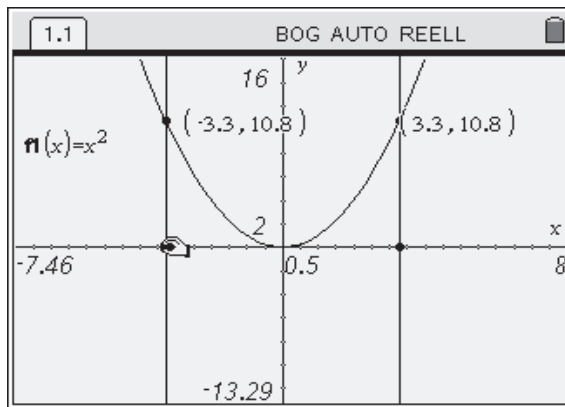
Jede Minute Made Math besteht aus einer Einheit, die auf einer DIN A4 Seite (und nicht mehr!) beschrieben wird. Hier findet man:

- eine Beschreibung der Einheit,
- Screenshots, die die Intention der Einheit illustrieren,
- ein Bildschirmvideo, das die Intention der Einheit erläutert,
- ein Bildschirmvideo, das hilft, die Einheit nachzubauen,
- einen knappen Text mit Hinweisen zur Erzeugung des Beispiels am eigenen Rechner (für diejenigen, die Erfahrung im Umgang mit dem Gerät mitbringen),
- einen didaktischen Kommentar,
- einen Link auf eine TI-Nspire™ Datei, die das komplette Beispiel enthält.

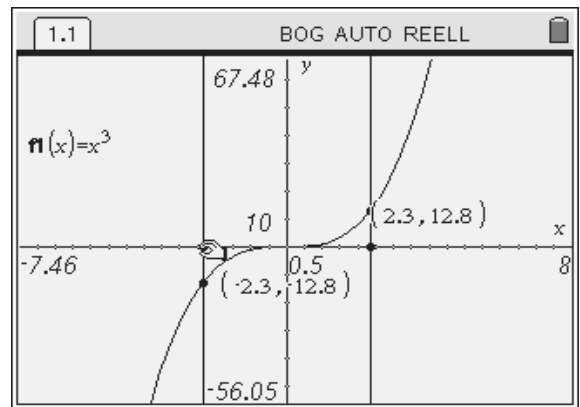
Die „Minute Made Math“-Einheiten wenden sich also an alle, die Interesse am Einsatz von neuen Technologien im Mathematikunterricht haben – unabhängig vom persönlichen „Erfahrungsgrad“. Den obigen Forderungen lässt sich entnehmen, dass in besonderer Weise eine elektronische Form der Publikation geeignet erscheint. Daher werden die „Minute Made Math“ Einheiten in elektronischer Form publiziert (Infos unter www.t3deutschland.de).

Ein Beispiel: Symmetrie zum Koordinatensystem

Bei dieser Einheit werden Graphen auf Symmetrie zur y-Achse oder zum Ursprung untersucht. Neben der rechnerischen Bearbeitung werden die Kriterien durch dynamische Darstellung am Rechner illustriert.



Gilt
 $f(-x) = f(x)$,
so ist der Graph achsensymmetrisch zur y-Achse



Gilt
 $f(-x) = -f(x)$,
so ist der Graph punktsymmetrisch zum Ursprung
Bildschirmvideo* zur Intention der Einheit

Einsatzmöglichkeiten/Didaktischer Kommentar:

Der rechnerische Nachweis der Achsen- oder Punktsymmetrie zum Koordinatensystem stellt viele Schülerinnen und Schüler vor das Problem, dies abstrakt nachvollziehen zu müssen. Mit Hilfe des Rechners können die Kriterien $f(-x) = f(x)$ bzw. $f(-x) = -f(x)$ visualisiert werden. Nach erfolgter Konstruktion in **Graphs & Geometry** kann der Funktionsterm geändert werden. Auf diese Weise ist exploratives Arbeiten mit verschiedensten Funktionen möglich.

Technische Hinweise zum Erzeugen am Rechner

- Funktionsgraph in **Graphs & Geometry** zeichnen
- Parallele zur y-Achse erstellen
- dazu bezüglich der y-Achse symmetrische Gerade
- Schnittpunkte mit Funktionsgraph
- Anzeigen der Koordinaten der Schnittpunkte

Bildschirmvideo*: So wird die Einheit in TI-Nspire™ erzeugt.

Eine fertige TI-Nspire™ Datei findet sich in der T³ - Materialdatenbank.

* **Hinweis:** Das abgedruckte Beispiel illustriert den Aufbau einer „Minute Made Math“. Die Einheit liegt elektronisch als PDF-Dokument vor. Die Bildschirmvideos können durch Anklicken aus dem PDF heraus gestartet werden und stehen in gedruckter Form natürlich nicht zur Verfügung. Ziel ist es hier, Ihnen einen Eindruck zu verschaffen, um die „Minute Made Math“ von anderen Materialien abgrenzen zu können.

Lernen durch Ansehen und Nachmachen

Karl-Heinz Keunecke, Altenholz

Wenn die TI-Nspire™-Technologie im Mathematikunterricht genutzt werden soll, so müssen Schülerinnen und Schüler sowie Lehrkräfte eine erhebliche Technikkompetenz (Nutzungskompetenz) besitzen, um die unterschiedlichen Applikationen Calculator, Graph & Geometry, Lists & Spreadsheet, Notes sowie Data & Statistics und Datenerfassung sinnvoll einzusetzen. Es ist bekannt, dass gerade die Einführung in die Bedienung von Taschencomputern für alle sehr anstrengend ist.

Die Lehrkraft, die möglicherweise zum ersten Mal das Gerät einsetzt, wird im Allgemeinen der Lerngruppe

1. die Bedienung im Frontalunterricht erklären,
2. bei den Lernenden Eingabe- und Bedienungsfehler erkennen müssen und
3. helfen, Einstellungs- und Hardwarefehler zu beheben.

An die Lernenden werden ebenfalls erhebliche Anforderungen gestellt. Sie müssen

1. alle gleichzeitig die Anweisungen der Lehrkraft ausführen,
2. warten, bis auch der letzte die gestellte Aufgabe erfüllt hat, weil der nächste Schritt erst erklärt werden kann, wenn der vorherige erledigt ist und
3. fehlerfrei arbeiten, denn nach einer falschen Eingabe oder Bedienung können sie die darauf folgenden Anweisungen nicht mehr ausführen.

In der Industrie und auch zunehmend bei Hochschulen setzt man in solchen Fällen, in denen es um die Einführung neuer Technologien geht, elektronische Lernprogramme ein. In der Schule ist E-Learning noch sehr wenig verbreitet. Es gibt auch zurzeit kaum Untersuchungen, wie diese neue Form des Lehrens und Lernens in der Schule eingesetzt werden kann. T³ hat bereits 2004 eine Lernsoftware für die Einführung des TI-Voyage™ 200 erfolgreich an Schulen erprobt. Diese stehen seitdem sowohl auf einer CD als auch auf der Homepage von T³ [1] Lehrenden und Lernenden zur Verfügung.

Seit kurzem bietet auch die Firma Atomic Learning im Auftrage von Texas Instruments E-Learning-Module für TI-Nspire™ (also der Version ohne CAS) in deutscher Sprache [2] im Internet kostenlos an. Diese zeigen einen ähnlichen Aufbau wie die T³-Module und können somit auch in gleicher Weise genutzt werden.

Jede Einheit besteht aus einem Film, in dem mit einer Softwareemulation des TI-Nspire™ eine Anwendung vorgeführt wird. Die Bedienung des Tastenfeldes wird durch eine Hand angezeigt. Gleichzeitig werden alle Berechnungen und Grafiken wie bei einem realen Rechner auf dem Display der Emulation sichtbar. Die Bedienung des Rechners und die Darstellung auf dem Display werden zusätzlich in deutscher Sprache kommentiert.

Die Lernenden können nun auf ihrem eigenen Rechner die vorgeführte Anwendung nachvollziehen und so erlernen. Die Einheiten haben eine Länge von 1 bis 5 Minuten. Es ist kaum möglich, über diese Zeit die gezeigte Anwendung so im Kopf zu behalten, dass man sie hinterher reproduzieren kann. Leider stoppen die Module nicht von sich aus, wenn ein Lernabschnitt beendet ist, damit dieser dann nachvollzogen werden kann. Schülerinnen und Schüler müssen den Film von sich aus nach eigenen Vorstellungen anhalten und wieder anfahren.

Keunecke und Reiß [4] haben verschiedene Modelle zur Nutzung von E-Learning-Module untersucht und evaluiert. Es hat sich als wenig nutzbringend erwiesen, Schülerinnen und Schülern den Auftrag zu erteilen, ein oder mehrere der obigen Module durchzuarbeiten, um dann später darauf die eigene Unterrichtsstunde aufzubauen. Wesentlich erfolgreicher und im Sinne einer modernen Unterrichtsgestaltung hat sich das folgende Konzept erwiesen:

Den Schülerinnen und Schülern werden die Rechner zusammen mit der E-Learning-CD oder die URL für die Module von Atomic Learning ausgehändigt. Gleichzeitig erhalten sie eine Aufgabe, die sie mit dem Rechner bearbeiten sollen. Sie sollen dann eigenständig entscheiden, welche der zur Verfügung stehenden Module sie für die Bearbeitung benötigen. Es wird dann das Modul aufgerufen und das gezeigte Beispiel auf dem Rechner nachvollzogen. Anschließend wird ein neues Dokument geöffnet, in dem die von der Lehrkraft gestellte Aufgabe bearbeitet wird. Mit den gerade erlernten Kenntnissen wird so ein erster Teil dieser Aufgabe gelöst. Auf diese Weise wird Schritt für Schritt weiter gearbeitet.

Der Lösungsweg der gestellten Aufgabe sollte wenigstens prinzipiell bekannt sein, damit zu diesem Zeitpunkt der Schwerpunkt auf dem Erwerb der Werkzeugkompetenzen liegen kann.

A. Grundlagen		
	Teste #	Größe
1. Ein neues Dokument erstellen und Notizen	25556	1:36
2. Ein neues Dokument finden und öffnen	25587	2:08
3. Ändern des Page Layout und der Position	25590	3:02
4. Änderung der Dokumenten- und Systeminstellungen	25589	4:11
5. Zugang und Benutzung des Katalogs	25590	2:16
6. Verwenden von Vorlagen in Notes	25591	3:39
7. Verwenden der TI-Nspire™ Computer Link Software	25592	3:40
B. Graphs and Geometry		
	Teste #	Größe
1. Der Graph zu einem Term	25593	4:04
2. Zeichnen von geometrischen Grundfiguren	25594	3:19
3. Zusammenhang zwischen Term und Graph	25595	5:33
C. Lists & Spreadsheet		
	Teste #	Größe
1. Eingabe von Daten per Hand	25596	3:07
2. Darstellung von Daten in einem Streifen-Plot	25597	3:53
3. Erzeugen einer Regressionsgleichung	25598	5:17
4. Wertetabellen	25599	4:50
D. Calculator		
	Teste #	Größe
1. Mathematische Vorlagen	25600	1:40
2. Graphische Darstellung eines Terms mit einem Parameter	25601	2:56
3. Sonderzeichen verwenden	25602	1:14
E. Data Collection		
	Teste #	Größe
1. Datenerfassung in einem Experiment	25603	2:12
2. Handheld: Einstellungen für die Datenerfassung	25604	1:59
3. Speichern der Messungen	25605	2:19

Abb. 1: Liste der E-Learning-Module der Firma Atomic Learning für TI-Nspire™

Durch die Einbindung der Lernmodule in eine Aufgabenstellung erübrigt sich der Frontalunterricht und die Lehrkraft kann sich nun individuell den Lernenden widmen, bei Eingabe- und Bedienungsfehlern helfen oder Hardwareprobleme beheben. Auch für die Schüler ist entspannteres Arbeiten möglich, da sie möglichst in Zweiergruppen ihr eigenes Arbeitstempo bestimmen und gemeinsam entscheiden, welche Module sie für die Bearbeitung der Aufgabe benötigen. Auftretende Fragen können sie zuerst untereinander und dann ggf. mit der Lehrkraft besprechen. Die unterschiedlichen Arbeitstempi sollten als eine Chance für eine mögliche Binnendifferenzierung durch weiterführende Aufgaben gesehen werden.

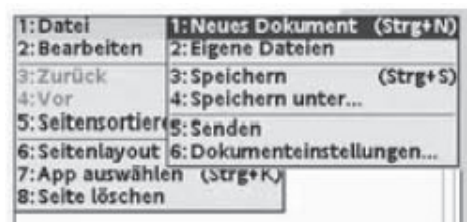


Abb. 2: Dokument speichern

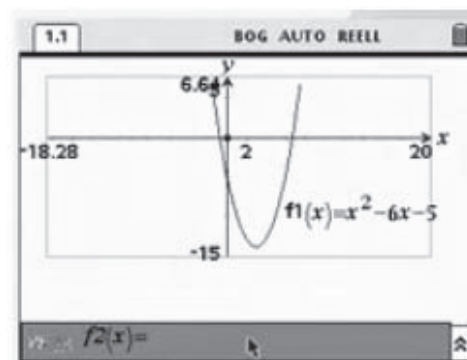


Abb. 3: Zeichnen einer Funktion

Die von der Firma Atomic Learning angebotenen Einheiten beschränken die möglichen Aufgaben, da sie nur für einen TI-Nspire™ (ohne CAS) gelten. Insbesondere fehlt eine Beschreibung des Solve-Befehls.

Nachfolgend werden drei Einführungsaufgaben vorgeschlagen. Wenn sie von Schülerinnen und Schülern erfolgreich bearbeitet worden sind, haben sie damit erste technologiebezogene Basiskompetenzen erworben und können danach mit weiteren Aufgabenstellungen, die sich aus dem Unterrichtsgang ergeben, in der Zusammenarbeit mit der Lehrkraft oder durch das Handbuch ihre Kenntnisse über das Gerät erweitern.

Im Folgenden wird kurz skizziert, wie die E-Learning-Module für die am Ende angegebene Aufgabe 1 im Unterricht genutzt werden können. Dazu werden aus Platzgründen nur das Display der Computeremulation gezeigt und nicht auch die Tastatur.

Als erstes werden die Lernenden sich vermutlich den Film „A: Ein neues Dokument Erstellen und Sichern“ aus den Grundlagen (Abb. 1) aufrufen und durcharbeiten. Eines der darin gezeigten Bildschirmfotos wird in Abb. 2 (siehe Bild vorige Seite) gezeigt.

Nach der Bearbeitung könnte schon das Dokument für die eigentliche Aufgabe eingerichtet werden. Oder es können noch weitere Kenntnisse über das Gerät mit einem nächsten Modul erworben werden. Vermutlich wird das „B: Der Graph zu einer Funktion“ (siehe vorherige Seite) sein, um zu lernen, wie eine Funktion graphisch dargestellt werden kann.

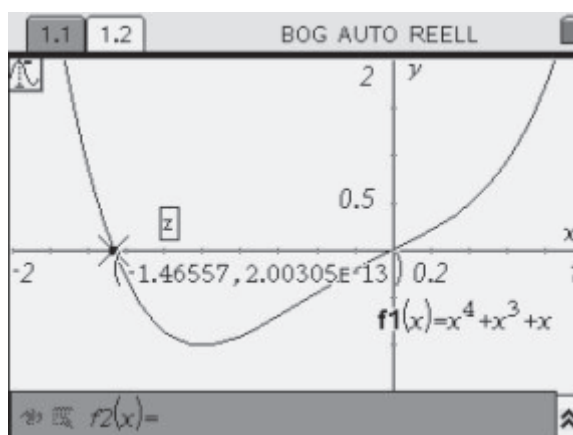


Abb. 4: Graph zu Aufgabe 1

Danach sind Schülerinnen und Schüler in der Lage, die Funktion von Aufgabe 1 in ihrem eigenen Dokument zu zeichnen (Abb. 4) und abzuspeichern. In der geschilderten Weise können nun auch die weiteren Teile der Aufgabe 1 bearbeitet werden.

Schülerinnen und Schüler können entscheiden, ob sie zunächst das Beispiel des Filmes auf dem eigenen Rechner nachvollziehen und anschließend ohne Anleitung die gleiche Operation an der eigenen Aufgabe durchführen oder ob sie bereits während der Betrachtung der Filmsequenzen die eigene Aufgabe schon bearbeiten wollen. Im ersten Fall ist – aus meiner Erfahrung – eine größere Nachhaltigkeit gegeben.

Einführungsaufgaben

1. Untersuchung einer Funktion

Gegeben ist die Funktion g durch $g(x) = x^4 + x^3 + x$.

1. Stellen Sie die Funktion g grafisch dar. Bestimmen Sie die Nullstellen mit der Spurfunktion (Hinweise dazu gibt es in der englischen Version der Lernmodule [3] „Tracing a Graph“)
2. Stellen Sie eine Wertetabelle zu g auf und bestimmen Sie den Extrempunkt von g möglichst genau.
3. Berechnen Sie die Nullstellen mit dem Solve-Befehl. (Dies kann in der Applikation **Calculator** durch den Befehl solve(Gleichung, Variable) geschehen.)

2. Experimentelle Untersuchung des Zusammenhanges zwischen Druck und Volumen eines eingeschlossenen Gases

Es ist Luft in einem Kolbenprober verschiedenen Drücken ausgesetzt worden. Das Gas wurde zunächst auf ein bestimmtes Volumen gebracht und der Druck mit Hilfe eines Drucksensors gemessen. Das Ergebnis ist in der Tabelle zu sehen.

Volumen	7.5	10	12.5	15	17.5	20
Druck	1367.9	1033.5	820.73	699.14	587.69	506.63

Welcher mathematische Zusammenhang besteht zwischen den Größen Druck und Volumen? Ermitteln sie eine Funktion, die den Zusammenhang beschreibt.

3. Dreieckskonstruktion (SWS)

Konstruieren Sie ein Dreieck mit $b = 4,8$ cm, $c = 6$ cm und $\alpha = 52^\circ$. Geben Sie die fehlenden Seitenlängen und Winkel an.

Zusatzaufgabe: Konstruieren Sie In- und Umkreis des Dreiecks.

Literatur:

- [1] <http://lernmodule.t3deutschland.de/analysis1/index.htm>
- [2] http://www.atomiclearning.com/ti_nspire_de
- [3] http://movies.atomiclearning.com/k12/ti_nspire
- [4] K-H. Keunecke, A. Reiß: Neue Medien und Bildungsstandards: Bericht über die 22. Arbeitstagung des Arbeitskreises Mathematikunterricht und Informatik in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 17. bis 19. September 2004 in Soest, „Neue Wege bei der Einführung eines CAS. Schülerinnen und Schüler übernehmen Verantwortung für den eigenen Lernprozess“

Die TOP 10 des Einstiegs: Trifft der Ball den Korb?

Heike Jacoby-Schäfer, Kepler-Gymnasium, Tübingen

Ziel dieses Beitrags ist es, TI-Nspire™-Neueinsteigern eine solide Grundlage im Umgang mit dem Rechner anzubieten, auf die man bei komplexeren Aufgaben zurückgreifen oder aufbauen kann (Erwerb von technologiebezogenen Basiskompetenzen und Nutzungskompetenzen).

Anhand eines konkreten Beispiels, das aus meiner Erfahrung auch gut im Unterricht einsetzbar ist, sollen die „**TOP 10 des Einstiegs**“, d. h. die „10 wichtigsten Bedienungstechniken“ erläutert werden. Die Auswahl dieser **TOP 10** erhebt keinesfalls Anspruch auf Vollständigkeit. Sie ergibt sich vielmehr aus bisherigen Workshopverfahren und sollte von Fall zu Fall überprüft und ggf. angepasst werden.

Aufgabe:



Kann man anhand des Stroboskopbildes vorhersagen, ob der Ball bei diesem Freiwurf den Korb trifft?

Didaktischer Kommentar:

Im Unterricht sollten die Schülerinnen und Schüler das Bild selbst vermessen und die Koordinaten der Ballpositionen bestimmen. Dabei legt man den Ursprung des Koordinatensystems geeignet, z. B. an die Füße des Werfers auf der Freiwurflinie. Der Ballmittelpunkt soll durch die Korbringmitte gehen. Die Freiwurflinie liegt 4,60 m vom Korb entfernt, der in einer Höhe von 3,05 m befestigt ist.

Exemplarisch sind hier Messwerte der jeweiligen Ballpositionen vorgegeben:

Positionen des Balls (x y)	
x (Wurfweite in m)	y (Ballhöhe in m)
0	1,63
0,84	3,17
1,88	3,99
3,5	3,66

In dem nachfolgend beschriebenen Lösungsweg werden die notwendigen Bedienungstechniken recht detailliert ausgeführt, so dass die Aufgabe ohne weitere Vorkenntnisse bearbeitet werden kann.

1. Daten eingeben

1.1 Neues Dokument – die erste Seite

Sollte Ihr Bildschirm aussehen wie rechts (kaum Kontrast), stellen Sie vor Beginn den Kontrast ein. Der Kontrast wird durch [ctrl], [6] erhöht, durch [ctrl], [5] verringert.

Öffnen Sie mit [ctrl], [6] ein Neues Dokument.

Die erste Seite mit [3: Lists & Spreadsheet] einfügen. Es erscheint eine leere Tabelle.

1.2 Wertetabelle eingeben

Spaltennamen (z. B. „weite“ und „höhe“) gibt man in der obersten Zeile ein.

Dorthin gelangt man mit den Pfeiltasten (←, →, ↑, ↓). Die Eingabe wird jeweils mit der [enter]-Taste abgeschlossen.

Um die Namen vollständig lesen zu können, vergrößert man die Spaltenbreite [menu], 1: Aktionen, 2: Größe ändern]. Mit [right] kann die Spalte verbreitert werden. Mit [enter] schließen Sie die Einstellung ab.

Geben Sie die Werte ein, nutzen Sie dazu die Pfeiltasten, die Zahlentasten und zum Abschließen jeweils die [enter]-Taste. Bitte beachten Sie: Ein Zahlenkomma ist ein Punkt [dot].

(Dabei **nicht** die Zeile mit der Raute benutzen – darin kann man bei Bedarf Spaltenformeln eingeben).

TOP I:

Das Gerät vorbereiten: Kontrast einstellen

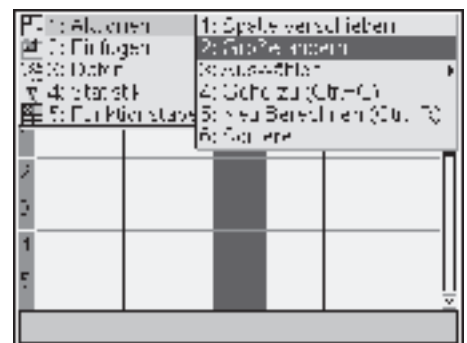


TOP II:

Dokumente und Applikationen öffnen

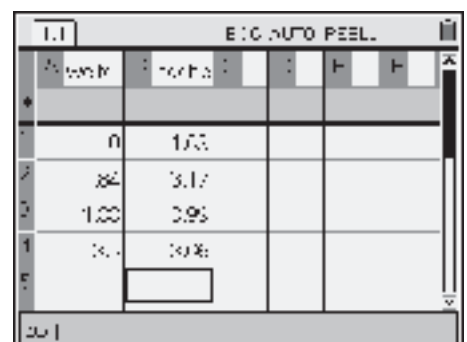
TOP III:

Menüs nutzen



TOP IV:

Daten eingeben und visualisieren



2. Daten visualisieren und analysieren

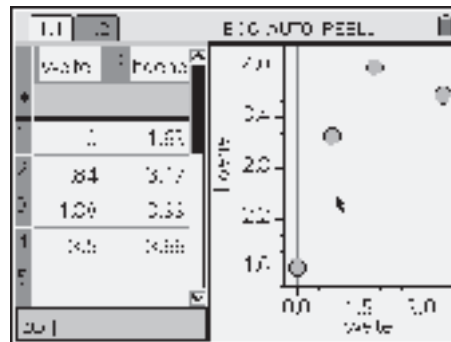
Es gibt dafür im Wesentlichen zwei Möglichkeiten:

2.1 mit „SchnellGraph“

Beide Spalten markieren. Dazu auf „weite“ gehen, [▲] drücken, abschließend [↵] und [▶] gleichzeitig drücken.

0	1.00		
2	84	3.17	
3	1.00	0.95	
1	0.0	0.00	

Nachdem [menu], [3], 4: SchnellGraph] gewählt wurde, öffnet sich ein Fenster mit der Graphik.

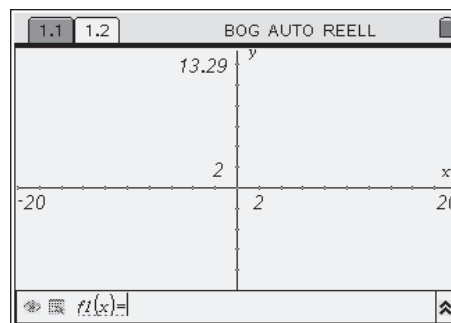


Um mit den Daten weiter zu arbeiten und die Flugkurve des Balles zu modellieren, ist die folgende Möglichkeit besser geeignet.

2.2 mit „Graphs & Geometry“

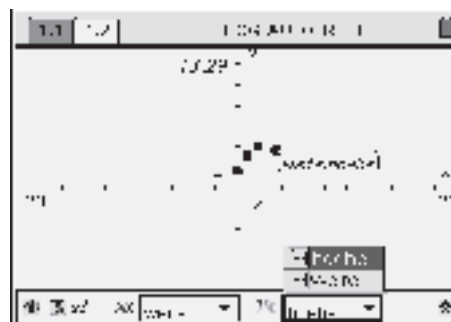
[G], [2] wählen. Es öffnet sich das Graphikfenster der Applikation **Graphs & Geometry**. Um die Datenpaare darzustellen, wählt man [menu], [3], 4: Streu-Plot]. Mit [enter] öffnen sich die Felder, in denen man die passende Zuteilung der Variablen zu den Achsen vornimmt. Mit [tab] springt man in das nächste Feld. Weitere Infos unter **Listen graphisch darstellen**.

TOP V:
Objekte, z. B. Koordinatenachsen, anpassen

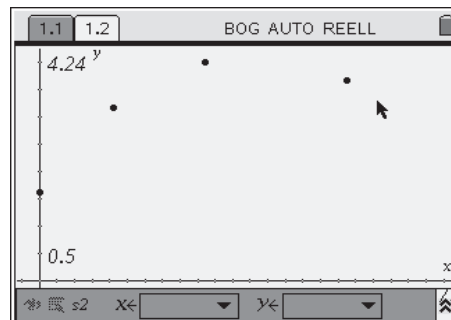


Fenstereinstellung anpassen

Einen passenden Fensterausschnitt erhält man mit [menu], [4], 9: Statistik-Zoom]. Der Rechner wählt dabei einen Ausschnitt, in den die Punkte genau passen.



Möchte man das Fenster von Hand einstellen, um z. B. die Korbweite mit dabei zu haben, wählt man die Achseneinstellungen selbst [menu], [4], 1: Dialogfeld Achseneinstellungen]. Es gibt auch zahlreiche andere Möglichkeiten, die Einstellungen der Koordinatenachsen anzupassen (**Koordinatenachsen verändern**).



Man kann die Beschriftung (*weite, hoehe*) löschen, indem man den Cursor dort platziert – es erscheint die Hand. Mit [clear] wird die Beschriftung gelöscht. So kann man fast alle nicht erwünschten Objekte löschen.

2.3 Eine Funktion bestimmen

TI-Nspire™ bietet die Möglichkeit, die Graphen einfacher Funktionen (linear, quadratisch...), interaktiv anzupassen. Da die Flugbahn des Balls eine Parabel beschreibt, arbeiten wir hier mit der Funktion $f(x) = x^2$.

Den entsprechenden Modus aktivieren Sie mit [menu], [3], 1: Funktion].

In der Eingabezeile geben Sie den Funktionsterm x^2 ([X] [y²]) ein und bestätigen mit [enter] (Graph einer Funktion zeichnen).

Den Graphen der Parabel können Sie nun mit dem Zeiger greifen. Bewegen Sie den Zeiger dafür in die Nähe des Scheitelpunktes. Drücken Sie [⊕] für ungefähr eine Sekunde. Der Zeiger verwandelt sich in eine geschlossene Hand, die Parabel lässt sich nun verschieben. Durch wiederholtes Drücken von [⊕] wird die Parabel platziert. Greifen Sie nun die Parabel an einem ihrer Arme. So lässt sich die Streckung der Parabel variieren.

Es bedarf einiger Feinarbeit, um die Parabel an die Punkte anzupassen. Schließlich sollten Sie jedoch zu einem ähnlichen Funktionsterm wie wir kommen.

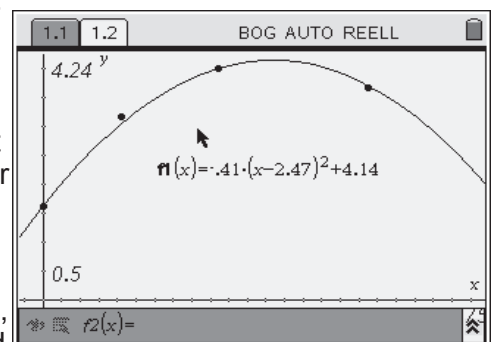
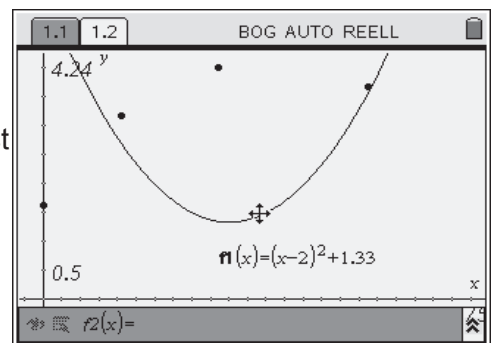
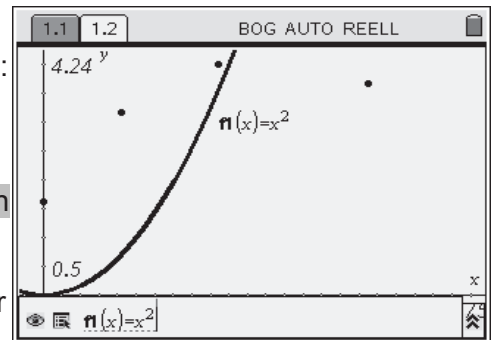
Mit dieser Graphik kann man das Problem nun schon fast lösen. Wir zeichnen nun zusätzlich noch den Korb ein, der sich im Punkt (4,60|3,05) befindet.

Dazu wird ein Punkt gezeichnet [menu], [6], 1: Punkt]. Lassen Sie die Koordinaten des Punktes bestimmen [menu], [1], 6: Koord. und Gch.], indem Sie auf den Punkt klicken und anschließend die Anzeige der Koordinaten platzieren.

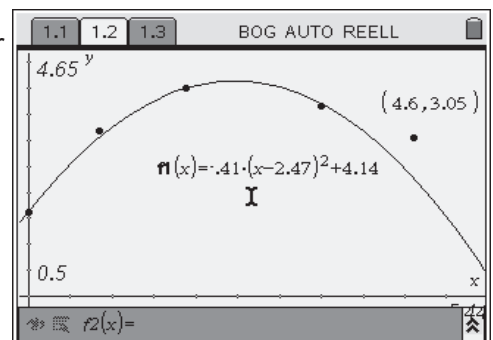
Ist das gelungen, beenden Sie den aktuellen Modus mit Hilfe der [esc]-Taste. Koordinaten sind ebenso Objekte wie die Parabel oder die Koordinatenachsen. Man kann deswegen auch ihre Eigenschaften verändern. Klicken [⊕] Sie dazu zweimal kurz auf die x-Komponente. Mit der Tastatur können Sie den Zahlenwert löschen und durch 4,60 ersetzen. Entsprechend ersetzen Sie den y-Wert durch 3,05. Ergo: Der Ball trifft den Korb nicht.

Tipp: Beim Verschieben der Parabel oder dem Setzen des Punktes kann es passieren, dass man einen anderen Fensterausschnitt benötigt. Wenn Sie den Zeiger in einen freien Bereich bewegen und die [⊕]-Taste ungefähr eine Sekunde lang drücken, kann das komplette Koordinatensystem verschoben werden.

TOP VI:
Graphen zeichnen und verändern



TOP VII:
Geometrische Objekte darstellen und platzieren



2.4 Rechnerische Prüfung

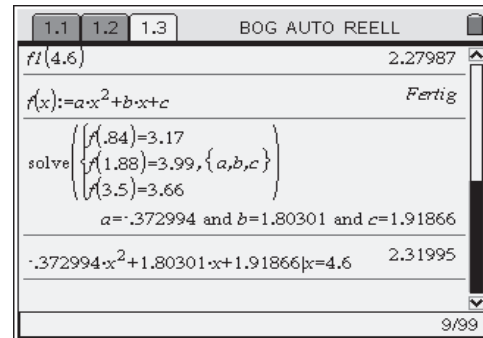
Fügen Sie eine neue **Applikation** hinzu, die **Applikation Calculator**. Hier können einfache (z. B. 7+3) und komplexe Rechnungen durchgeführt werden.

Die von uns erzeugte Funktion ($f_1(x)$) ist weiterhin im Speicher. Wenn der Ball trifft, sollte der Funktionswert an der Stelle 4,60 m ungefähr 3 m sein. Einsetzen ergibt jedoch ungefähr 2,2 m. Der Ball trifft also auch hier nicht.

Natürlich könnte es sein, dass unsere Methode zur Bestimmung der Funktion viel zu ungenau war. Deswegen zeigen wir hier (ohne es detailliert zu beschreiben), dass auch eine exakt durch die letzten drei Punkte gelegte Parabel keine bessere Prognose ergibt.

Tipp: Falls Sie den Screenshot nachbasteln möchten, können Sie auf Vorlagen (Templates) zurückgreifen. Diese öffnen Sie mit [F5]. Weitere Hilfen finden Sie unter **Formeln kopieren**, **Formeln Werte einsetzen**, **Funktionen speichern** und **Gleichungssysteme lösen**.

TOP VIII:
Den Calculator nutzen



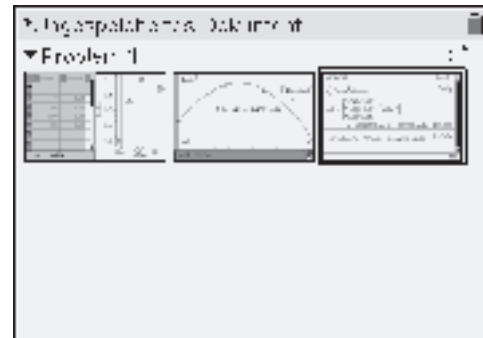
3 Die Daten sichern

Nun haben Sie Ihr erstes TI-Nspire™-Dokument erstellt. Lassen Sie uns nun noch einen abschließenden Blick darauf werfen. Die zuvor erstellten Seiten erreichen Sie mit [ctrl] [left arrow]. Zurück geht's mit [ctrl] [right arrow].

Einen Überblick über alle Seiten bekommen Sie mit [ctrl] [up arrow].

Um auf dieses Dokument auch langfristig zurückgreifen zu können, sollte man es speichern [ctrl] [F5], 3: Speichern]. Geben Sie einen Namen ein und bestätigen Sie mit [enter].

TOP IX:
Zwischen Seiten wechseln und das Dokument verwalten

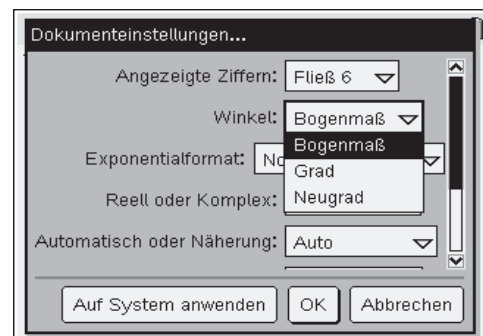


4 Einstellungen für Dokumente

Jedes Dokument hat fixe Voreinstellungen. Dazu gehört z. B. die Anzahl der Nachkommastellen, ob exakt oder nur näherungsweise gerechnet werden soll oder auch, ob die trigonometrischen Funktionen im Bogenmaß, Gradmaß oder im Neugradmaß arbeiten sollen.

Sie erreichen dieses reichhaltige und wichtige Menü mit [ctrl] [F8], 1]. Die Systemeinstellungen sind dabei auf das gesamte System und die Dokumenteinstellungen lediglich auf das aktuelle Dokument bezogen. Man sollte entsprechend gut überlegen, wo man die Einstellungen vornimmt.

TOP X:
Die Dokument- und Systemeinstellungen verändern



TI-Nspire™ näher kennenlernen: Eine Aufgabe – viele Wege

Dirk Schulz, Lünen
Andreas Pallack, Soest

Die Aufgabe:

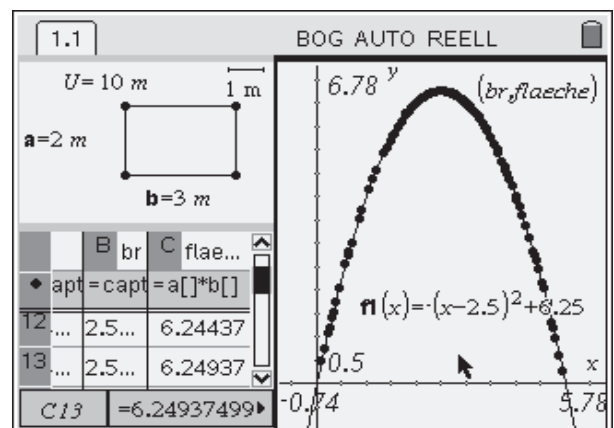
Bauer Dubbelskötter möchte ein Gehege für seine Hühner anlegen. Er sieht eine gute Möglichkeit darin, das Gehege an einer Hauswand zu platzieren. Ihm stehen nur 10 Meter Drahtzaun zur Verfügung und er möchte eine rechteckige Umzäunung haben. Wie sieht in diesem Fall das größtmögliche Gehege aus?



„Da lachen ja die Hühner! Die Aufgabe habe ich ja schon x-mal in der Klasse 9 unterrichtet. Wofür braucht man da neue Technologien? Ein alter Hut und außerdem: Welcher Bauer hat nur 10 m Zaun? Dem sollte man die Hühnerhaltung besser verbieten...“

So oder so ähnlich ist häufig der erste Eindruck. Doch dieser Eindruck täuscht! Natürlich ist die Aufgabe recht leicht und für den Experten in Windeseile zu lösen: $l + 2 \cdot h = 10$ m. Zu bestimmen ist $\max(l \cdot h) = \max((10 - 2 \cdot h) \cdot h) = 5 \cdot 2,5 \text{ m}^2 = 12,5 \text{ m}^2$. Das war es.

Dieser scheinbare Nachteil der Trivialität offenbart sich schnell als Vorteil: Lehrerinnen und Lehrer sowie Schülerinnen und Schüler der Oberstufe müssen sich beim Bearbeiten dieser Aufgabe nicht primär auf den Stoff konzentrieren, die meiste Aufmerksamkeit gilt dem Lösungsprozess. Und dieser Prozess ist vielschichtig und recht bunt: Man kann diese Aufgabe nämlich hervorragend geometrisch, graphisch, tabellarisch und auch symbolisch lösen.



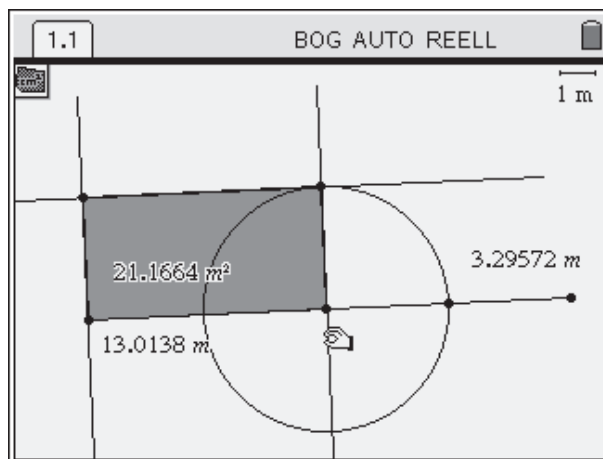
Wie man diese Aufgabe im Unterricht nutzen kann, beschreibt Dirk Schulz (2008) in Mathematik Lehren. Unser Anliegen ist es, Ihnen als Lehrerin oder Lehrer einen Vorschlag zum Einstieg in die Nutzung der Technologie TI-Nspire™ zu bieten. Und zwar sowohl für Sie selbst als auch für Ihre Schülerinnen und Schüler.

Die vier verschiedenen Lösungswege werden im Folgenden beschrieben. Für jeden Weg gibt es eine Kurzlösung, in der Sie die Lösungsidee sowie einige Tipps (auch mit Blick auf das Glossar in diesem Buch) finden. Im Anschluss daran finden Sie jeweils eine Detaillösung. Die Erfahrung zeigt, dass Einsteiger bei ihren ersten Schritten manchmal sehr detaillierte Unterstützung benötigen. Was im Workshop leicht realisiert werden kann, ist im Selbststudium nur schwer möglich. Diese Materialien sind auch für das Selbststudium ausgelegt. Nach dieser kleinen Starthilfe können dann auch komplexere Aufgaben mit der TI-Nspire™ Technologie bearbeitet werden.

Kurzform geometrische Lösung

Dieser Lösungsvorschlag beruht auf der Idee, dass man den Zaun rein geometrisch konstruieren und die Fläche des entstandenen Hofes ausmessen kann.

Zentral ist die folgende Konstruktion: Die Gesamtlänge des Zauns wird als Strecke abgetragen. Nun benötigt man eine entsprechende Unterteilung. Diese wird vorgenommen, indem man die Strecke dreiteilt und mit Hilfe eines konstruierten Streckenmittelpunkts die identische Länge von zwei Teilstrecken sicherstellt. Diese Teilstrecken repräsentieren die linke und rechte Zaunbegrenzung.





Das ist dafür nützlich:

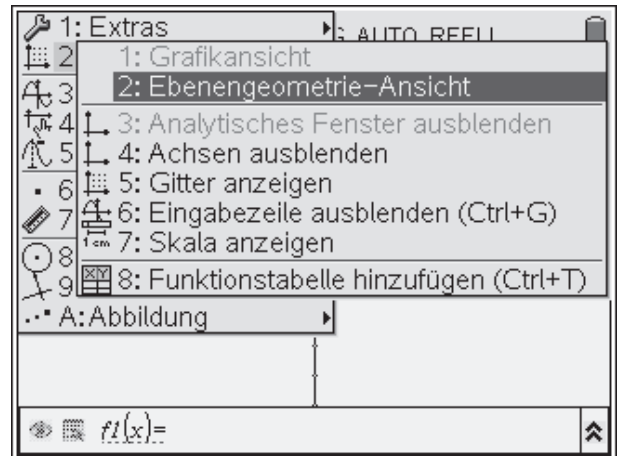
Sie möchten....	Applikation	So erreichen Sie das mit TI-Nspire™
eine Strecke zeichnen	Graphs & Geometry	[menu], 6: Punkte & Geraden, 5: Strecke]
einen Punkt auf einer Strecke zeichnen	Graphs & Geometry	[menu], 6: Punkte & Geraden, 2: Punkt auf] Punkt auf Objekt
eine Senkrechte zeichnen	Graphs & Geometry	[menu], 9: Konstruktion, 1: Senkrecht]
ein Polygon zeichnen	Graphs & Geometry	[menu], 8: Formen, 4: Polygon]
einen Mittelpunkt konstruieren	Graphs & Geometry	[menu], 9: Konstruktion, 5: Mittelpunkt]
einen Kreis zeichnen	Graphs & Geometry	[menu], 8: Formen, 1: Kreis]
einen Schnittpunkt konstruieren	Graphs & Geometry	[menu], 6: Punkte & Geraden, 3: Schnittpunkt(e)], die sich schneidenden Objekte anklicken [☞] [☞] Punkt, Schnittpunkte
Flächen und Längen messen	Graphs & Geometry	[menu], 7: Messen, ...] dann die Fläche oder die Distanz anklicken [☞] Messen
einen Punkt verschieben	Graphs & Geometry	[menu], 1: Zeiger], mit dem Zeiger auf den Punkt gehen und [☞] ungefähr eine Sekunde lang gedrückt halten
einen Schritt rückgängig machen	Graphs & Geometry	[ctrl], [esc]



Langform geometrische Lösung



Öffnen Sie ein neues Dokument und fügen Sie eine Seite mit der Applikation **Graphs & Geometry** ein.





Im ersten Schritt wird (da wir eine rein geometrische Konstruktion anfertigen) das Koordinatensystem ausgeschaltet. Wechseln Sie in die Ansicht Ebenengeometrie.

[, , 2: Ebenengeometrieansicht].






Zeichnen Sie eine Strecke [, 6: Punkte & Geraden, 5: Strecke]. Klicken [] Sie dazu die beiden Punkte an, welche die Strecke begrenzen sollen.

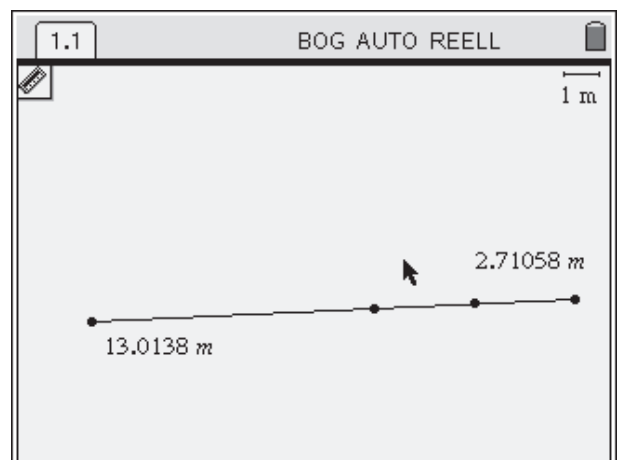
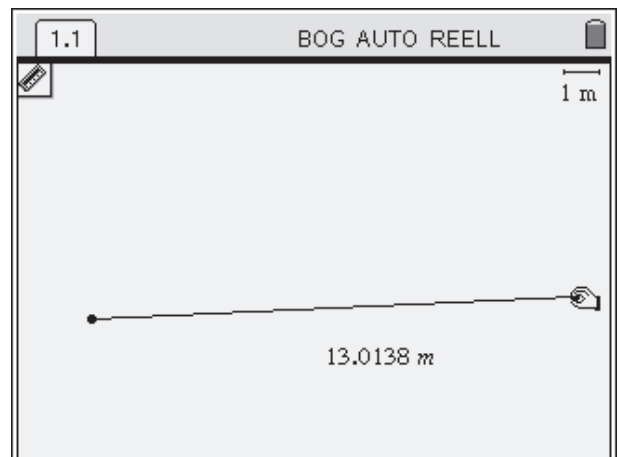
Messen Sie die Länge der Strecke [, 7: Messen, 1: Länge] durch Anklicken [] der Strecke. Der nächste Klick platziert die gemessene Länge.

Um in der Größenordnung 10 m arbeiten zu können, sollte der Maßstab geändert werden. Drücken Sie [, um die bisherigen Aktionen abzubrechen und klicken [] Sie auf den Maßstab oben rechts. Mit Hilfe der Tastatur ([, löscht Eingaben) ändern Sie den Maßstab zu 1 m. Bestätigen Sie die Eingabe mit [,].

Wenn Sie wollen – was allerdings für den Lösungsweg unerheblich ist – können Sie die Länge der Strecke anpassen, so dass diese 10 m lang ist.

Nun kommt der eigentliche Kniff: Konstruieren Sie einen Punkt auf der Strecke [, 6: Punkte & Geraden, 2: Punkt auf] und konstruieren Sie dann einen Mittelpunkt zwischen einem Streckenbegrenzungspunkt und dem Punkt auf der Strecke [, 9: Konstruktion, 5: Mittelpunkt]. Dazu klicken [] Sie die beiden Punkte nacheinander an.

Entstanden ist so eine Unterteilung, die genau der Unterteilung des Zauns entspricht. Zwei gleich lange Abschnitte für die Seiten, ein dritter für die Front.



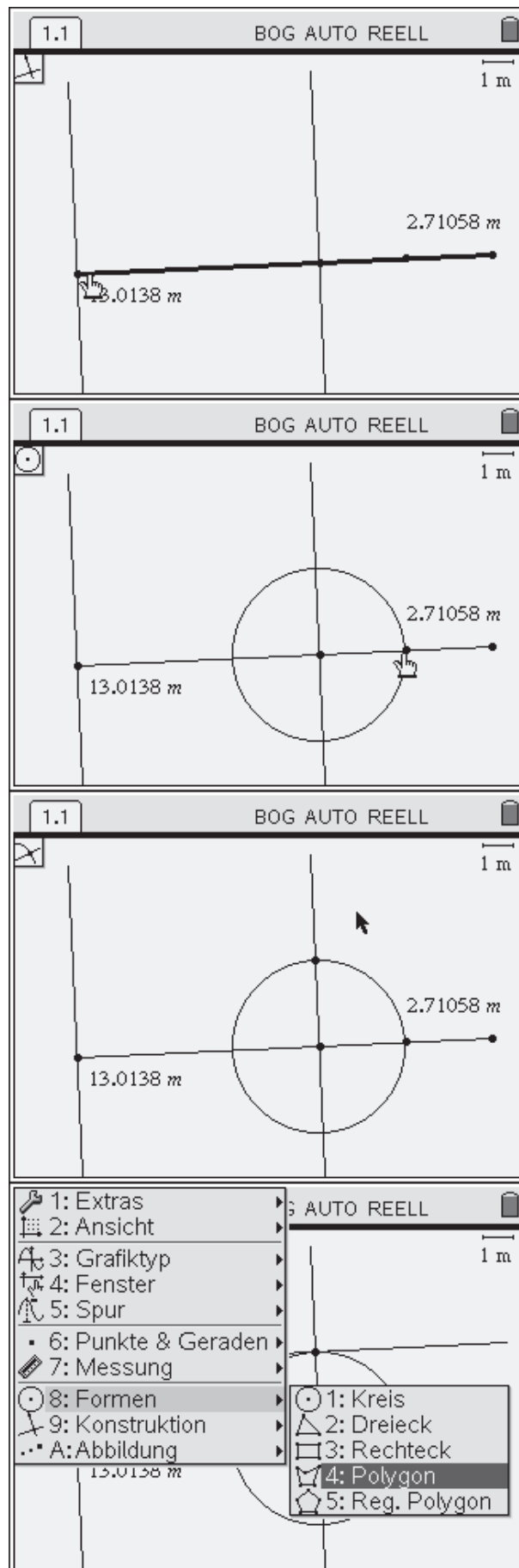
Nun soll das Rechteck (also der Zaun) konstruiert werden. Das geschieht mit Senkrechten [menu, 9: Konstruktion, 1: Senkrecht]. Klicken Sie [img] zuerst auf den jeweiligen Punkt (siehe Abbildung rechts) und dann auf die Strecke.

Die Länge der Seitenwand soll nun auf eine der Senkrechten abgetragen werden. Dazu nutzen wir einen Kreis [menu, 8: Formen, 1: Kreis]. Zuerst klicken [img] Sie auf den Mittelpunkt, dann auf einen Punkt der Kreislinie, um den Radius zu bestimmen.

Nun bestimmen Sie den Schnittpunkt zwischen Kreis und Senkrechte [menu, 6: Punkte & Geraden, 3: Schnittpunkt(e)], indem Sie die sich schneidenden Objekte nacheinander anklicken [img]. Durch diesen Punkt muss nun wieder eine Senkrechte [menu, 9: Konstruktion, 1: Senkrecht] gelegt werden, um das Rechteck zu vervollständigen. Klicken Sie dazu nacheinander auf den Schnittpunkt und eine der bereits konstruierten Senkrechten.

Nun können die verbleibenden Punkt des Rechtecks leicht konstruiert werden. Zeichnen Sie eine Senkrechte zum Schnittpunkt und bestimmen Sie mit Hilfe der Schnittpunktoption den vierten Eckpunkt des Rechtecks. Eine Beschreibung dieser Optionen finden Sie oben.

Das Rechteck wird als Polygon konstruiert. Die Platzierung im Menü finden Sie rechts.

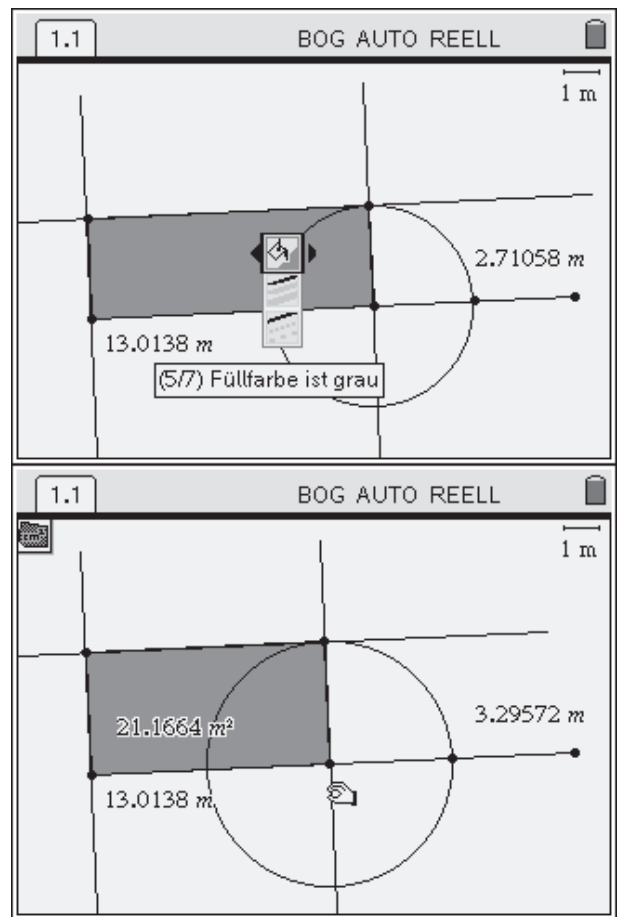


Klicken Sie die vier Eckpunkte des Rechtecks nacheinander an. Den letzten Punkt markieren Sie mit einem Doppelklick [⌘].

Wenn Sie wollen, können Sie das Rechteck auch färben. Bewegen Sie dazu den Zeiger auf eine Seite des Rechtecks, rufen Sie die Attribute mit [⌘], [menu], 2: Attribute] auf. Die Schattierung kann nun durch Drücken der Cursortasten ([←]) verändert werden. Mit [⌘] wird die Wahl bestätigt.

Abschließend müssen Sie nur noch die Fläche messen [⌘], 7: Messung, 2: Fläche] und die Maße so lange variieren, bis Sie das Maximum eingegrenzt haben. Dazu greifen und verschieben Sie den Punkt ([⌘], 1: Zeiger], mit dem Zeiger auf den Punkt gehen und [⌘] ungefähr eine Sekunde lang gedrückt halten, dann den Punkt mit den Cursortasten steuern).

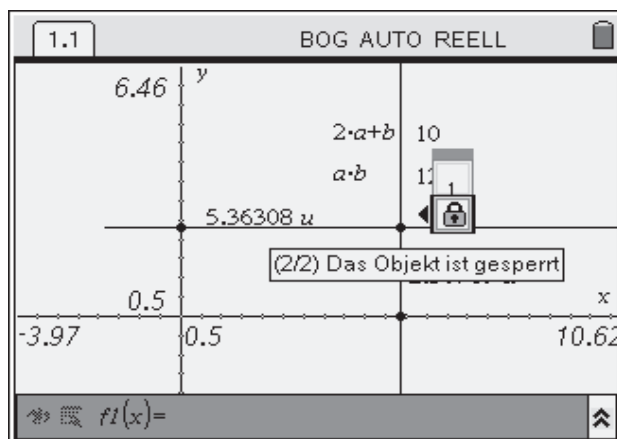
Um das vorgegebene Problem zu lösen, müsste nun – wie bereits zu Beginn erwähnt – zusätzlich die Länge der Strecke auf 10 m festgelegt werden.



Kurzform graphische Lösung

Dieser Lösungsvorschlag beruht auf der Idee, dass man den Zaun dynamisch konstruiert und dessen Länge fixiert.

Zentral ist die folgende Konstruktion: Die Ecke des Geheges wird durch einen Punkt repräsentiert. Davon ausgehend wird das Rechteck konstruiert. Die Seitenlängen des Zauns werden gemessen. Daraus können nun (Teil-)Umfang und Flächeninhalt ermittelt werden. Die Zaunlänge wird gesperrt und das Maximum des Flächeninhalts gesucht.



Das ist dafür nützlich:

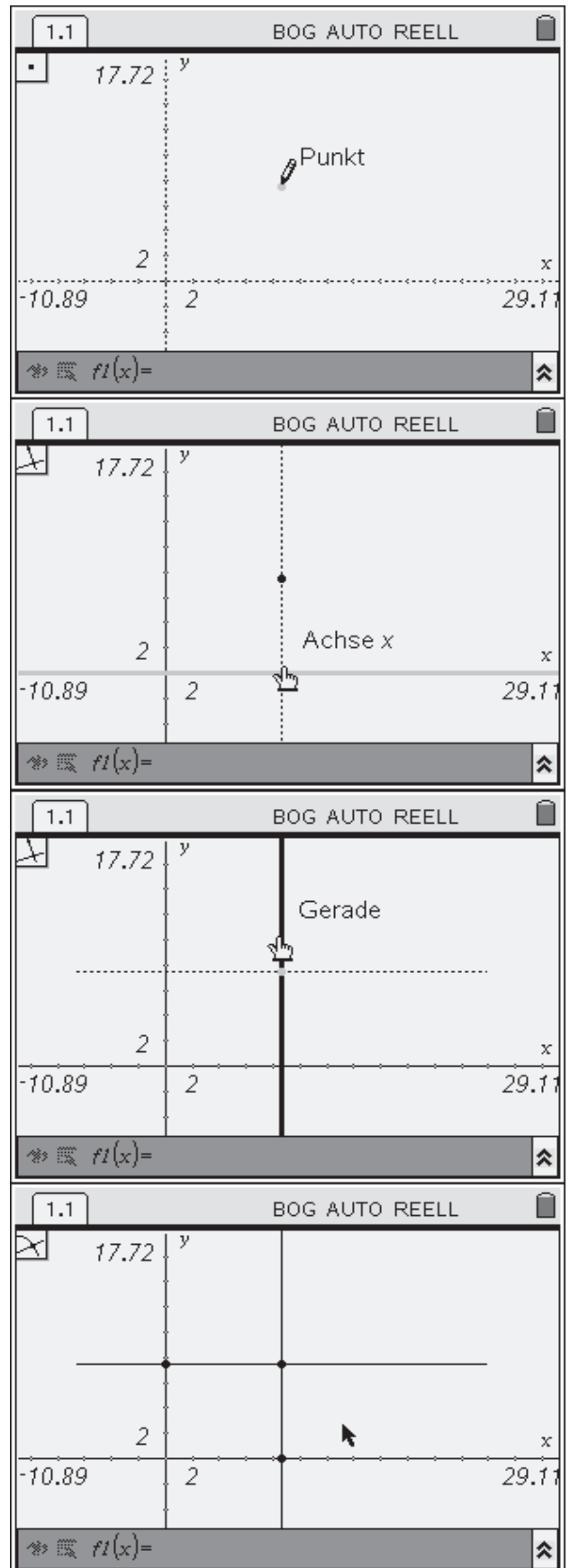
Sie möchten...	Applikation	So erreichen Sie das mit TI-Nspire™
einen Punkt zeichnen	Graphs & Geometry	[menu], 6: Punkte & Geraden, 1: Punkt]
eine Senkrechte zeichnen	Graphs & Geometry	[menu], 9: Konstruktion, 1: Senkrecht]
einen Schnittpunkt konstruieren	Graphs & Geometry	[menu], 6: Punkte & Geraden, 3: Schnittpunkt(e)], die sich schneidenden Objekte anklicken [☞] [☞] Punkt, Schnittpunkte
eine Länge messen	Graphs & Geometry	[menu], 7: Messung, 1: Länge], dann die Punkte nacheinander anklicken [☞].
eine Formel eingeben und berechnen	Graphs & Geometry	[menu], 1: Aktionen, 5: Text], die Formel eingeben. Berechnen aktivieren [menu], 1: Aktionen, 7: Berechnen] und die Variablen nacheinander auswählen. Das Ergebnis der Berechnung mit [☞] platzieren.
ein Maß fixieren	Graphs & Geometry	[menu], 1: Aktionen, 3: Attribute], mit den Cursor-tasten auf das Schloss gehen und dieses schließen [↵].

Langform graphische Lösung

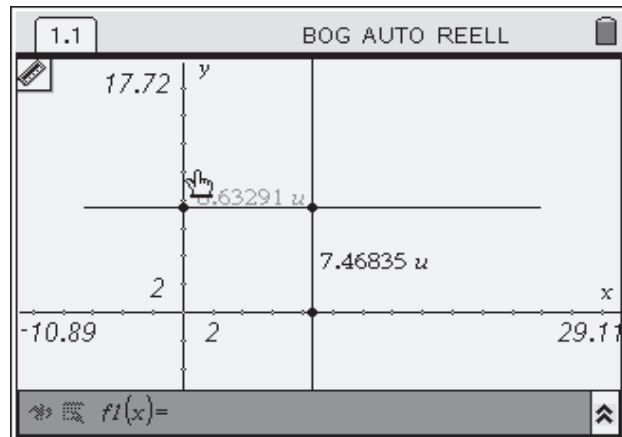
Starten Sie die Applikation **Graphs & Geometry**. Konstruieren Sie einen freien Punkt im ersten Quadranten [menu], 6: Punkte & Geraden, 1: Punkt].

Mit Hilfe von Senkrechten (Linien, besonders) [menu], 9: Konstruktion, 1: Senkrecht] wird das Rechteck konstruiert. Klicken Sie [☺] jeweils nach Auswahl der Option Senkrechte auf den Punkt und eine der Achsen.

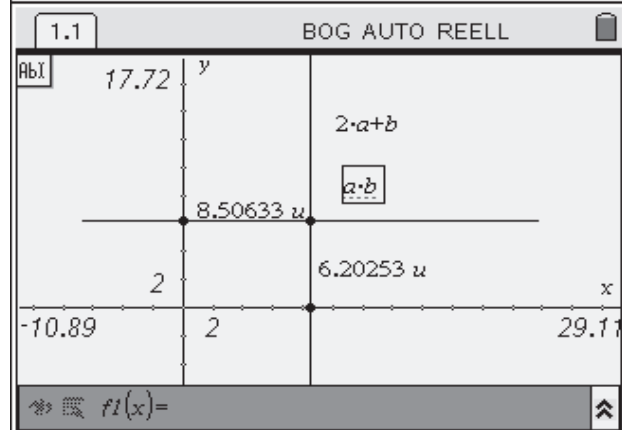
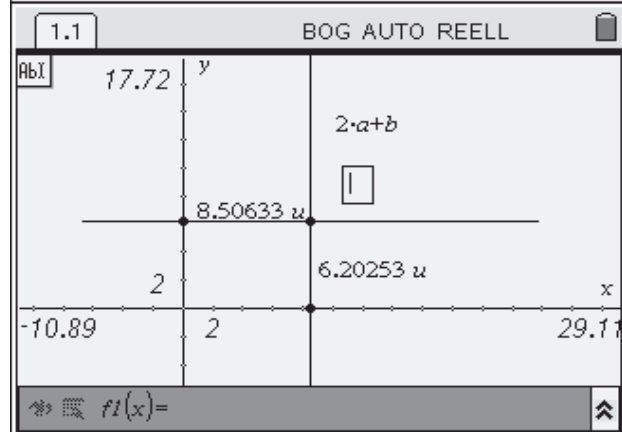
Konstruieren Sie dann die Schnittpunkte der Senkrechten mit den Koordinatenachsen. [menu], 6: Punkte & Geraden, 3: Schnittpunkt(e)], die sich schneidenden Objekte anklicken [☺] [☺] (Punkt, Schnittpunkte)



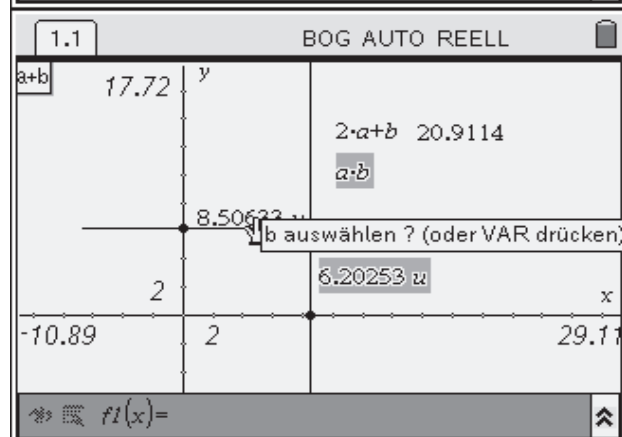
Messen Sie die Länge der Seiten des entstandenen Rechtecks: [menu], 7: Messung, 1: Länge], dann die Punkte nacheinander anklicken [⊗].



Geben Sie die beiden Formeln $2 \cdot a + b$ (zur Berechnung der Zaunlänge) und $a \cdot b$ (zur Berechnung der Gehegefläche) ein: [menu], 1: Aktionen, 5: Text]. Den Text mit [⊗] platzieren.



Nun müssen die Werte der Formeln noch berechnet werden. Dazu Berechnen aktivieren [menu], 1: Aktionen, 7: Berechnen] und die Variablen nacheinander auswählen. Das Ergebnis der Berechnung mit [⊗] platzieren.

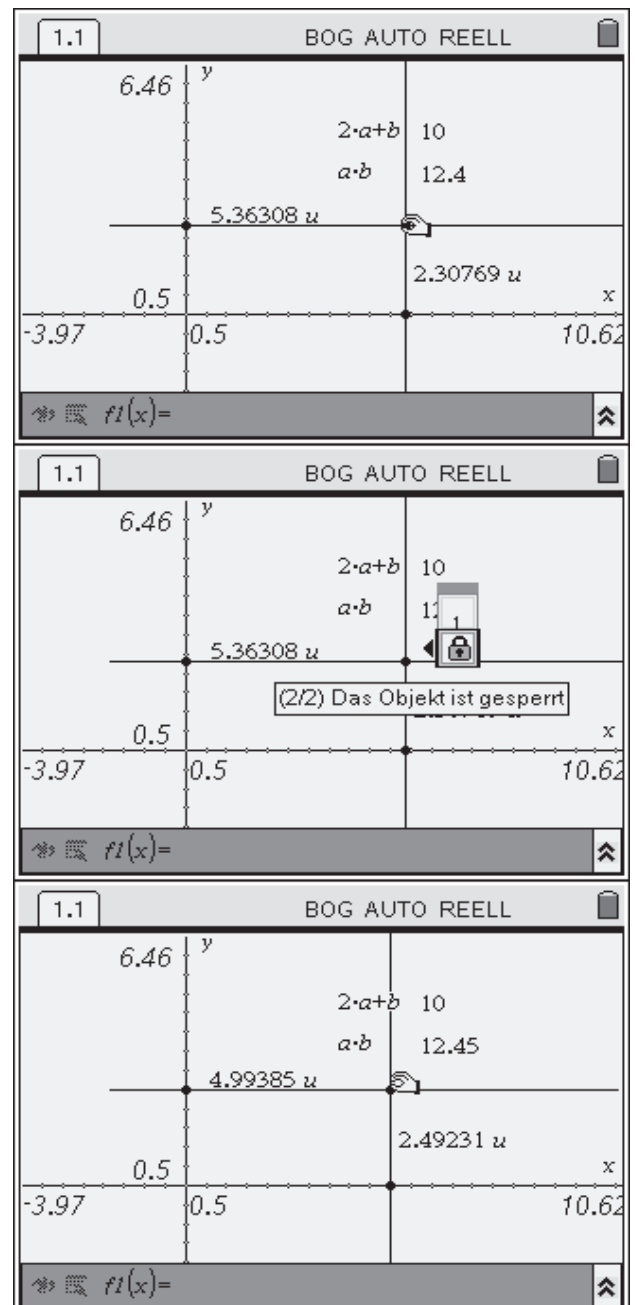


Greifen sie den zu Beginn konstruierten Eckpunkt (auf den Punkt gehen und [⊕] etwas länger als eine Sekunde drücken) und stellen Sie die Zaunlänge auf 10. Das wird nicht ganz genau gelingen. Die Genauigkeit lässt sich durch Verändern der Einstellungen der **Koordinatenachsen** erhöhen (z. B. [menu], 4: Fenster, 1: Dialogfeld Achseneinstellungen). Die Anzahl der angezeigten Nachkommastellen kann mit Hilfe der Option **Attribute** [ctrl], [menu], 2: Attribute] verändert werden.

Sperren Sie nun die Zaunlänge: [menu], 1: Aktionen, 3: Attribute], mit den Cursortasten auf das Schloss gehen und dieses schließen [▶].

Greifen Sie den zu Beginn konstruierten Eckpunkt (auf den Punkt gehen und [⊕] etwas länger als eine Sekunde drücken) und suchen Sie das Maximum des Flächeninhalts. Hier wurde 12,45 ermittelt.

Dass nicht genau 12,5 gefunden wurde, liegt daran, dass der Umfang nicht exakt eingestellt wurde. Je nach Zielsetzung im Unterricht kann man das zum Anlass nehmen, um andere Lösungswege zu thematisieren.



Kurzform tabellarische Lösung

Diese Lösung nutzt den bekannten Zusammenhang zwischen der Gesamtlänge (z. B. 10 m) und der Länge der Frontseite aus.

Mit Hilfe der Tabellenkalkulation wird eine Folge $a_n = n/10$ erzeugt, welche die Einschachtelung des Maximums erlaubt. In Abhängigkeit von den Folgengliedern für $n = 0$ bis $n = 100$ wird zum einen die verbleibende Zaunlänge und zum anderen die Seitenlängen des Geheges berechnet.

Daraus kann der Flächeninhalt berechnet werden. Das Maximum bestimmt man dann schlicht durch Abwandern der Zellen.

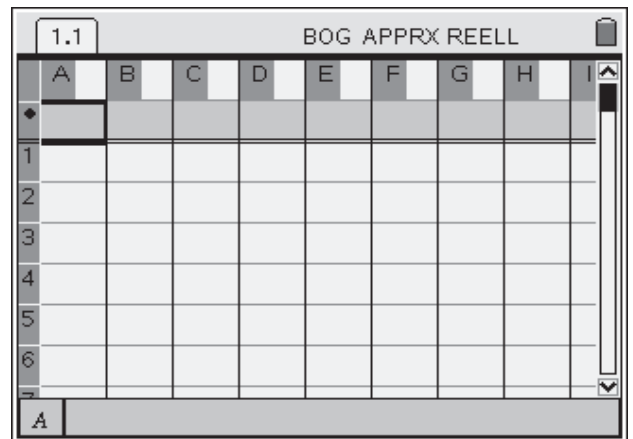
	A	B	C	D	E
	$=\text{seq}(n/10,n,0,100)$	$=10-a[]$	$=b[]/2$	$=a[]*c[]$	
50		4.9	5.1	2.55	12.495
51		5.	5.	2.5	12.5
52		5.1	4.9	2.45	12.495
53		5.2	4.8	2.4	12.48
54		5.3	4.7	2.35	12.455
55		5.4	4.6	2.3	12.42

Das ist dafür nützlich:

Sie möchten...	Applikation	So erreichen Sie das mit TI-Nspire™
eine Spaltenformel eingeben	Lists & Spreadsheet	In eine entsprechende Zelle (in der 2. Zeile von oben) gehen und diese mit $\left[\frac{\Sigma}{\text{enter}} \right]$ öffnen. Formeln werden mit $\left[\ominus \right]$ eingeleitet. Hinweise zum Folgenbefehl (seq) finden Sie unter Listen, erzeugen .
auf Spalten Bezug nehmen	Lists & Spreadsheet	Auf Spalten kann man aus Spaltenformeln verweisen. Dazu geben Sie den Spaltennamen (z. B. a) an und ergänzen eckige Klammern $\left[\text{ctrl}, \left[\uparrow \right] \right]$.
mit gerundeten Zahlen arbeiten		$\left[\left(\frac{\text{tab}}{8} \right), 1: \text{Dokumenteinstellungen} \right]$ Mit $\left[\text{tab} \right]$ auf Automatisch oder Näherung wechseln. Dort durch Drücken von $\left[\blacktriangledown \right]$ das Optionsfeld öffnen. Mit den Cursortasten Approximiert auswählen und mit $\left[\frac{\Sigma}{\text{enter}} \right]$ bestätigen.

Langform tabellarische Lösung

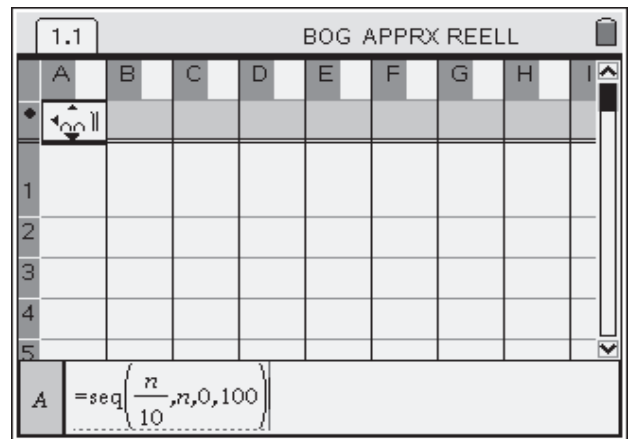
Öffnen Sie ein neues Dokument und fügen Sie eine Seite mit der Applikation **Lists & Spreadsheet** ein.



Gehen Sie in die rechts gezeigte Zelle und aktivieren Sie diese durch Drücken von $\left[\begin{smallmatrix} \text{Z} \\ \text{enter} \end{smallmatrix} \right]$. Geben Sie hier den seq-Befehl:

$\left[\left(\ominus \right), \left(\text{S} \right), \left(\text{E} \right), \left(\text{Q} \right), \left(\frac{\text{U}}{\text{I}} \right), \left(\text{N} \right), \left(\frac{\text{U}}{\text{I}} \right), \left(1 \right), \left(0 \right), \left(, \right), \left(\text{N} \right), \left(, \right), \left(0 \right), \left(, \right), \left(1 \right), \left(0 \right), \left(0 \right), \left(\frac{\text{U}}{\text{I}} \right) \right]$

Dieser Befehl bedeutet, dass eine Folge mit insgesamt 101 Folgengliedern erzeugt wird. Die Glieder der Folge bestehen aus der Nummer des jeweiligen Folgenglieds geteilt durch 10. Es entsteht also die Folge 0, 0.1, 0.2, ... 10.



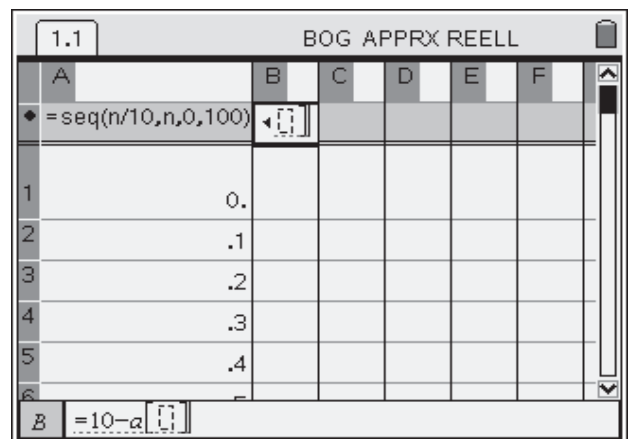
Durch Drücken von $\left[\begin{smallmatrix} \text{Z} \\ \text{enter} \end{smallmatrix} \right]$ wird die Eingabe der Formel abgeschlossen.

Möglicherweise erhalten Sie statt Dezimalzahlen Brüche. In diesem Fall kann man – falls gewünscht – die Dokumenteinstellungen verändern: $\left[\left(\frac{\text{U}}{\text{I}} \right), \left(\text{B} \right), 1 \right]$: Dokumenteinstellungen]. Verändern Sie hier die Einstellung *Automatisch oder Näherung zu Approximiert*.

In Spalte B soll nun die verbleibende Zaunlänge berechnet werden. Da eine Zaunlänge von 10 vorgegeben wurde, wird schlicht der Wert aus Spalte A von 10 subtrahiert. Erstellen Sie eine neue Spaltenformel in Spalte B:

$\left[\left(\ominus \right), \left(1 \right), \left(0 \right), \left(- \right), \left(\text{A} \right), \left(\text{ctrl} \right), \left(\frac{\text{U}}{\text{I}} \right) \right]$

Durch Drücken von $\left[\begin{smallmatrix} \text{Z} \\ \text{enter} \end{smallmatrix} \right]$ wird die Eingabe der Formel abgeschlossen.



In Spalte C wird nun die verbleibende Seitenlänge des Geheges berechnet. Dafür wird die restliche Zaunlänge durch 2 dividiert. Geben Sie dazu folgende Spaltenformel ein:

[=, B, [ctrl], [↑], ▶, [÷], 2, [enter]]

Durch Drücken von [enter] wird die Eingabe der Formel abgeschlossen.

The screenshot shows a spreadsheet window titled "BOG APPRX REELL" with sheet "1.1". The formula bar shows the formula being entered: $=\frac{b}{2}$. The spreadsheet data is as follows:

	A	B	C	D	E	F
	$=\text{seq}(n/10, n, 0, 100)$	$=10 - a[]$				
1		0.	10.			
2		.1	9.9			
3		.2	9.8			
4		.3	9.7			
5		.4	9.6			

Abschließend wird nun noch der Flächeninhalt des Geheges berechnet. Hier die Spaltenformel für Spalte D:

[=, A, [ctrl], [↑], ▶, C, [ctrl], [↑]]

Schließen Sie auch diese Eingabe durch Drücken von [enter] ab.

The screenshot shows the spreadsheet with the formula bar containing $=a[] \cdot c[]$. The spreadsheet data is as follows:

	A	B	C	D	E	F
	$=\text{seq}(n/10, n, 0, 100)$	$=10 - a[]$	$=b[]/2$			
1		0.	10.	5.		
2		.1	9.9	4.95		
3		.2	9.8	4.9		
4		.3	9.7	4.85		
5		.4	9.6	4.8		
6		.5	9.5	4.75		

Wenn Sie die Formeln – wie rechts gezeigt – auch lesen wollen, können Sie die Breite der Spalten verändern. Gehen Sie dazu mit der Cursortaste [↑] über die oberste Zeile hinaus. Die Spalte wird so markiert. Rufen Sie das Kontextmenü mit [ctrl], [menu] auf. Hier die Option [8: Größe ändern, 1: Spaltenbreite] wählen. Mit den Cursortasten kann nun die Spaltenbreite verändert werden. Die Veränderung wird mit [enter] abgeschlossen.

Das Maximum kann nun in Spalte D gesucht werden. Das Problem ist damit gelöst.

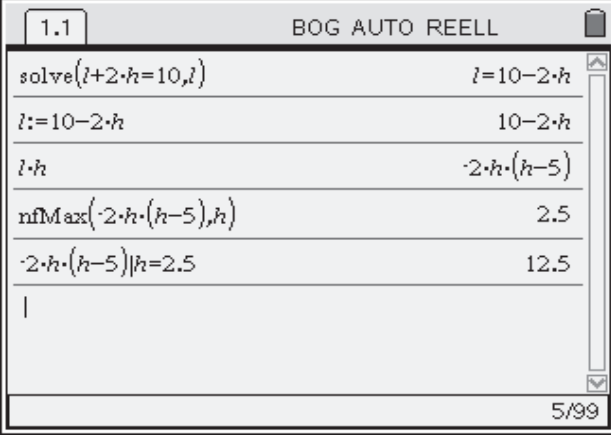
The screenshot shows the spreadsheet with the formula bar containing $=a[] \cdot c[]$. The spreadsheet data is as follows:

	A	B	C	D	E
	$=\text{seq}(n/10, n, 0, 100)$	$=10 - a[]$	$=b[]/2$	$=a[] \cdot c[]$	
50		4.9	5.1	2.55	12.495
51		5.	5.	2.5	12.5
52		5.1	4.9	2.45	12.495
53		5.2	4.8	2.4	12.48
54		5.3	4.7	2.35	12.455
55		5.4	4.6	2.3	12.42

The formula bar shows $D51 = 12.5$.

Kurzform + Langform algebraische Lösung

ACHTUNG: Für diesen Lösungsweg benötigen Sie TI-Nspire™ CAS.



The screenshot shows a TI-Nspire CAS calculator window titled "BOG AUTO REELL" with a tab "1.1". The calculator displays the following steps:

$\text{solve}(l+2\cdot h=10,l)$	$l=10-2\cdot h$
$l:=10-2\cdot h$	$10-2\cdot h$
$l\cdot h$	$-2\cdot h\cdot(h-5)$
$\text{nfMax}(-2\cdot h\cdot(h-5),h)$	2.5
$-2\cdot h\cdot(h-5) _{h=2.5}$	12.5

The bottom right corner of the calculator window shows "5/99".

Der algebraische Lösungsweg erfordert das meiste Vorwissen (z. B. Extremalbedingung, Nebenbedingung), ist dann aber auch der kürzeste, weswegen Kurz- und Langform hier zusammenfallen.

Öffnen Sie ein neues Dokument und fügen Sie eine Seite mit der **Applikation Calculator** ein. Geben Sie die Schritte wie oben gezeigt ein und beenden Sie Ihre Eingaben jeweils mit $\left[\frac{\square}{\text{enter}}\right]$.

Hier die inhaltliche Erläuterung der Zeilen:

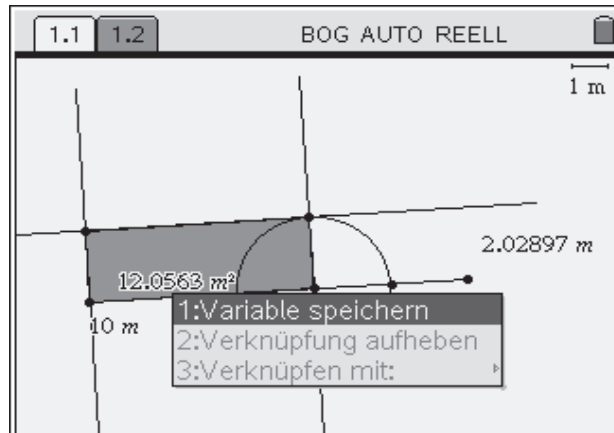
Als Variablen wurden l (für die Länge Gehegeseite, die der Wand gegenüberliegt) und h (für die Länge der beiden verbleibenden Gehegeseiten) gewählt.

In der ersten Zeile wird die Nebenbedingung $l + 2h = 10$ nach l aufgelöst. Das ist eine sehr einfache Umformung. Allerdings können auch komplexere Terme so behandelt werden (siehe auch **Gleichungen lösen**). In der zweiten Zeile wird die Beziehung zwischen l und h festgelegt. Durch Aufrufen des Produktes von l und h , was ja gerade dem Flächeninhalt entspricht, erkennt man, dass das l unmittelbar durch den zuvor definierten Term ersetzt wird. Mit dem Befehl $\text{nfMax}(\cdot)$ wird das Maximum in Abhängigkeit von h gesucht (in diesem Fall kann man auch den Befehl $\text{fMax}(\cdot)$ nutzen). Man erhält $h = 2,5$. Das eingesetzt in den Term für die Fläche ergibt den maximalen Flächeninhalt.

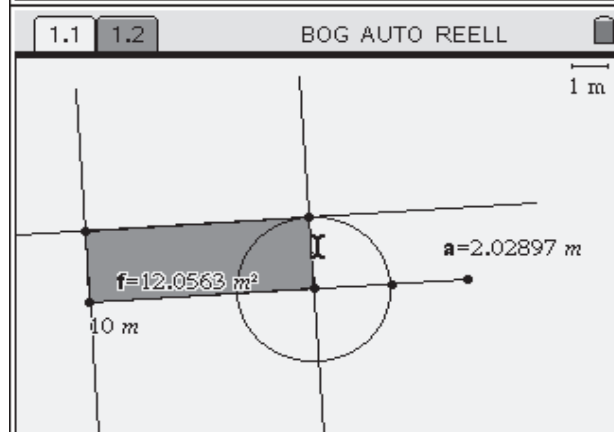
Die Wege zusammenführen

Die hier vorgestellten Wege können auch zusammengeführt werden. Dazu kann man die geometrische, die graphische oder die tabellarische Lösung in eine algebraische Repräsentation überführen. Wir zeigen das hier exemplarisch am Beispiel der geometrischen Lösung:

Ziel ist es, den Flächeninhalt in Abhängigkeit von der Breite des Geheges zu analysieren. Dazu werden im ersten Schritt die gemessenen Werte als Variablen gespeichert (**Werte speichern**).



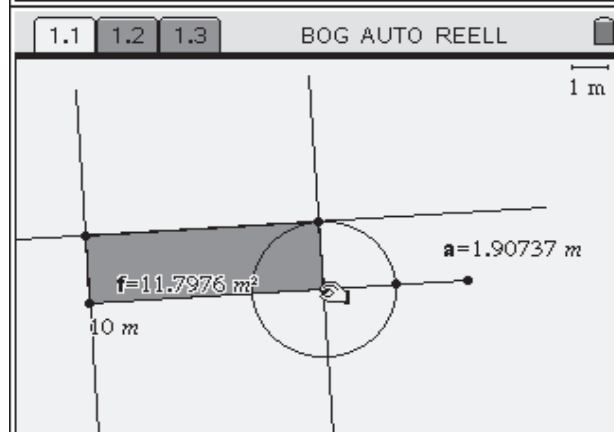
Hier wurden als Bezeichnungen a für die Breite und f für den Flächeninhalt gewählt.



Öffnen Sie zusätzlich die Applikation **Lists & Spreadsheets**. Die Flächeninhalte für verschiedene Breiten sollen nun gesammelt werden (**Werte sammeln**). Die so entstehenden Listen werden unter den Namen x_k bzw. y_k gespeichert.

A	x_k	B	y_k	C	D	E
◆	=capture('a,1)	=capture('f,1)				
1	2.02897	12.0563				
2						
3						
4						
5						
6						

Kehren Sie zurück zu **Graphs & Geometry**. Verändern Sie die Breite des Geheges. Wenn Sie die Option *Automatische Datenerfassung* gewählt haben ist außer dem Verschieben des entsprechenden Punktes nichts weiter zu tun. Bei *Manueller Datenerfassung* muss jeder einzelne Messwert bestätigt werden (**Werte sammeln**).

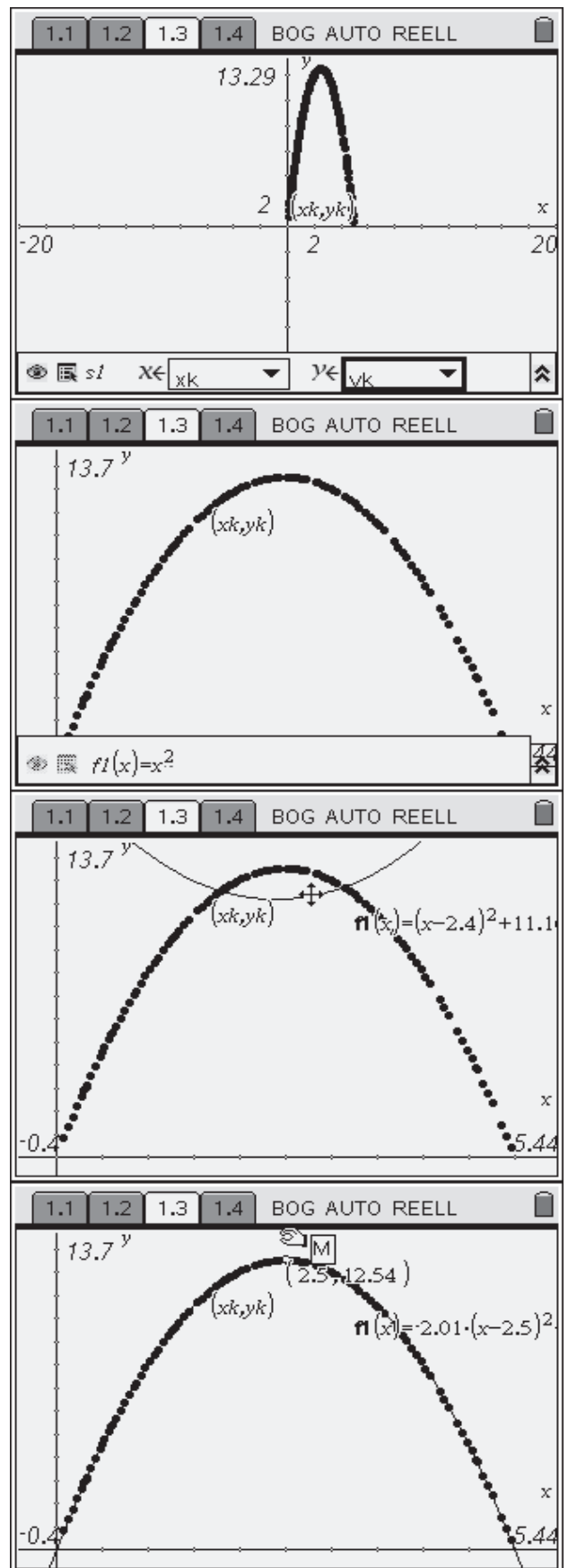


Die Listen x_k und y_k werden nun auf einer neuen Seite in der Applikation **Graphs & Geometry** graphisch dargestellt (Listen graphisch darstellen). An diese Daten soll nun der Graph einer Parabel angepasst werden.

Zeichnen Sie den Graphen der Funktion von x^2 (Graph zeichnen). Um exakter arbeiten zu können, verändern Sie die Einstellungen der Koordinatenachsen und damit den Maßstab.

Die Parabel kann interaktiv verändert werden. Passen Sie die Parabel den Daten an.

Ist die Anpassung gelungen, kann der Scheitelpunkt und damit das Maximum abgelesen werden. Zusätzlich kann ein Punkt auf der Parabel konstruiert werden, mit dessen Hilfe man das Maximum ermittelt (Punkt auf Objekt). Diese Methode funktioniert bei allen Graphen, weswegen wir sie hier kurz vorstellen: Die Koordinaten des Punktes werden automatisch angezeigt. Bewegen Sie den Punkt bis zum Maximum. In einem kleinen Fenster erscheint ein „M“. Die Koordinaten des Maximums können nun abgelesen werden. Das Ergebnis: Bei einer Breite von 2,5 m hat das Gehege den maximalen Flächeninhalt von ungefähr 12,5.



Ready to go: Ein Arbeitsblatt

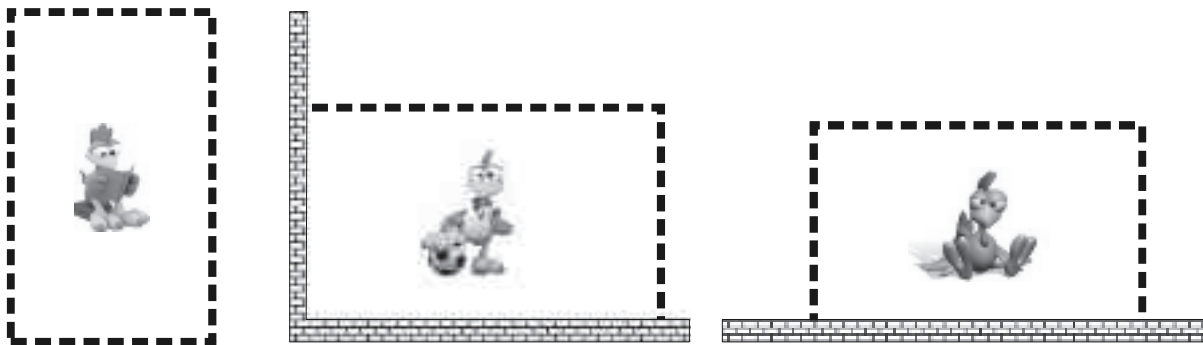
Abschließend möchten wir Ihnen ein Arbeitsblatt anbieten, das im Unterricht eingesetzt werden kann. Je nach Jahrgangsstufe können die Probleme reduziert oder erweitert werden. Spannend ist aus unserer Sicht vor allem die letzte Aufgabe, bei der die Rechteckbedingung aufgehoben wird. Optimale Lösungen für alle Fälle können wir hier nicht anbieten. Jedoch ist z. B. bei der Mauerecke ein Viertelkreis besser als ein Rechteck.



Wege zum optimalen Hühnergehege

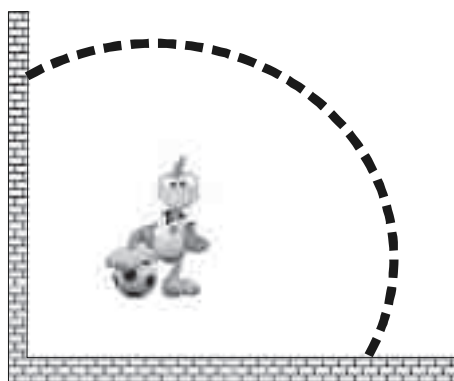
Herr Bert hat es nicht leicht: Seit Tagen nervt ihn Frau Bert, dass die Hühner endlich in ein Gehege müssen. Seit der Sturm den alten Zaun zerstört hat, flattern sie vergnügt über den Hof und verzieren die Terrasse und die Gartenmöbel der Hausherrin. Und gerade heute – am Sonntag – eskaliert der Streit: Die Nacht im Stall oder die Hühner in ein Gehege. Herr Bert findet in einem Schuppen 10 m Zaun und einige Pfosten.

Der Tierfreund möchte seinem lieben Federvieh möglichst viel Platz gönnen. Drei unterschiedliche Aufbauten fallen ihm ein:



Welche dieser Gehegeformen bietet *optimiert* den meisten Platz? Versuche die Lösung jeweils geometrisch, graphisch, tabellarisch oder algebraisch zu finden.

Wie immer hat Frau Bert etwas zu meckern: „Viel Platz ist das ja nicht! Wahrscheinlich dauert es keine zwei Tage, bis es den Hühnern hier zu eng wird. Eckige Gehege sind doch total out. Schau dir mal die Zäune von Bauer Frese an. Da ist Platz!“



Gibt es tatsächlich noch größere Gehege, die man mit 10 m Zaun bauen kann, wenn man die Rechteckbedingung aufgibt? Stelle Vermutungen auf und überprüfe diese, indem Du die zugehörigen Flächeninhalte berechnest.

Hinweis

Die ersten drei Aufgaben des Arbeitsblatts, welche alle eine quadratische Gleichung als Zielfunktion haben, können bereits in der Sekundarstufe I behandelt werden. Um eine Parabel über den Punkteplot zu legen, besteht nicht nur die Möglichkeit, diese durch Anfassen und Ziehen zu verändern, sondern man kann auch die Werte des Funktionsterms variieren. So haben die Lernenden zugleich eindrucksvoll und automatisch eine Veranschaulichungsmöglichkeit für die Scheitelpunktsform einer Parabel.

Didaktischer Kommentar

Schülerinnen und Schüler haben verschiedene Möglichkeiten die Aufgabe zu lösen und damit die Chance, ihren individuellen Lernweg zu finden. Die hier skizzierten Lösungswege sollen davon einen Eindruck verschaffen.

Mit diesen dargestellten Lösungen durchschreitet man im Unterricht automatisch verschiedene Stufen der Formalisierung. Gerade Schülerinnen und Schüler, die Probleme haben, formal und abstrakt vorzugehen, haben bei dem explorativen graphischen Zugang eine Chance, etwas zur Erarbeitung beizutragen. Gleichzeitig wird eine Brücke geschlagen, um auch abstraktere Lösungswege zu verstehen.

Durch das Bearbeiten ein- und derselben Aufgaben auf unterschiedlichen Wegen soll das Methodenrepertoire der Schülerinnen und Schüler erweitert werden. Bei anderen Aufgaben werden sie so verschiedene Ansätze andenken und gegeneinander abwägen können. Schülerinnen und Schüler erwerben also Kompetenzen aus den Bereichen Problemlösen und Argumentieren.

Literatur:

Schulz, Dirk (2008): Graphik, Tabelle oder Term... – Optimierungsaufgaben vielfältig lösen, mathematik lehren (146).

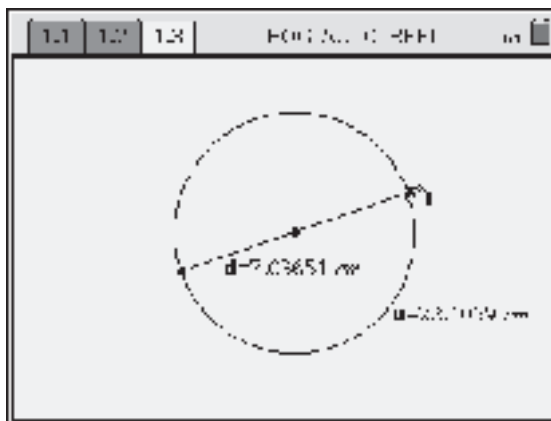
Titel der Einheit	Kopiervorlage	Lösungshinweise	Didaktischer Kommentar	Zusatzmaterial
-------------------	---------------	-----------------	------------------------	----------------

Euro-Münzen und die Kreiszahl π

Ulla Schmidt, Freiherr-vom-Stein-Gymnasium Lünen



Wie hängen beim Kreis Durchmesser und Umfang zusammen?



Steckbrief der Aufgabe

Sekundarstufe I (Kreisberechnungen)

Dauer: 2 Unterrichtsstunden

Notwendige Voraussetzungen:

Schülerinnen und Schüler

- können Proportionalitäten in Graphen und Tabellen erkennen

Prozessbezogene Kompetenzen, die mit dieser Einheit gefördert werden können:

Schülerinnen und Schüler

- erkunden geometrische Zusammenhänge
- wechseln zwischen den Darstellungen einer Zuordnung
- notieren Beobachtungen und formulieren Vermutungen

Inhaltsbezogene Kompetenzen, die diese Einheit verfolgt:

Schülerinnen und Schüler

- erkennen, dass Kreisumfang und Durchmesser proportional sind
- definieren π als Proportionalitätsfaktor

Rolle der Technologie (TI-Nspire™, TI-Nspire™ CAS):

- Visualisieren von Zusammenhängen
- Erkunden einer Sachsituation durch zielgerichtetes Experimentieren

Mögliche Zugänge, die von der Technologie unterstützt werden:

- Graphisch: Erzeugen von Messwerten durch Variation eines Kreises und Darstellung der Messwerte als Streudiagramm
- Numerisch: Auflisten der gemessenen Werte in Tabellen

Empfehlung zur Unterrichtsorganisation:

- Partnerarbeit für die Messaufträge
- Präsentation der Zwischenergebnisse mit dem Viewscreen im Plenum

Auftrag 1

(in Partnerarbeit)

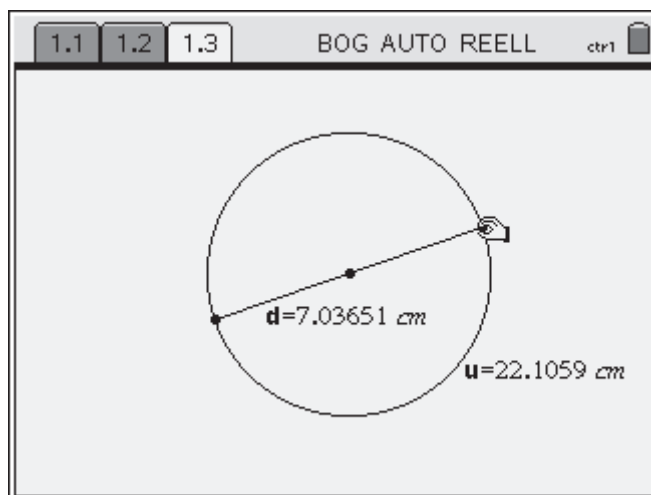
- Suche einen Satz Euro-Münzen zusammen. Beschreibe ihr Aussehen.
- Betrachte jetzt den Rand genauer. Wie ist der Rand bei den verschiedenen Münzen gestaltet?
- Lass dir von deinem Partner die Augen verbinden und nur jeweils eine Münze in die Hand geben. Kannst du nur durch Fühlen erkennen, um welche Münze es sich handelt? Auf welche Merkmale der Münze achtest du dabei?



Auftrag 2

(in Partnerarbeit)

- Messt für jede Münze den Durchmesser und den Umfang. Verwendet dabei das Papierbandmaß oder einen Faden und ein Lineal. Stellt die Ergebnisse in einer Tabelle und in einem Streudiagramm dar. Beschreibt eure Beobachtungen im Heft.
- Untersucht, ob nur die Münzen so gestaltet sind oder ob dies ein allgemeiner Zusammenhang ist. Zeichnet dazu auf einer neuen Seite einen Kreis mit seinem Durchmesser und messt den Durchmesser und den Kreisumfang.



Erstellt auf einer neuen Seite eine Tabelle mit den Messwerten, die ihr erhaltet, wenn ihr Kreis und Umfang variiert. Übernehmt diese Werte in das alte Streudiagramm.

- Formuliert eine Vermutung zum Zusammenhang zwischen Durchmesser und Umfang. Wie könnt ihr sie überprüfen?

Zu Auftrag 2

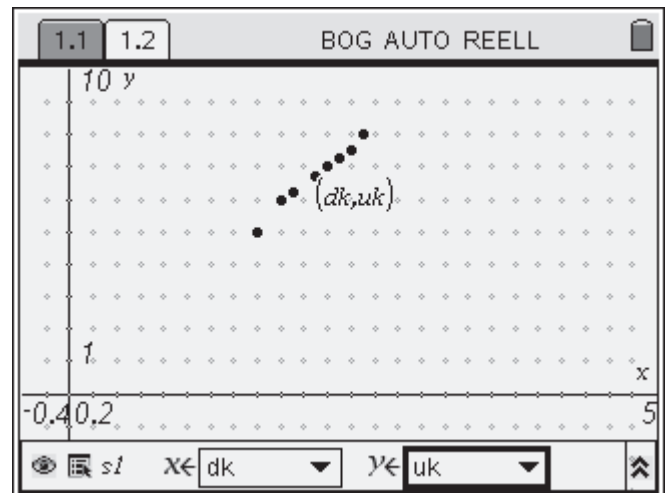
Die Durchmesser der Münzen werden mit einem Lineal ermittelt. Die Umfänge könnte man durch Abrollen auf dem Lineal erhalten, die Messungen werden aber genauer, wenn man einen Faden um den Rand der Münze wickelt, die Länge markiert und dann mit einem Lineal ausmisst. Alternativ kann man ein Papierbandmaß verwenden (leicht herstellbar als Fotokopie eines Lineals).

Durchmesser und Umfang jeder Münze werden in **Lists & Spreadsheet** eingetippt und die Spalten mit Namen (hier: dk und uk) versehen. Anschließend werden die Daten als Streudiagramm (**Listen graphisch darstellen**) in **Graphs & Geometry** dargestellt.

★

1.1	BOG AUTO R			
A	B dk	C uk	D	E
1	1 Cent	1.6	5	
2	2 Cent	1.8	6	
3	5 Cent	2.1	6.7	
4	10 Cent	1.9	6.2	
5	20 Cent	2.2	7	
6	50 Cent	2.4	7.5	
7	1 Euro	2.3	7.3	
8	2 Euro	2.5	8	

A3 | "5 Cent"



Beobachtung: Diese Punkte liegen näherungsweise auf einer Geraden.

Vermutung: Umfang und Durchmesser sind proportional.

Tipp: Der Text wird mit Anführungszeichen vorweg eingegeben: "1 Cent".

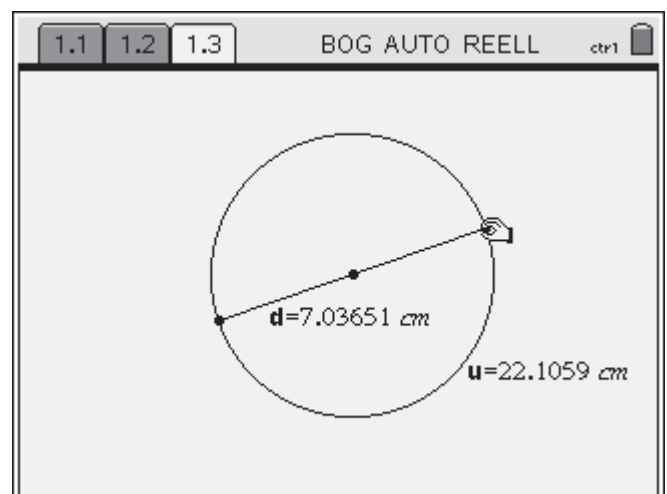
Die Schülerinnen und Schüler sollen nun untersuchen, ob dieser Zusammenhang nur für die Münzen oder auch generell für beliebige Kreise gilt. Dazu legen sie eine neue Seite mit **Graphs & Geometry** an.

Zuerst wählt man: **Ansicht Ebenengeometrie**.

Konstruiert werden dann:
 eine Strecke (**Linien, besondere**),
 der Mittelpunkt der Strecke (**Punkt, Mittelpunkt**),
 ein Kreis (**Linien, besondere**) um den Mittelpunkt durch die beiden Endpunkte.

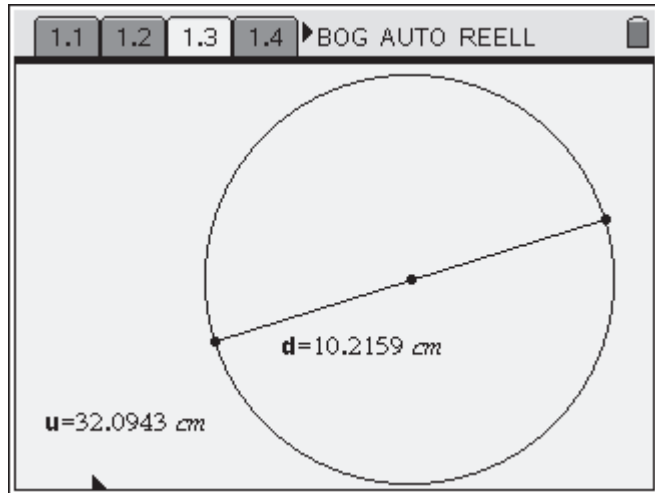
Gemessen werden Umfang und Durchmesser.

Für eine automatische Datenerfassung (**Werte sammeln**, siehe unten) sollten beide Werte auch in jeweils einer Variablen gespeichert werden (**Werte speichern**).




Durch Ziehen eines Endpunktes der Strecke lässt sich der Durchmesser verändern, jetzt auch auf Längen über 2,5 cm.

Die Messwerte für d und u werden in einer Tabelle gesammelt (**Werte sammeln**).



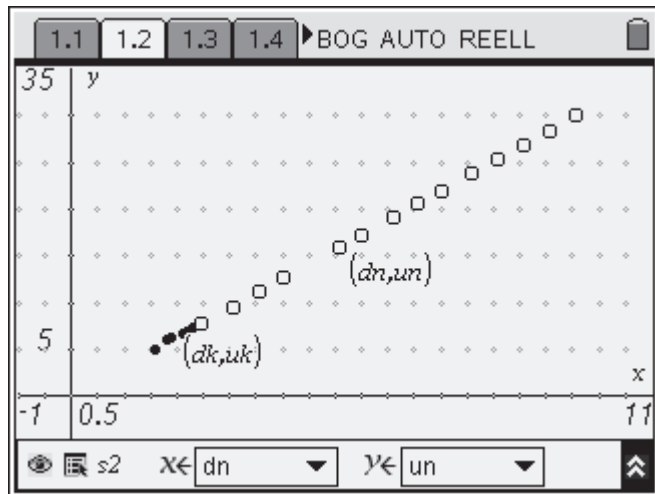
Dazu wird eine neue Seite mit **Lists & Spreadsheet** geöffnet. Hier wurde manuelle Datenerfassung (**Werte sammeln**) gewählt, um benutzerdefinierte Daten übertragen zu können.

Zurück in **Graphs & Geometry** wird der Durchmesser durch Ziehen verändert und mit  kann man das aktuelle Wertepaar in die Tabelle übertragen.

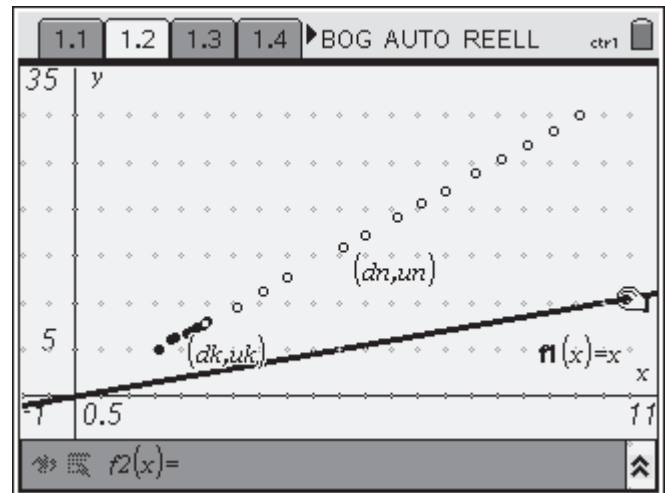
	A dn	B un	C	D	E
	=capture('d,0)	=capture('u,0)			
1	2.45204	7.70331			
2	3.05655	9.60244			
3	3.54154	11.1261			
4	4.02057	12.631			
5	5.08183	15.965			
6	5.49409	17.2602			

Die mit dem Rechner gewonnenen Ergebnisse werden zusätzlich zu den an den Münzen gemessenen Werten im gleichen Streudiagramm dargestellt. Dazu müssen die Achseneinstellungen für das Fenster verändert werden (**Koordinatenachsen verändern**).

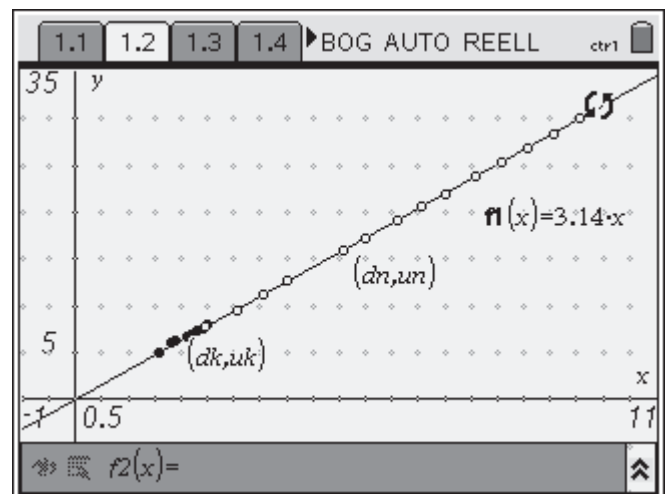
Beobachtung: Alle Punkte liegen auf einer Geraden, oder anders gesagt: Der Umfang ist proportional zum Durchmesser.



Nach Augenmaß soll eine Gerade durch die Punkte gelegt werden. Dazu zeichnet man zunächst einmal den Graphen von $f_1(x) = x$ (Graph zeichnen) und zieht diese Gerade mit der Greifhand über die Punkte.



In Worten bedeutet diese Gleichung Umfang = 3,14 · Durchmesser, also die bekannte Formel.



Alternativ kann die Proportionalität auch in der Wertetabelle durch Quotientenbildung untersucht werden.

Der Proportionalitätsfaktor ergibt sich mit der gewünschten Anzahl von Nachkommastellen.

Auch der Quotient der von Hand gemessenen Werte streut um diesen Wert.

	A dn	B un	C	D	E
	= capture('d,0)	= capture('u,0)	= un/dn		
1	2.45204	7.70331	3.14159		
2	3.05655	9.60244	3.14159		
3	3.54154	11.1261	3.14159		
4	4.02057	12.631	3.14159		
5	5.08183	15.965	3.14159		
	C = $\frac{un}{dn}$				

Titel der Einheit	Kopiervorlage	Lösungshinweise	Didaktischer Kommentar	Zusatzmaterial
-------------------	---------------	-----------------	------------------------	----------------

Vorgestellt wird hier ein Unterrichtsbeispiel zur Einführung der Kreiszahl π . Dabei werden konkretes Handeln und Einsatz von Technologie verknüpft. Der Zugang ist experimentell, aber der Rechner erweitert schnell die Basis an Beispielen. Auch die Auswertung wird durch den Rechner vereinfacht. Die Lernenden können sich besser auf ihre Vermutungen und die Beobachtung von Zusammenhängen konzentrieren. Gleichzeitig werden ein geometrischer, ein graphischer und ein numerischer Zugang verfolgt, so dass diese Art der Bearbeitung auch unterschiedliche Lerntypen individueller ansprechen kann.

Die Messungen an den Münzen sollen einen Bezug zum Alltagsleben der Schülerinnen und Schüler herstellen. Mit dem TI-Nspire™ werden die Messwerte dokumentiert und graphisch veranschaulicht. In einem ersten Schritt können die Lernenden nach Zusammenhängen suchen.

Die Untersuchung wird anschließend auf beliebige Kreise ausgedehnt. Der Rechner bietet die Möglichkeit, sich dieser Frage experimentell zu nähern. Dazu wird ein Kreis mit zugehörigem Durchmesser konstruiert. Durch Verändern des Durchmessers lassen sich schnell viele neue Wertepaare erzeugen, die in die Wertetabelle der Messwerte der Münzen aufgenommen oder auch in eine neue Tabelle eingetragen werden.

Je nach Vorkenntnissen können die Lernenden dies z. B. in Partnerarbeit ganz einfach durch direktes Eintippen erledigen. So lässt sich zunächst einmal der Bereich auf Durchmesser über 2,5 cm erweitern.

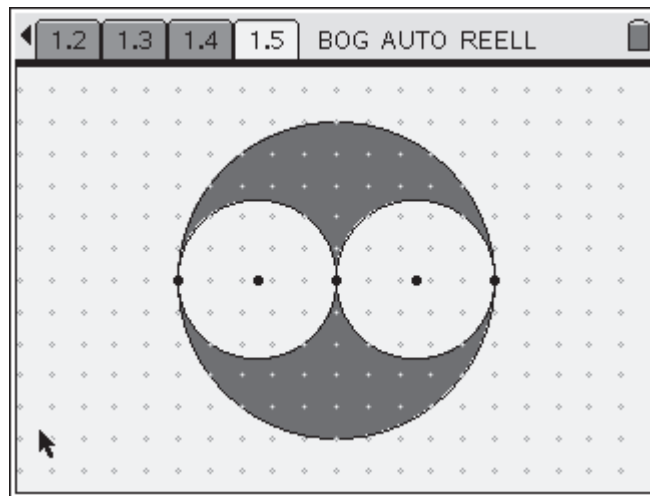
Für Schülerinnen und Schüler, die schon etwas mit dem Programm vertraut sind, bietet die TI-Nspire™ Technologie zusätzlich die Möglichkeit, Messwerte automatisch zu sammeln.

Die Auswertung erfolgt entweder graphisch durch Anpassen einer Geraden oder aber durch Quotientenbildung, je nachdem welcher Aspekt einer proportionalen Zuordnung den Lernenden näher liegt.

Wenn die Bestimmung von π noch theoretisch vertieft werden soll, bietet sich nachfolgend z. B. eine Einschachtelung der Kreisfläche durch Rechtecke oder Vielecke an. Auch hier kann man mit der TI-Nspire™ Technologie die Situation graphisch veranschaulichen und parallel dazu in einer Tabelle die nötigen Rechnungen zur Intervallschachtelung durchführen.

Aufträge

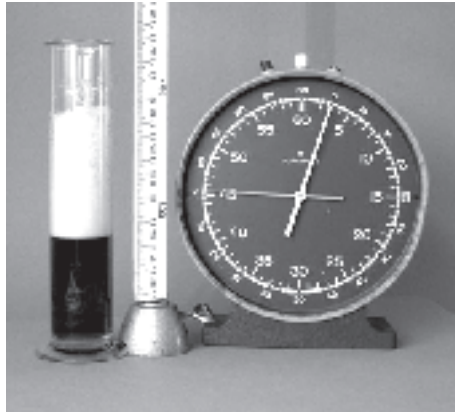
- 1) Zeichne die folgende Figur. Berechne den Durchmesser des großen Kreises und den Umfang der grauen Fläche.



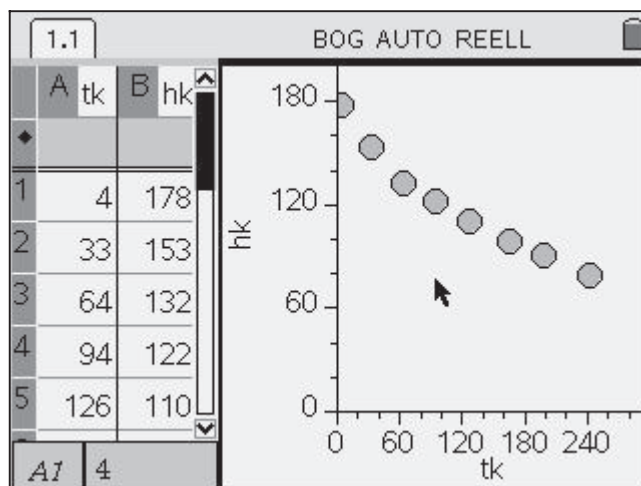
- 2) Finde heraus, wie der Flächeninhalt und der Durchmesser / der Radius eines Kreises zusammenhängen.
- 3) Hast du eine Vermutung, wie man das Volumen einer Münze berechnen könnte? Überprüft das, indem jeder aus deiner Klasse eine 1-Euro-Münze mitbringt. Ihr legt dann alle Münzen in einen wassergefüllten Messzylinder und ermittelt, wie viel Wasser dadurch verdrängt wird.

Zerfall von Bierschaum

Ulla Schmidt, Freiherr-vom-Stein-Gymnasium Lünen



Wie schnell zerfällt Bierschaum?



Steckbrief der Aufgabe

Sekundarstufen I und II
(Exponentialfunktionen)
Dauer: 1-2 Unterrichtsstunden

Notwendige Voraussetzungen:

- Schülerinnen und Schüler
- haben Grundkenntnisse in der Bedienung der Tabellenkalkulation
 - können einen Graphen zeichnen

Prozessbezogene Kompetenzen, die mit dieser Einheit gefördert werden können:

- Schülerinnen und Schüler
- übersetzen Realsituationen in mathematische Modelle
 - begründen die Wahl ihres Modells

Inhaltsbezogene Kompetenzen, die diese Einheit verfolgt:

- Schülerinnen und Schüler
- stellen Exponentialfunktionen als Wertetabellen, Graphen und Terme dar
 - können zu Messwerten eine Ausgleichsfunktion finden

Rolle der Technologie (TI-Nspire™, TI-Nspire™ CAS)

- Visualisieren von Messwerten und Graphen
- Berechnen einer Regressionsfunktion

Mögliche Zugänge, die von der Technologie unterstützt werden:

- Numerisch: Auflisten der gemessenen Werte in einer Tabelle
- Algebraisch: Variieren des Funktionsterms
- Graphisch: Anpassen eines Graphen an die Punkte eines Streudiagramms

Empfehlung zur Unterrichtsorganisation:

- Arbeit in Kleingruppen (3 - 4 Schülerinnen und Schüler)
- Führen eines Lerntagebuches

Titel der Einheit	Kopiervorlage	Lösungshinweise	Didaktischer Kommentar	Zusatzmaterial
-------------------	---------------	-----------------	------------------------	----------------

Bierschaumzerfall

„Ein gutes Pils braucht 7 Minuten!“ Vielleicht hast du das schon einmal gehört. Aber wie lange dauert es, bis der Schaum wieder zerfallen ist? Wie läuft der Zerfall genau ab?

- gleichmäßig
- anfangs schneller und später langsamer
- der Schaum ist anfangs ziemlich stabil und zerfällt dann sehr schnell

Plane ein Experiment, mit dem du die Schaumhöhe in Abhängigkeit von der Zeit ermitteln kannst.

Miss die Schaumhöhe etwa alle 15 Sekunden und halte die Ergebnisse in einer Tabelle fest.

Tipps

- *Da der Schaum von oben und von unten zerfällt, kann es für das Ablesen einfacher sein, in regelmäßigen Zeitabständen Fotos zu machen oder das Experiment zu filmen.*
- *Da mit fortschreitendem Zerfall auch Bierschaumreste am Glas hängen bleiben, wird es schwierig, die Oberkante genau festzulegen. Wir haben gute Erfahrungen damit gemacht, dass wir den jeweils tiefsten Punkt am oberen Rand der Schaumkrone gewählt haben.*

Modelliere die Messwerte durch eine geeignete Funktion. Begründe die Wahl des Funktionstyps.

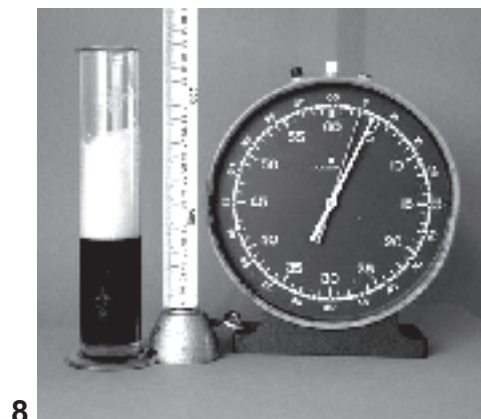
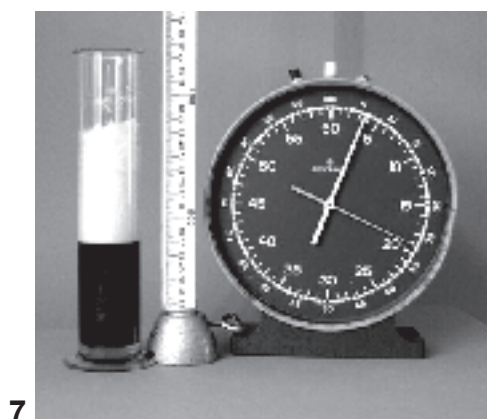
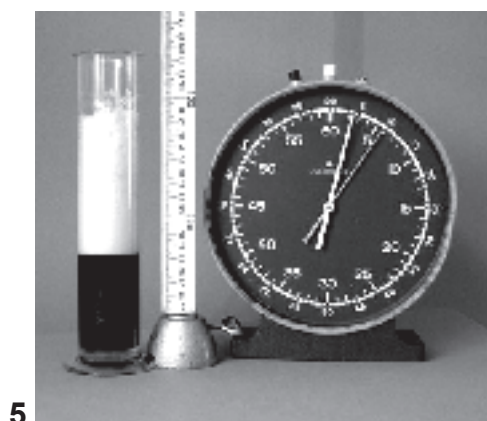
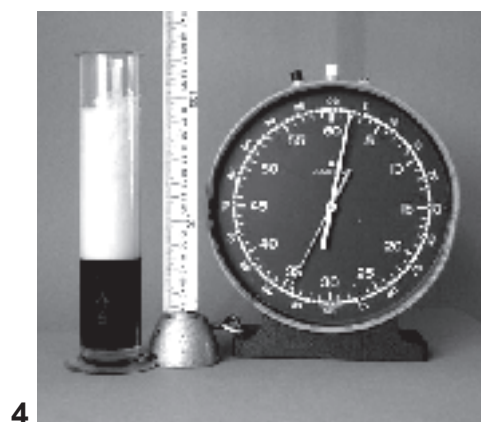
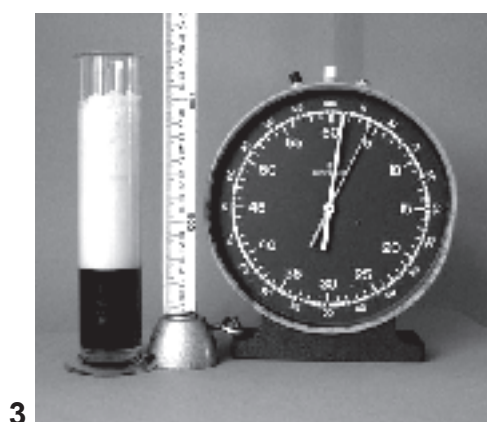
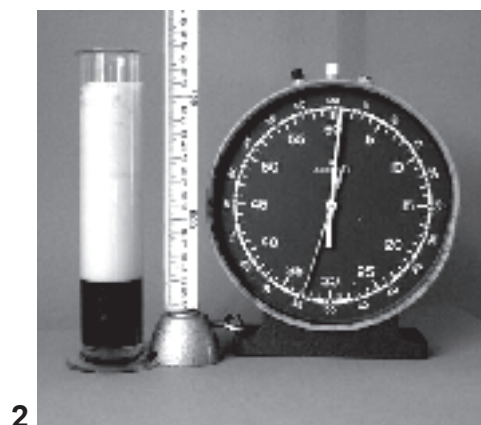
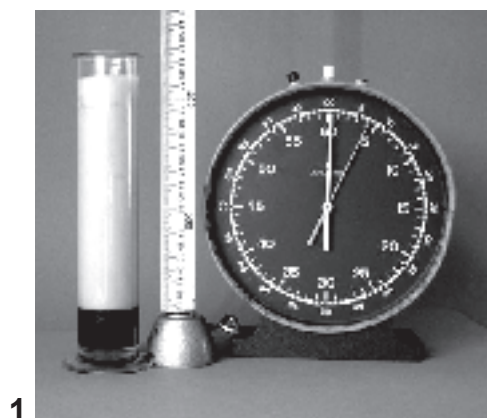
Wann ist der Bierschaum nur noch halb so hoch wie am Anfang?

Wie viel Prozent des Schaums sind in deinem Modell nach 7 Minuten zerfallen?

Formuliere auch eigene Fragen an das Experiment und an das Modell.

Titel der Einheit	Kopiervorlage	Lösungshinweise	Didaktischer Kommentar	Zusatzmaterial
-------------------	---------------	-----------------	------------------------	----------------

Für alle, die keine Möglichkeit haben, das Experiment selbst durchzuführen:



Tipps zur Versuchsdurchführung

Nach unseren Experimenten eignet sich Altbier besser als Pils. Auch Malzbier ist einen Versuch wert. Aus Gründen der besseren Ablesbarkeit bietet es sich an, kein gewöhnliches Glas zu verwenden, sondern einen Messzylinder. Dieser kann bereits eine Skala haben, man kann aber auch ein Lineal daneben stellen. Die Höhe der Bierschaumkrone sollte in Abständen von 10 bis 15 Sekunden abgelesen werden.

Auswertung

Hier wird die Versuchsserie zu den Fotos ausgewertet. Es gibt verschiedene Vorgehensmöglichkeiten, zwei unterschiedliche sollen hier gezeigt werden.

Die Zeit t_k (in s) und Höhe h_k der Bierschaumkrone (in mm) werden nacheinander von den Fotos abgelesen und in **Lists & Spreadsheet** eingegeben.

Tipp: Eigene Namen für die Spalten sollten mehr als einen Buchstaben lang sein; wenn der Name nur aus einem Buchstaben besteht, muss das Programm immer nachfragen, ob es sich um die selbstdefinierte Variable handelt oder um die vorgegebene Spalte der Tabellenkalkulation.

★

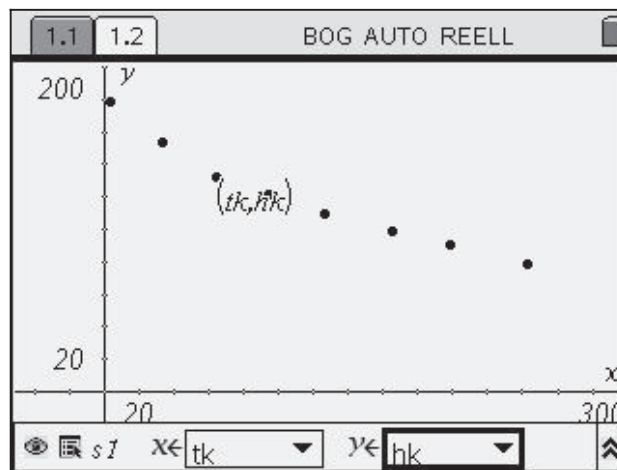
	A tk	B hk	C	D	E	F	G	H	I
1	4	178							
2	33	153							
3	64	132							
4	94	122							
5	126	110							
6	165	99							
7	199	91							
8	243	79							

Alternative 1:

Die Messwerte werden auf einer neuen Seite in einem Streudiagramm dargestellt (**Listen graphisch darstellen**).

Schön wäre nun, eine Exponentialfunktion vom Typ $f(x) = a \cdot b^x$ von Hand an die Punkte anzupassen.

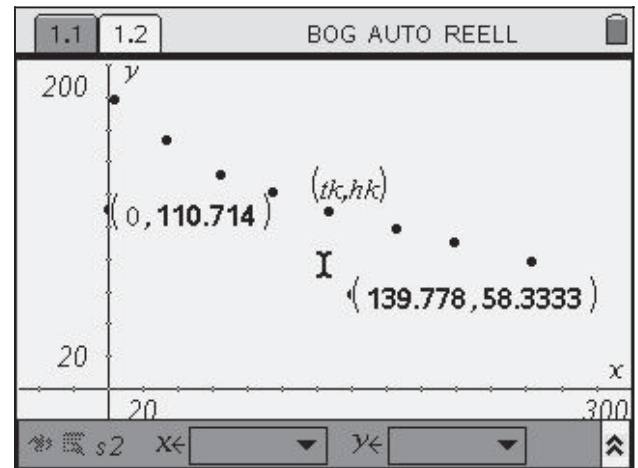
Änderungen mit der Greifhand – wie bei Parabeln (**Graph einer Funktion zeichnen**) – stehen hier nicht zur Verfügung, lassen sich aber nachbauen.



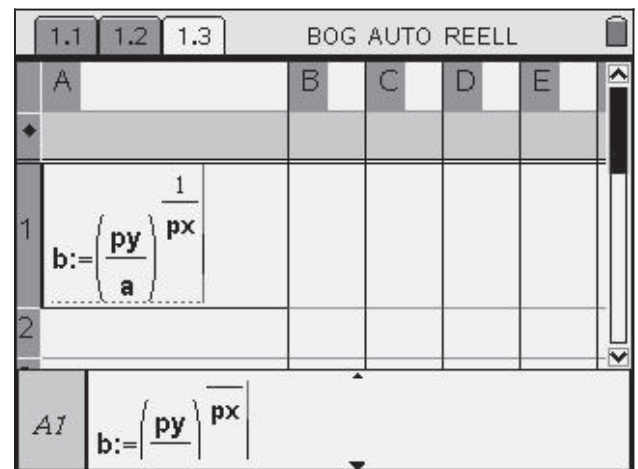
Titel der Einheit	Kopiervorlage	Lösungshinweise	Didaktischer Kommentar	Zusatzmaterial
-------------------	---------------	-----------------	------------------------	----------------

Dazu wird ein **Punkt** auf die y-Achse gelegt und ein zweiter **Punkt** auf die Zeichenfläche.

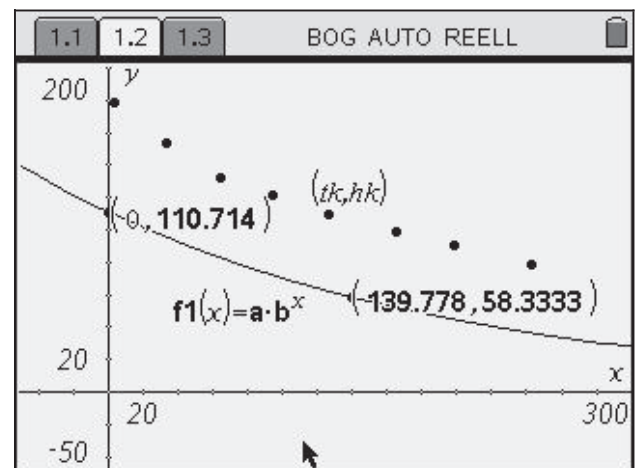
Die **Koordinaten** der beiden Punkte werden angezeigt, die y-Koordinate des ersten Punktes wird als Variable **a** abgespeichert, die beiden Koordinaten des anderen Punktes als **px** und **py** (**Werte speichern**).



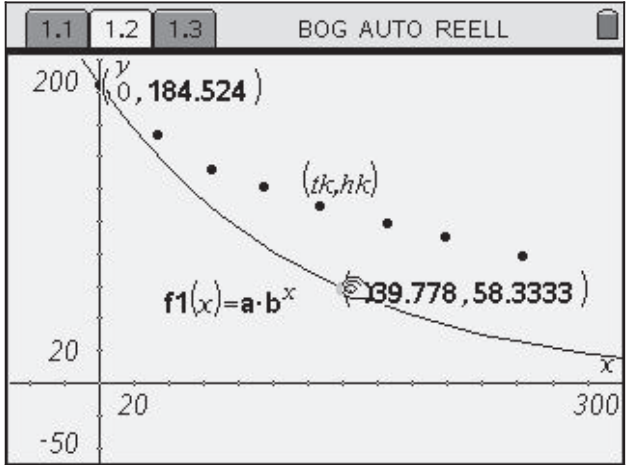
Daraus wird in der **Applikation Lists & Spreadsheet** in Zelle A1 die Basis **b** berechnet und das Ergebnis als Variable **b** gespeichert.



Der Term $a \cdot b^x$ wird bei $f_1(x)$ eingegeben und man erhält eine Exponentialfunktion durch die beiden Punkte.

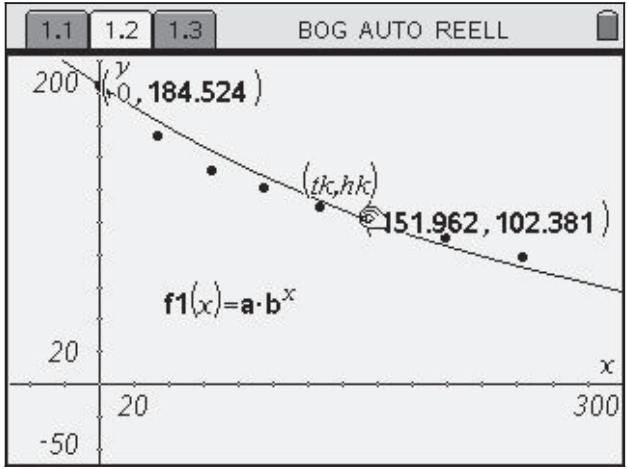


Durch Ziehen an den beiden Punkten kann man nun den Graphen nach Augenmaß an den Streu-Plot anpassen.



Die aktuelle Basis lässt sich der Tabelle entnehmen.

1.1	1.2	1.3
A		
1		.996131



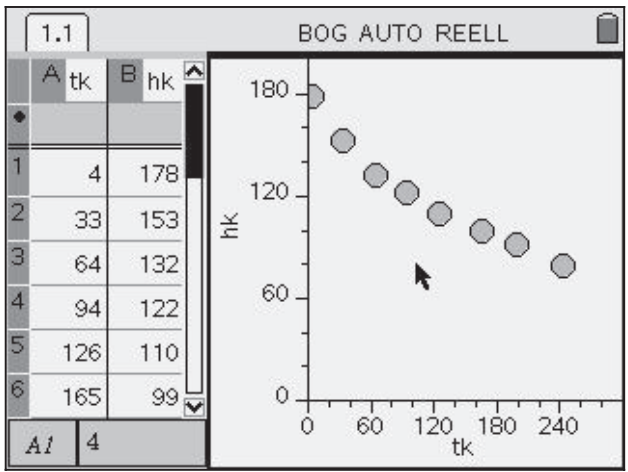
Anmerkung: Statt mit der Greifhand kann man auch direkt mit den Parametern a und b im Funktionsterm experimentieren. Dies wird in Alternative 2 dargestellt, ist aber auch hier möglich.

Alternative 2:

Zu den Messwerten wird ein SchnellGraph gezeichnet.



Unter Seitenlayout lässt sich das Graphikfenster benutzerdefiniert vergrößern (Seiten teilen).

Ggf. müssen die Einstellungen der Koordinatenachsen angepasst werden.

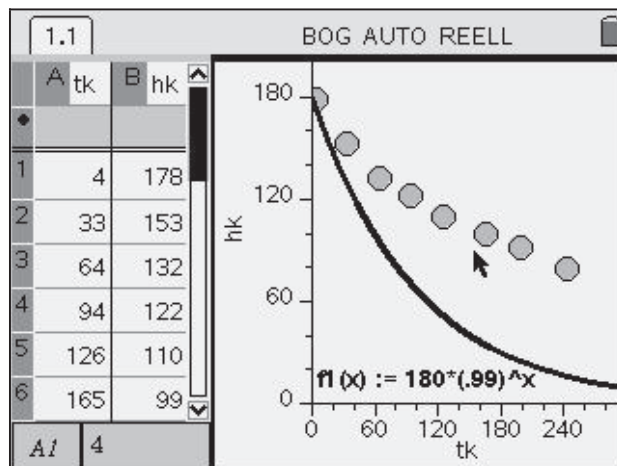


Im ersten Schritt wird eine Exponentialfunktion vom Typ $f(x)=a \cdot b^x$ von Hand an die Punkte angepasst. Dies geschieht über **Funktion zeichnen**:

Geschätzt wird ein Startwert von $a = 180$, mit der Wahl von b wird experimentiert (hier wurde zunächst $b = 0,99$ gewählt).

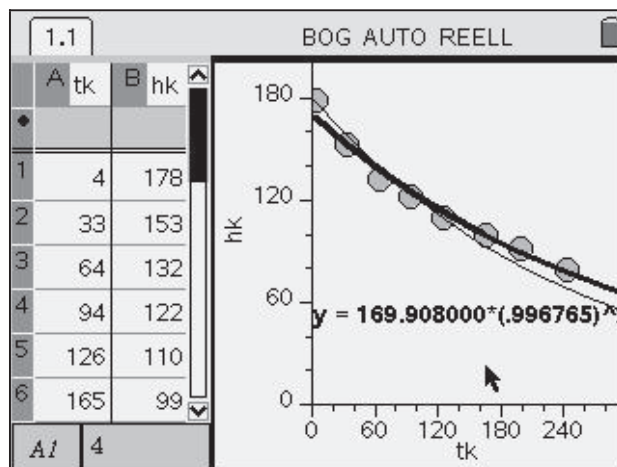
Der Funktionsterm kann durch Doppelklick [, ] editiert werden.

$b = 0,996$ liefert in diesem Fall einen gut passenden Graphen.



Danach wird eine Exponential-Regression mit dem Rechner durchgeführt (**Regression durchführen**).

Hier kann man gut vergleichen, wie sich der Regressionsgraph (fett) von dem von Hand angepassten Graphen (dünn) unterscheidet.

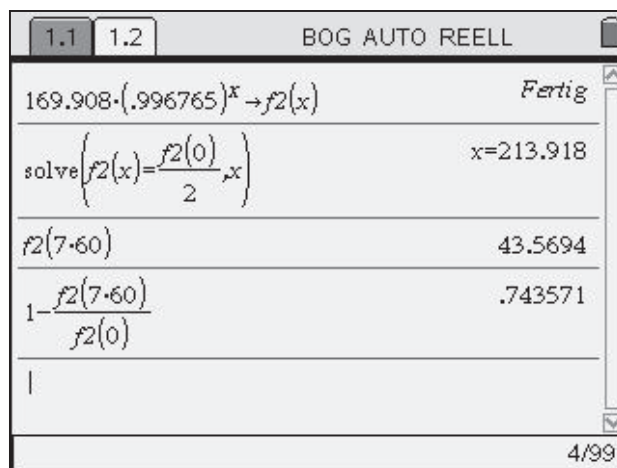


Wann ist der Bierschaum nur noch halb so hoch wie am Anfang?

Wie viel Prozent des Schaums sind in deinem Modell nach 7 Minuten zerfallen?

Diese Fragen lassen sich im **Calculator** beantworten.

Dazu wird nach einem Doppelklick auf die Regressionsgleichung der Term mit **copy-paste** in den **Calculator** übertragen und als $f2(x)$ abgespeichert (**Werte speichern**).



Titel der Einheit	Kopiervorlage	Lösungshinweise	Didaktischer Kommentar	Zusatzmaterial
-------------------	---------------	-----------------	------------------------	----------------

Im Unterricht lässt sich dieses Experiment z. B. einsetzen als eine Station in einem Lernzirkel über Anwendungen von Exponentialfunktionen oder mit einem etwas anderen Akzent im Zusammenhang der Modellierung von Messdaten durch verschiedene Funktionenklassen.

In dem Experiment wird die Höhe einer Bierschaumkrone in Abhängigkeit von der Zeit gemessen. Weil es sich dabei um einen Zerfallsprozess handelt, kann hier genauer untersucht werden, ob in einer bestimmten Zeiteinheit ein konstanter Prozentsatz der noch vorhandenen Bierschaumkrone zerfällt. Dies wäre gleichbedeutend mit einer Modellierung durch eine Exponentialfunktion.

Als Vorgehensweisen bei den Messungen bieten sich an:

- Die Schülerinnen und Schüler arbeiten in Gruppen mit drei bis vier Mitgliedern zusammen. Einer liest die Höhe des oberen Schaumrandes ab und notiert diese, ein anderer verfährt ebenso mit dem unteren Schaumrand. Ein weiteres Gruppenmitglied achtet auf die Uhr und gibt das Kommando zum Ablesen.
- Der Versuchsaufbau wird alle 10 bis 15 Sekunden mit einer Digitalkamera fotografiert, die Bilder werden auf einen Computer übertragen, so dass die jeweilige Höhe der Bierschaumkrone in Ruhe abgelesen werden kann.
- Der Zerfallsprozess wird mit Hilfe einer Videokamera gefilmt. Der Film wird danach z. B. mit Hilfe eines Beamers projiziert; in regelmäßigen Abständen werden Standbilder erstellt und ausgewertet.

Das Experiment ist nach ca. 5 Minuten beendet.

Danach wird es in den Kleingruppen, die auch zusammen gemessen haben, ausgewertet.

An dieser Stelle haben die Schülerinnen und Schüler die Aufgabe, die Daten mit Hilfe einer geeigneten Funktionenklasse zu modellieren. Je nach Vorerfahrungen werden vielleicht quadratische Funktionen oder aber auch schon Exponentialfunktionen vorgeschlagen.

Um die Parameter der Exponentialfunktion besser zu verstehen, ist es günstig, zuerst eine Funktionsanpassung von Hand vorzunehmen und anschließend die Regressionsrechnung vom Programm durchführen zu lassen.

Die Übereinstimmung zwischen dem Punkteplot der Messpunkte und der Regressionskurve ist gut bis auf die ersten Messpunkte. Dieses Phänomen beobachtet man bei der exponentiellen Regression mit Computern öfter. Bei diesem Experiment ist aber auch eine Modellkritik lohnend, da die letzten Werte durch das Hängenbleiben von Bierschaumresten am Glas mit höheren Fehlern behaftet sind.

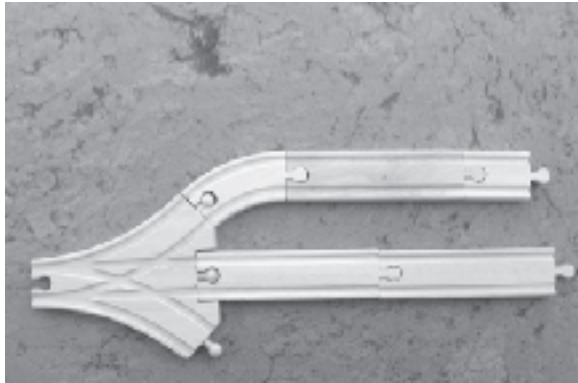
Literatur

Ministerium für Schule und Weiterbildung (2007): Berichte, Informationen, Konzepte und Materialien aus dem Modellversuch SINUS-Transfer NRW. Medienzentrum Rheinland, Düsseldorf. Dort: Projekt 2, EiMu (**E**xperimente im **M**athematikunterricht).

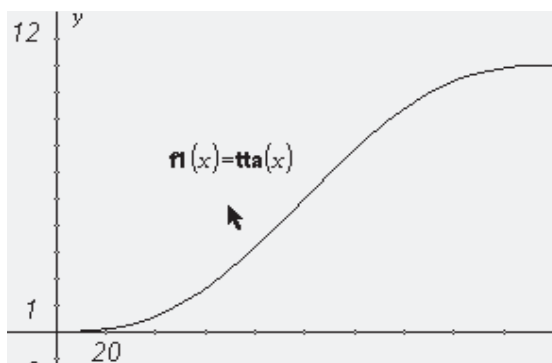
Titel der Einheit	Kopiervorlage	Lösungshinweise	Didaktischer Kommentar	Zusatzmaterial
-------------------	---------------	-----------------	------------------------	----------------

Gleisarbeiten

Sabine Wüllner, Landrat-Lucas-Gymnasium Leverkusen
Andreas Pallack, Soest



Wie krümmt sich eigentlich ein Gleis?



Rolle der Technologie (TI-Nspire™ CAS):

- Visualisieren
- Berechnen

Mögliche Zugänge, die von der Technologie unterstützt werden:

- Algebraische Entwicklung einer Lösung und gleichzeitige graphische Kontrolle

Empfehlung zur Unterrichtsorganisation:

Die Aufgabe kann sowohl zum Einstieg in den Themenkomplex höhere Ableitungen als auch zur Vertiefung am Ende der Reihe Differenzialrechnung eingesetzt werden.

Es bietet sich dabei an, die Lernenden möglichst selbstständig arbeiten zu lassen. Spannend ist der Vergleich von Ideen der Schülerinnen und Schüler. Plakate oder Folien, aber auch der Einsatz eines Overheaddisplays; ist denkbar.

Steckbrief der Aufgabe

Sekundarstufe II (Analysis)
Dauer: 1-2 Unterrichtsstunden

Notwendige Voraussetzungen:

Schülerinnen und Schüler

- können mit Polynomen und deren Graphen umgehen
- kennen die Grundlagen der Differenzialrechnung
- können elementare Modellierungen (auch mit Krümmungen) durchführen

Kompetenzen, die mit dieser Einheit gefördert werden können:

Schülerinnen und Schüler

- modellieren gegebene Situationen mit Hilfe von Funktionen
- reflektieren die Modellierung

Inhaltsbezogene Ziele/Kompetenzen, die diese Einheit verfolgt:

Schülerinnen und Schüler

- entwickeln und lösen lineare Gleichungssysteme
- arbeiten mit Polynomen höheren Grades

Titel der Einheit	Kopiervorlage	Lösungshinweise	Didaktischer Kommentar	Zusatzmaterial
-------------------	---------------	-----------------	---------------------------	----------------

Sanft krümmt sich, was ein Gleis werden will...

Die Anzahl der in Adorf haltenden Züge hat sich sehr stark vergrößert, deshalb wird ein neuer Bahnsteig benötigt. Dieser soll so angelegt werden, dass das zugehörige Gleis parallel zu den Gleisen der anderen Bahnsteige im Abstand von 10 m verläuft.

Für das Verbindungsgleis steht eine Länge von 200 m zur Verfügung.

Aufgabe:

Entwickle eine Funktion, deren Graph diesen Übergang beschreibt. Achte dabei darauf, dass Züge auch in der Realität ohne Probleme das Gleis passieren könnten.

Damit der Zug problemlos auf das neue Gleis kann,

- müssen die Anschlussstellen der beiden Gleise übereinstimmen,
- dürfen keine Steigungs- und
- keine Krümmungssprünge an den Verbindungspunkten entstehen.

Betrachten wir die Gleise als Graphen von Geraden g_1 und g_2 , so kann eine Verbindung durch den Graphen einer ganzrationalen Funktion beschrieben werden.

Günstig ist, das Koordinatensystem so zu legen, dass der Ursprung im ersten Verbindungspunkt liegt. So lauten die Gleichungen von g_1 und g_2 : $g_1(x) = 0$ und $g_2(x) = 200$.

Aus den obigen Überlegungen ergeben sich dann sechs Bedingungen. Funktionswert sowie Wert der ersten und zweiten Ableitung müssen mit an den Anschlussstellen übereinstimmen:

$$\begin{aligned} t(0) &= g_1(0) = 0 \\ t(200) &= g_2(200) = 10 \\ t'(0) &= g_1'(0) = 0 \\ t'(200) &= g_2'(200) = 0 \\ t''(0) &= g_1''(0) = 0 \\ t''(200) &= g_2''(200) = 0 \end{aligned}$$

Damit wird eine Funktion 5. Grades gesucht:

$$t(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$$

Es werden nun die Funktionen t , t' und t'' (t , t_1 , t_2) definiert (Funktion definieren). Auf die Definition der Geradengleichungen wurde verzichtet.

Danach werden die o. g. Bedingungen zur Lösung des Gleichungssystems eingegeben. Der Rechner gibt die Ergebnisse für die Koeffizienten aus. Die Ergebnisse der Rechnung werden unter $tta(x)$ gespeichert.

Damit ergibt sich dann der Graph, der ein Vorschlag zur Modellierung des Gleises ist (Graph einer Funktion zeichnen).

1.1
BOG AUTO REELL

Define $t(x) = a \cdot x^5 + b \cdot x^4 + c \cdot x^3 + d \cdot x^2 + e \cdot x + f$ Fertig

Define $t1(x) = \frac{d}{dx}(t(x))$ Fertig

$t1(x)$ $5 \cdot a \cdot x^4 + 4 \cdot b \cdot x^3 + 3 \cdot c \cdot x^2 + 2 \cdot d \cdot x + e$

Define $t2(x) = \frac{d^2}{dx^2}(t(x))$ Fertig

solve $\left\{ \begin{array}{l} t(0) = 0 \\ t(200) = 10 \\ t1(0) = 0 \\ t1(200) = 0 \\ t2(0) = 0 \\ t2(200) = 0 \end{array} \right. , \{ a, b, c, d, e \}$

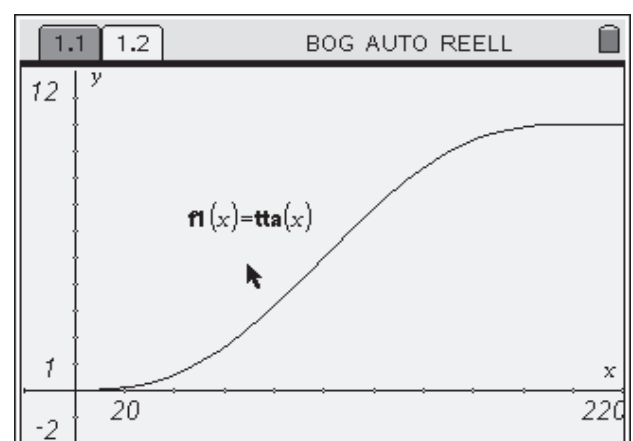
$a = \frac{3}{16000000000}$ and $b = \frac{-3}{32000000}$ and $c = \frac{1}{8000}$ →

$tt(x) := t(x) | a = \frac{3}{16000000000}$ and $b = \frac{-3}{32000000}$ and $c = \frac{1}{8000}$ →

$tt(x)$ $\frac{3 \cdot x^5}{16000000000} - \frac{3 \cdot x^4}{32000000} + \frac{x^3}{8000}$

$tta(x) := \begin{cases} 0, & x < 0 \\ tt(x), & 0 \leq x \leq 200 \\ 10, & x > 200 \end{cases}$ Fertig

9/99



Titel der Einheit	Kopiervorlage	Lösungshinweise	Didaktischer Kommentar	Zusatzmaterial
-------------------	---------------	-----------------	------------------------	----------------

Aufgaben dieser Art sind mittlerweile Standard im anwendungsbezogenen Mathematikunterricht. Die eigentliche Rechnung ist mit neuen Technologien schnell erledigt. Interessanter sind Diskussionen über die Art und die Tragfähigkeit der Modellierung.

Genauer betrachtet ist diese Modellierung alles andere als realistisch. Die Bezeichnung *realitätsbezogen* muss schon weit ausgelegt werden: Straßen und auch Schienen werden in der Praxis meist mit Klotoiden entwickelt. Dieses Verfahren hat gegenüber der Modellierung mit Polynomen den großen Vorteil, dass der Streckenverlauf sehr gut kontrolliert werden kann. Bei der Modellierung mit Polynomen – aber auch bei der Modellierung mit Splines – macht man immer wieder die Erfahrung, dass die Graphen dieser Funktionen oszillieren und deswegen nur schwer kontrollierbar sind. Im Unterricht wird es kaum möglich sein, Schienenverläufe zu entwickeln, die auch Ingenieurgutachten standhalten könnten; das ist aber auch nicht das Ziel. Vielmehr sollte es das Ziel sein, die Lernenden für solche Modellierungen zu sensibilisieren. Schließlich werden Straßen und Schienen nicht *irgendwie* geplant. Dahinter steckt System und eine große Portion Mathematik.

Ein weitere Herausforderung liegt in der hier vorgenommenen didaktischen Reduktion: Ein Gleis besteht ja nicht aus nur einer Schiene. Um einen Zug über das Gleis rollen zu lassen, benötigt man schon zwei davon. Diese müssen – damit der Zug nicht zwangsläufig entgleist – parallel sein. Dazu könnte man einfach den Graphen nach oben oder unten verschieben. Aber sind die Gleise dann wirklich parallel? Vorab: Die Antwort ist *nein*.

Mit solchen Variationen ist diese einfache Aufgabe auch im Leistungskurs einsetzbar: eine Erweiterung auf die Behandlung paralleler Graphen oder Splines ist ohne weiteres möglich.

Titel der Einheit	Kopiervorlage	Lösungshinweise	Didaktischer Kommentar	Zusatzmaterial
-------------------	---------------	-----------------	------------------------	----------------

Bilder analysieren und rekonstruieren

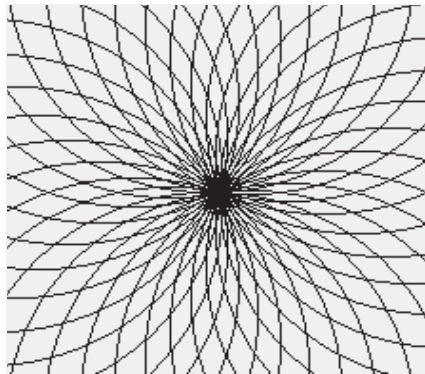
Bärbel Barzel, Freiburg

Andreas Pallack, Soest

Franz Schlöglhofer, Linz, Gmunden (Österreich)



Wie kann man die Bilder erzeugen?



Steckbrief der Aufgabe

Sekundarstufe I/II (je nach gewähltem Bild)
Dauer: 2-3 Unterrichtsstunden

Notwendige Voraussetzungen:

Schülerinnen und Schüler

- verfügen über Basiswissen aus dem Bereich der jeweils genutzten Funktionsarten und geometrischen Objekte

Kompetenzen, die mit dieser Einheit gefördert werden können:

Bei allen Bildern geht es darum, dass Schülerinnen und Schüler Muster analysieren, Ideen zu ihrer Reproduktion entwickeln und diese realisieren.

Die weiteren Ziele sind je nach gewähltem Bild unterschiedlich.

Bei Bildern mit Funktionsgraphen geht es darum, den Zusammenhang zwischen Funktionsterm und Graphik zu vertiefen.

Bei Bildern mit geometrischen Konstruktionen geht es um das Erkennen und Reproduzieren der konstruktiven Elemente.

Rolle der Technologie (TI-Nspire™, TI-Nspire™ CAS):

Der Rechner dient als Werkzeug zum Ausprobieren und Optimieren eigener Ideen. Die individuellen Kreationen können, ähnlich wie bei der Textverarbeitung auf dem Computer, als Dokument abgespeichert und evtl. ausgetauscht werden.

Mögliche Zugänge, die von der Technologie unterstützt werden:

- Graphisch: Durch das Verändern von Graphen können Terme manipuliert werden.
- Algebraisch: Die Lernenden erkennen den Graphen und übersetzen ihn in einen Term.

Empfehlung zur Unterrichtsorganisation:

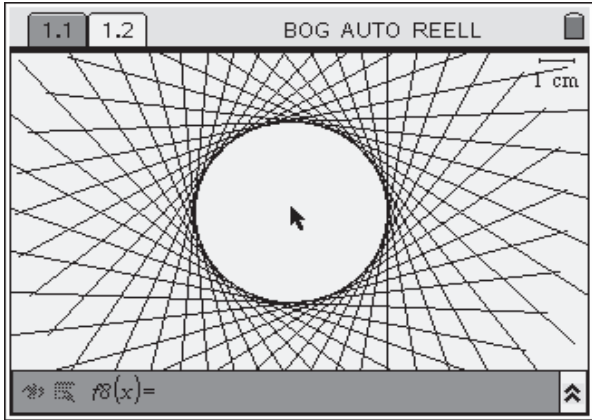
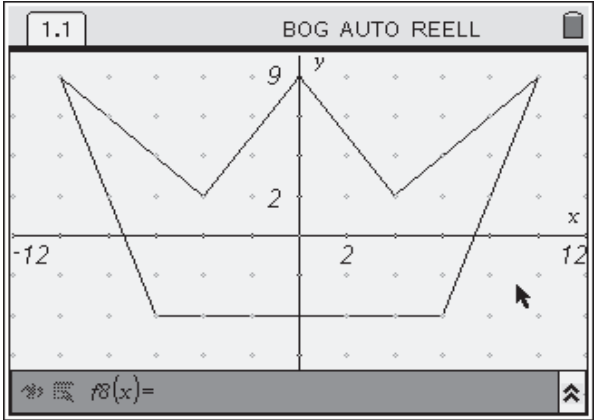
- Es bietet sich an, die Schülerinnen und Schüler in kleinen Gruppen arbeiten zu lassen und die Ergebnisse im Plenum oder in Expertengruppen zu vergleichen.

Hinweis:

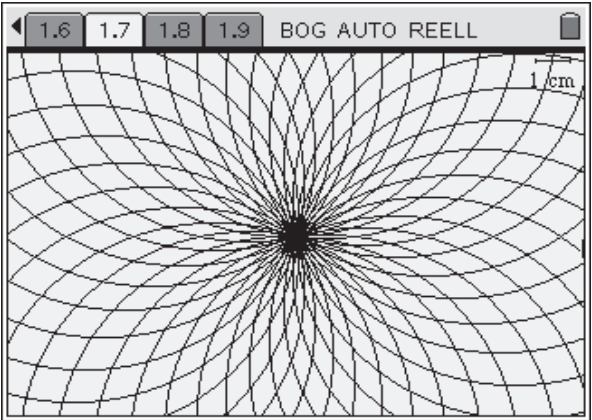
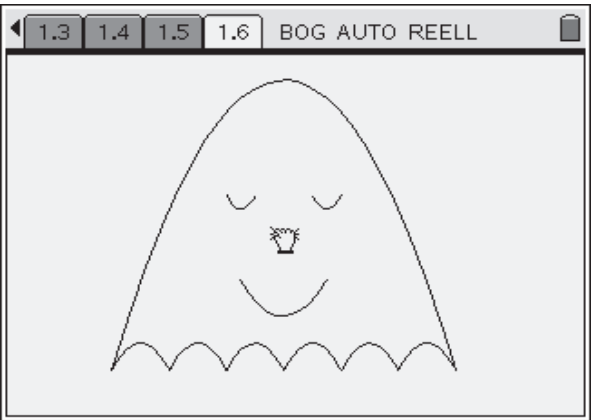
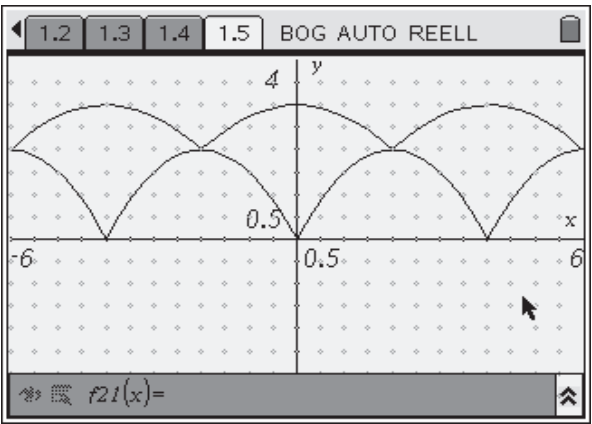
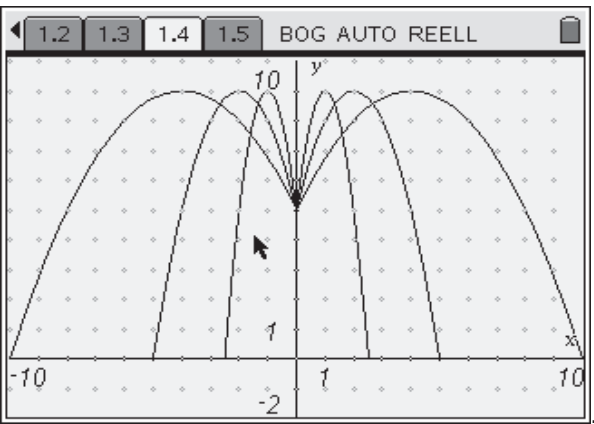
Die Bilder wurden so ausgewählt, dass sie ein breites fachliches Spektrum abbilden. Im Unterricht bietet es sich nicht an, die Lernenden alle Bilder erzeugen zu lassen. In Abhängigkeit von der Klassenstufe und der Zielsetzung sollte eine Auswahl getroffen werden.

Erzeuge die Bilder

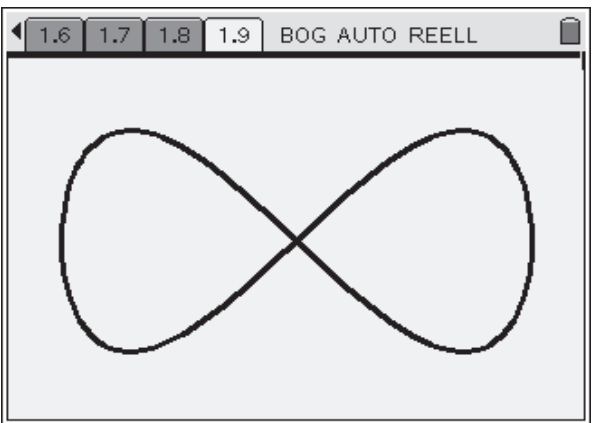
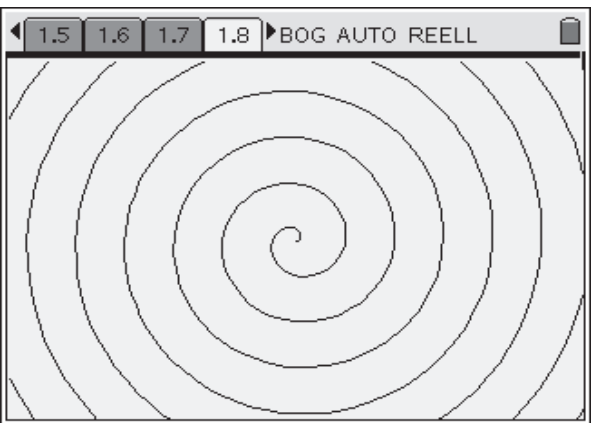
a) mit Hilfe von Geraden und ggf. Kreisen:



b) mit Hilfe von Parabeln oder Kreisen:



c) in der Polarkoordinaten- oder Parameterdarstellung



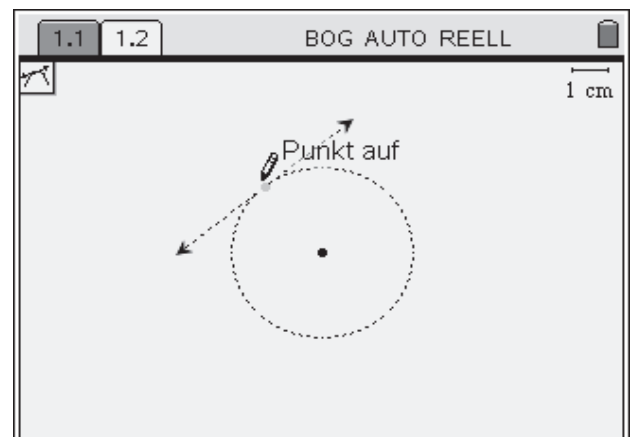
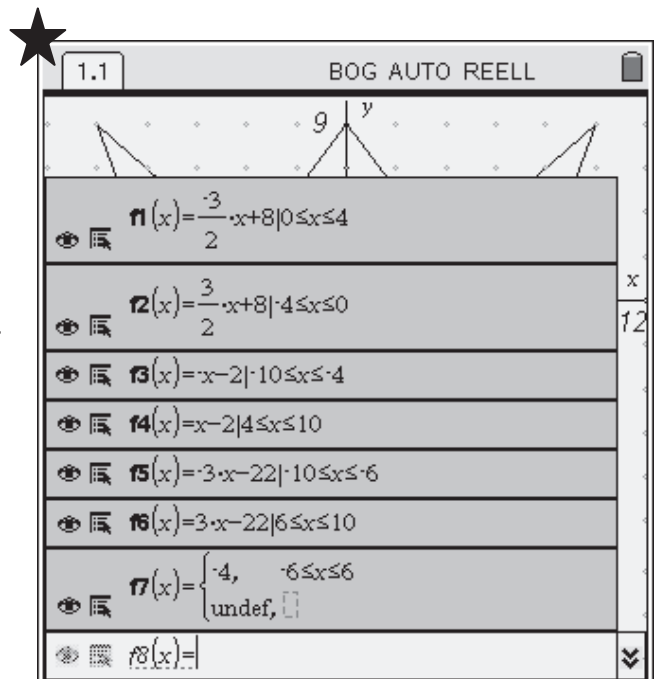
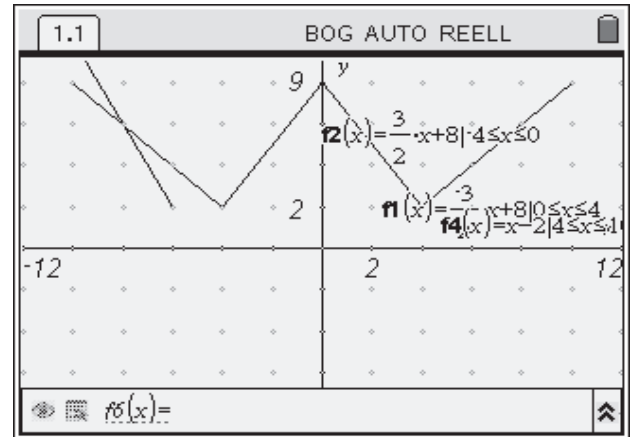
Sämtliche Bilder werden in der Applikation **Graphs & Geometry** erstellt. Für das erste Bild *Krone* benötigen Sie die Grafiksicht (**Ansicht, Grafiksicht**), die in der Regel standardmäßig eingestellt ist. Stellen Sie, bevor Sie beginnen, das **Koordinatensystem** so wie im Bildschirmfoto ein.

Das Bild 1.1: *Krone* wird mit Hilfe von abschnittsweise definierten Geraden erstellt (**Funktionen, abschnittsweise**). Für Schülerinnen und Schüler ist es oft einfacher, jeden Abschnitt einzeln zu behandeln. Entsprechend bedienen wir uns hier des Operators |. Im Bild rechts wird gezeigt, wie er angewendet wird, um Geradenabschnitte zu definieren.

Natürlich werden die Lernenden nicht immer mit dem ersten Versuch treffen. Ein wesentlicher Vorteil bei der Arbeit mit dem Rechner (man könnte die Funktionen ja auch ohne Rechner bestimmen) zeigt sich genau an dieser Stelle: Man kann die eigenen Überlegungen unmittelbar überprüfen, Fehler sind konstruktive Elemente eines Argumentationsprozesses.

Alle Funktionsabschnitte zur Definition der *Krone* finden Sie in der Abbildung rechts.

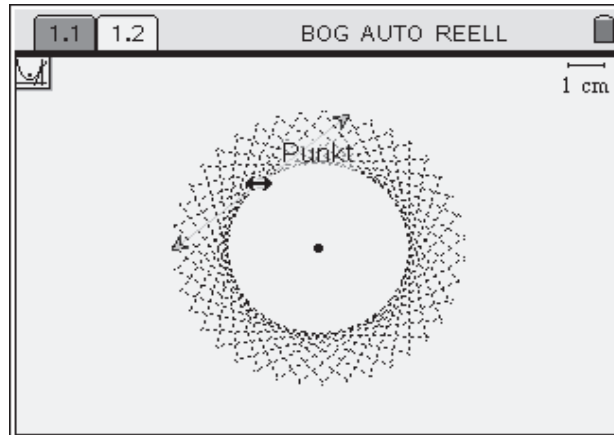
Das zweite Bild *Geradenschar* wird in der Ansicht **Ebenengeometrie** erstellt. Konstruieren Sie zuerst einen Kreis (**Linien, besondere**). Auf dem Kreis konstruieren Sie eine Tangente ([**menu**], **6**, 7: Tangente).



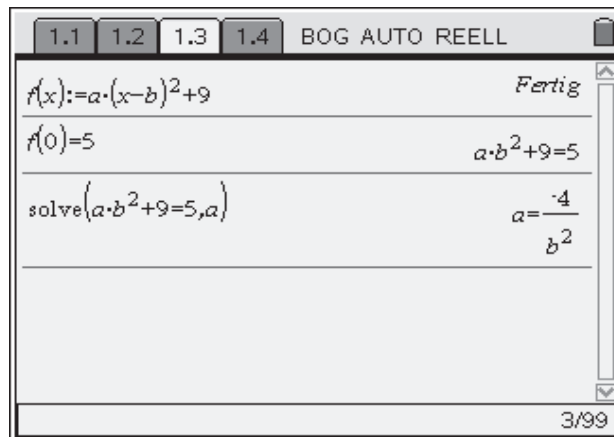
Mit Hilfe der Option **geometrischer Ort** wird die Geradenschar erstellt.

Das Bild ergibt sich also durch eine Kreistangente, die entlang des Kreisrandes bewegt wird.

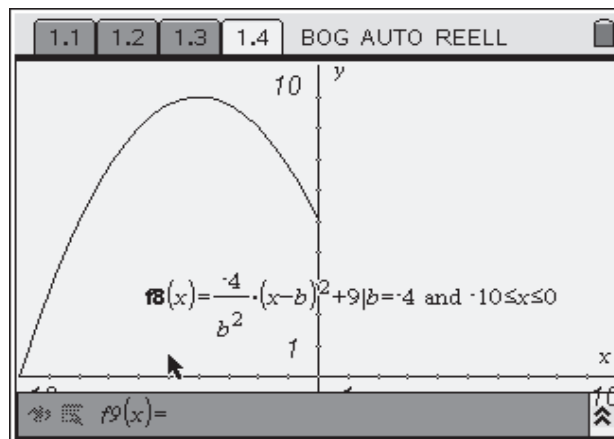
Die Länge des angezeigten Tangentenabschnitts kann verändert werden. So tastet man sich Schritt für Schritt an das Aussehen des gezeigten Bildes heran. Um es vollständig nachzubilden, müssen einige **Objekte versteckt** werden.



Beim Bild *Springbrunnen* könnte man ähnlich wie bei der Krone explorativ vorgehen. Da sich allerdings eine Systematik offenbart, wurde hier ein anderer Weg gewählt. Wenn Sie diesen Weg auch beschreiten wollen, öffnen Sie eine neue Seite mit der **Applikation Calculator**.

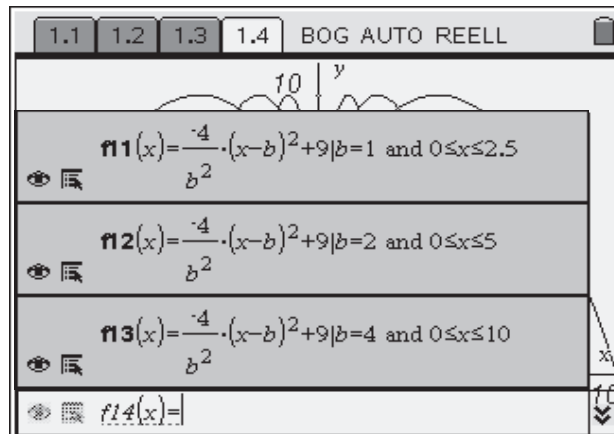


Die Scheitelpunkte aller Parabeln haben die y-Koordinate 9. Darüber hinaus verlaufen alle Parabeln durch den Punkt (0|5). Das kann man nutzen (siehe Rechnung rechts). Man erhält eine Parabelschar, die lediglich vom Parameter b abhängt (Ergebnis der Rechnung einsetzen in die Funktionsgleichung). Der SOLVE-Befehl kann jedoch in dieser Form nur mit TI-Nspire™ CAS ausgeführt werden.



Der Parameter b bestimmt die x-Koordinate des Scheitelpunktes. Durch Einsetzen der jeweiligen Koordinaten (rechts im Bild z. B. -4) ergibt sich nach und nach das gezeigte Bild.

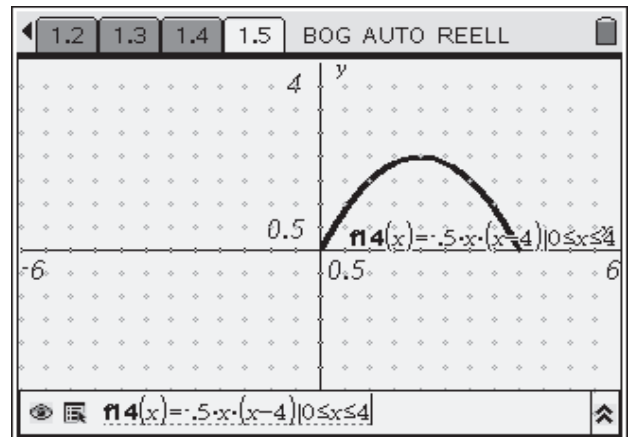
Rechts abgedruckt sind die Terme für den rechten Teil der Parabelschar. Die linken ergeben sich entsprechend.



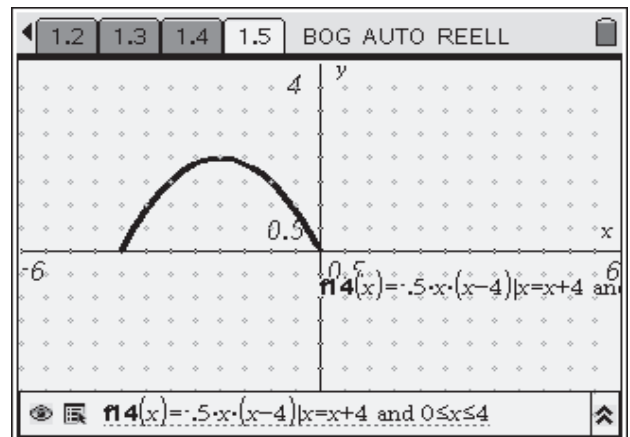
Man kann in der Regel nicht davon ausgehen, dass Schülerinnen und Schülern dieser elegante Lösungsweg einfällt. Es empfiehlt sich, die Schülerlösungen zu nutzen, um nach Synergien bei der Bestimmung der Funktionsgleichungen zu suchen. Daraus wird sich dann eine ähnliche Systematik ergeben, wie sie hier vorgeschlagen wurde.

Titel der Einheit	Kopiervorlage	Lösungshinweise	Didaktischer Kommentar	Zusatzmaterial
-------------------	---------------	-----------------	------------------------	----------------

Das Bild *Parabelbrücke* besteht aus zwei unterschiedlichen Formen von Parabelabschnitten. Bei der Konstruktion nutzen wir die Idee, die Abschnitte zu verschieben. Dazu wird ein erster Parabelabschnitt wie rechts gezeigt erstellt.

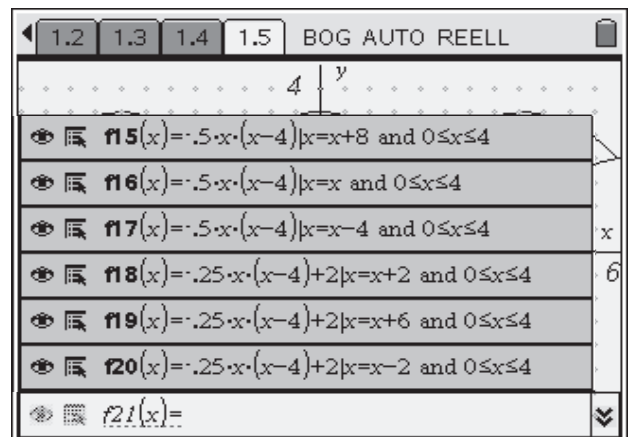


Beim Verschieben kann man sich eines Tricks bedienen: Man ersetzt die Variable x durch sich selbst und einen Summanden. Dadurch werden alle x in den Funktionstermen durch $x + a$ ersetzt, was einer Verschiebung in x -Richtung entspricht.



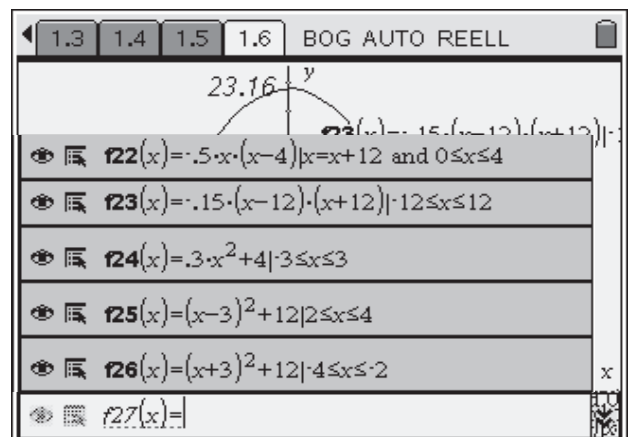
Gezeigt ist rechts die Verschiebung des ursprünglichen Bogens um 4 Einheiten nach links ($x = x + 4$).

In den 80er Jahren wurden Notationen wie $x = x + 4$ ausführlich diskutiert. Wir halten diese Notation nicht für schädlich, wenn Schülerinnen und Schülern die Bedeutung bewusst ist, die hier natürlich eine ganz andere ist, als z. B. in der Applikation **Calculator**.



Rechts finden Sie die noch ausstehenden Parabelabschnitte. f14 bis f18 beschreiben die unteren Parabelbögen, f18 bis f20 die oberen.

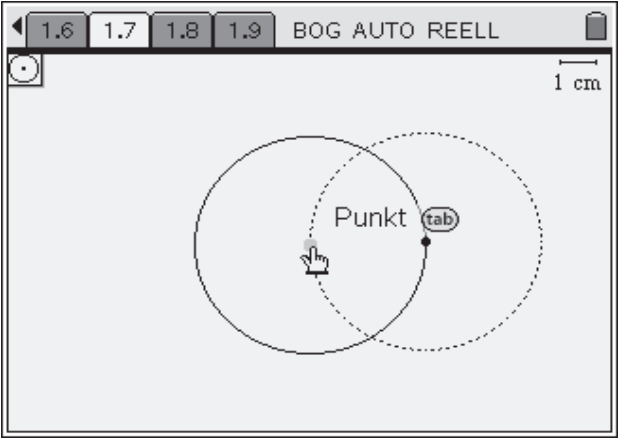
Das Bild *Schlafender Geist* unterscheidet sich wesentlich von den vorhergehenden Parabelbildern. So ist kein Koordinatensystem vorgegeben. Wir nutzen das hier aus, indem die Ergebnisse der *Parabelbrücke* übernommen werden. Die unteren Bögen des Geistes sind die erweiterten unteren Brückenbögen (siehe z. B. f22). Die anderen Parabelabschnitte wurden durch gezieltes Experimentieren gefunden. Von Vorteil (wegen der Symmetrie) ist es dabei, wenn der Geist sich an der y -Achse spiegelt.



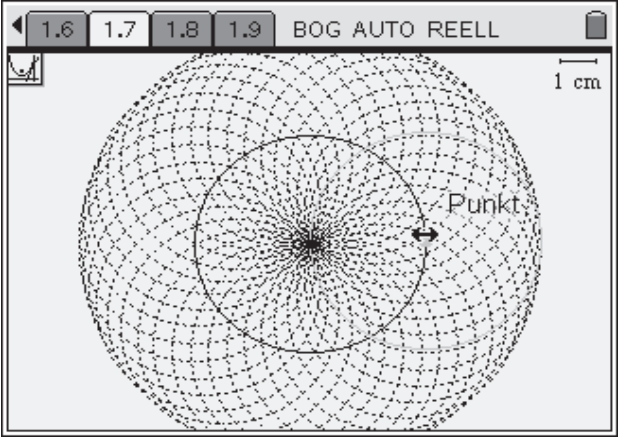
Zum Schluss werden die Koordinatenachsen ausgeblendet und die Nase mit Hilfe des Zeigers ([☑]) länger als 1 Sekunde drücken) erstellt.

Das Bild *Sonnenblume* wird ähnlich wie das Bild Geradenschar (siehe oben) erstellt. Statt einer Tangenten wandert jedoch nun der Mittelpunkt eines Kreises entlang des Randes (geometrischer Ort).

Die Radien der beiden Kreise sind identisch.

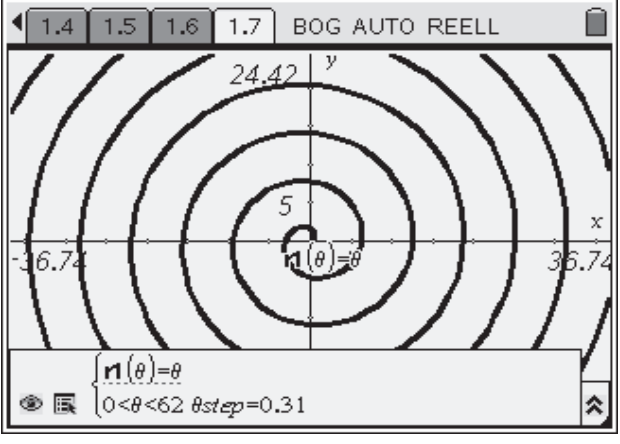


Durch Vergrößern des Basiskreises tastet man sich nach und nach an das vorgegebene Bild heran. Um es vollständig nachzubilden, müssen einige Objekte versteckt werden.

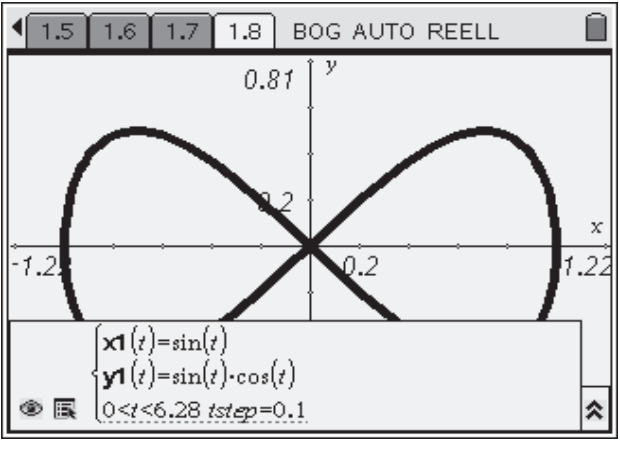


Die beiden letzten Bilder sind – im Vergleich zu den vorhergehenden – Exoten. Man benötigt für sie ein wenig Wissen über Koordinatensysteme.

Die *Spirale* wird durch den Graphen einer Funktion in Polarkoordinatendarstellung erzeugt. Die notwendigen Angaben finden Sie im Bildschirmfoto rechts.



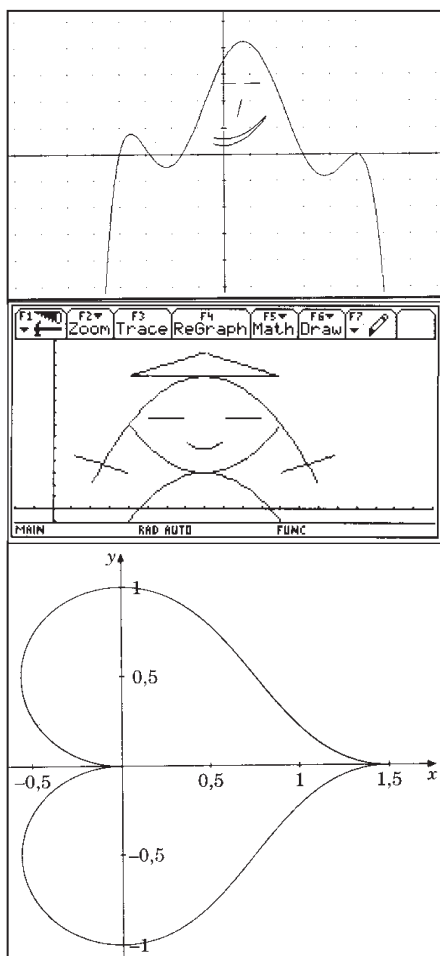
Die *Schleife* wird durch den Graphen einer Funktion in Parameterdarstellung erzeugt. Die notwendigen Angaben finden sie im Bildschirmfoto rechts unten.



Wenn Schülerinnen und Schüler diese Koordinatensysteme noch nicht kennen, werden sie kaum in der Lage sein, die Funktionsterme selbstständig zu entwickeln. Doch auch das Vorführen des Entstehens dieser Bilder hat einen Mehrwert: Die Lernenden sehen, dass es weitere als die bekannten Koordinatensysteme gibt, und dass es je nach Situation günstig sein kann, ein anderes System zu wählen. Schließlich werden Positionen auf der Erde auch nicht in kartesischen Koordinaten gemessen.

Darstellung von Figuren im Mathematikunterricht

Seit damit begonnen wurde Mathematik-Software im Unterricht zu nutzen, wurde immer wieder die Darstellung von Funktionsgraphen als ein wichtiges Thema für den Computereinsatz angeführt. Mehrfach wurde versucht, diese Darstellungsform „spielerisch“ zu behandeln.



Dazu einige Beispiele: Der „Geist“ links in der Abbildung stammt von Paul Drijvers aus früher DERIVE-Zeit. Um diese Figur nachzubilden, ist einiges Wissen über Eigenschaften von Polynomfunktionen notwendig, also mathematisches Grundwissen, das wir unseren Schülerinnen und Schüler vermitteln wollen. Dies gilt auf anderer Ebene ebenfalls für die Figur aus dem Beitrag von Bärbel Barzel (linke Abbildung).

In der „Mathe-Welt“ (Mathematik lehren, Heft 130) wird allgemein auf Anwendungen mit Kurven (z. B. in der Computergraphik und in der Technik) eingegangen. Im Anschluss daran ist ein kleines Projekt vorgeschlagen („Das Liebesherz“). Durch geeignete Funktionen (Kreise, Polynomfunktionen) soll die Figur nachgebildet werden.

Wenn auch diese Form des Erstellens einer Figur noch nicht Anwenden von Mathematik ist, so kann damit eine motivierende Übungsphase im Mathematikunterricht verbunden sein. Das Erkunden von Eigenschaften von Funktionen kann in spielerischer Weise im Unterricht gesteuert werden. Das Ziel für die Lernenden ist nicht das Abarbeiten einer Übungssequenz zu bestimmten Funktionstypen sondern selbstständige Auseinandersetzung mit Funktionen und kreatives Arbeiten anhand selbst gewählter Figuren.

Neben Funktionsgraphen können auch parametrische Darstellungen oder Darstellungen in Polarkoordinaten thematisiert werden. Für diese flexible und viel verwendete Darstellungsform lassen sich an verschiedenen Stellen

des Mathematikunterrichts Beispiele finden. Die Parameterdarstellung bietet sich jedoch als ein „natürlicher“ Zugang an, wenn bereits entsprechendes Vorwissen aus Trigonometrie und Vektorrechnung vorhanden ist.

Literatur/Quellenangaben

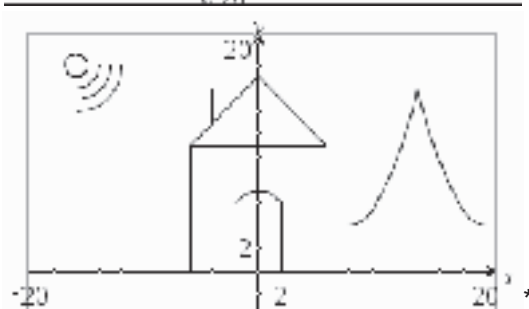
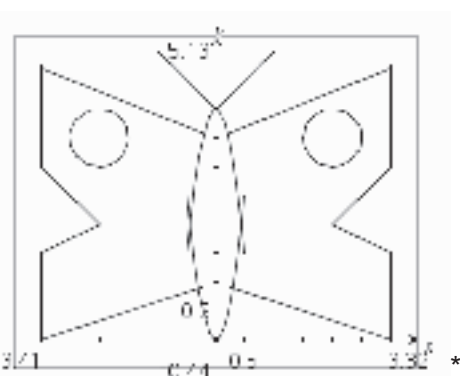
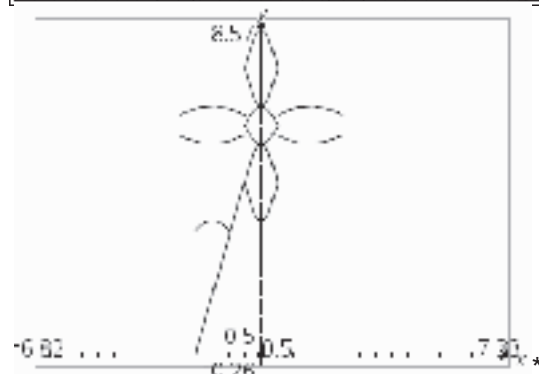
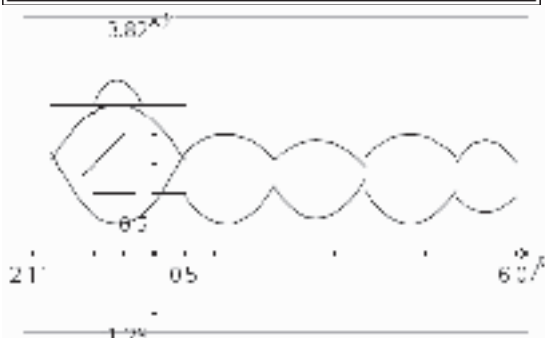
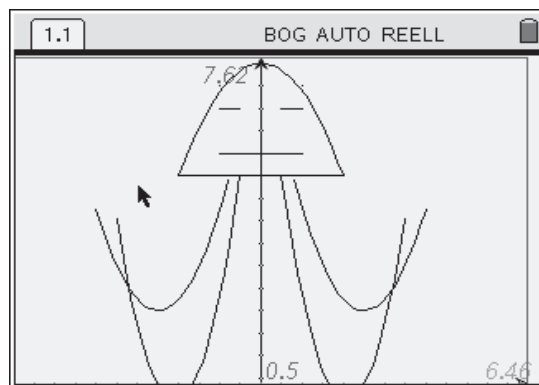
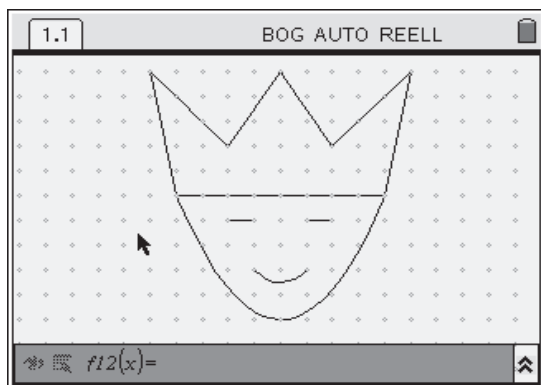
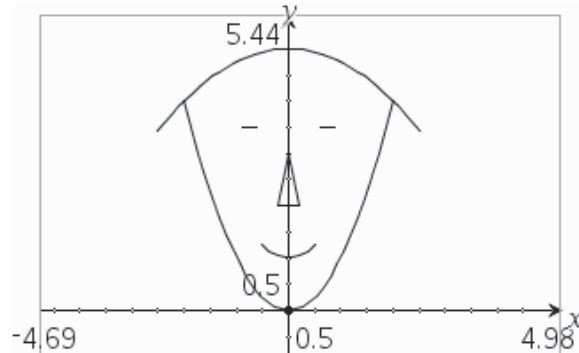
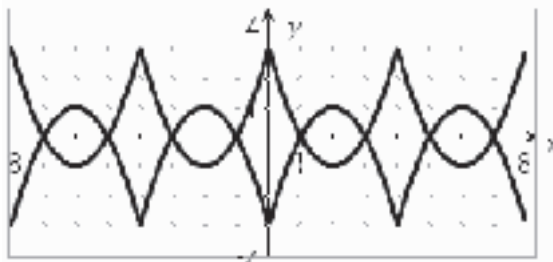
Barzel, B.; Bilder schaffen mit Graphen; Mathematik lehren – Sammelband Standards, Friedrich Verlag, 2007.

Arbeitsblatt aus Mathematik lehren, Heft 130.

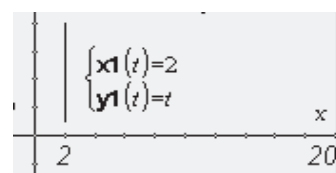
Die Bilder 1.1, 1.4 und 1.5 von Seite 2 dieses Beitrags stammen von Franz Schläglhofer. Bild 1.6 wurde nach einer Idee von Claudia Werner erstellt. An einen Artikel von Andreas Pallack (Mustererkennung an ästhetischen Figuren. Sonderbeilage TI-Nachrichten 1/2007) wurden die Bilder 1.2 und 1.7 angelehnt.

Titel der Einheit	Kopiervorlage	Lösungshinweise	Didaktischer Kommentar	Zusatzmaterial
-------------------	---------------	-----------------	------------------------	----------------

Die folgenden Figuren sollen einfach Anregung sein für weitere Tätigkeit. Sie stammen aus dem Unterricht von Franz Schlöglhofer und wurden von Schülerinnen und Schülern der 5. B-Klasse des Gymnasium Ort, Gmunden selbstständig entworfen. Wiederum kann man versuchen, die Figuren nachzubilden oder auch selbst weitere Figuren entwerfen.



* Um diese Bilder exakt nachzubilden, benötigt man vertikal Streckenabschnitte. Diese lassen sich in der Parameterdarstellung erzeugen (siehe Beispiel rechts).

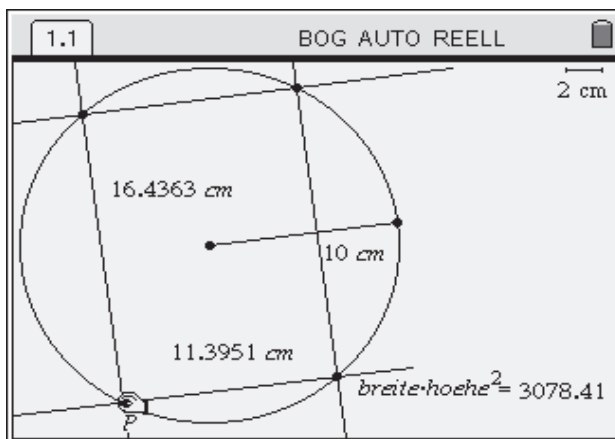


Unterschiedliche Lösungswege für Extremwertaufgaben

Karl-Heinz Keunecke, Altenholz
Angelika Reiß, Berlin



Welcher Balken trägt am meisten?



Steckbrief der Aufgabe

Sekundarstufe I und II
 Extremwertaufgaben mit geometrischen Nebenbedingungen
 Dauer: 4 - 6 Unterrichtsstunden

Notwendige Voraussetzungen:

Schülerinnen und Schüler

- können Sätze am rechtwinkligem Dreieck anwenden
- kennen Bedingungen für Extremwerte (Sekundarstufe II)

Prozessbezogene Kompetenzen, die mit dieser Einheit gefördert werden können:

Schülerinnen und Schüler

- wenden numerische oder algebraische Verfahren zur Problemlösung an
- verwenden verschiedene Werkzeuge sachgerecht
- argumentieren und kommunizieren bei der Problemlösung

Inhaltsbezogene Kompetenzen, die diese Einheit verfolgt:

Schülerinnen und Schüler

- führen geometrische Grundkonstruktionen aus
- übertragen Werte aus der geometrischen Konstruktion in eine Tabelle
- lösen algebraisch eine Extremwertaufgabe

Rolle der Technologie (TI-Nspire™, TI-Nspire™ CAS)

- Visualisieren
- Konstruieren
- Berechnen

Mögliche Zugänge, die von der Technologie unterstützt werden:

- Graphisch/Geometrisch: Konstruktion eines Kreises mit einbeschriebenem Rechteck und deren Veränderungen
- Numerisch: Übertragen gemessener Werte in eine Tabelle
- Algebraisch: Differenzieren, Gleichungen lösen

Empfehlung zur Unterrichtsorganisation:

- Einstieg als gemeinsame Demonstration der Gruppe
- Partnerarbeit

Titel der Einheit	Kopiervorlage	Lösungshinweise	Didaktischer Kommentar	Zusatzmaterial
-------------------	---------------	-----------------	------------------------	----------------

Welcher Balken trägt am meisten?



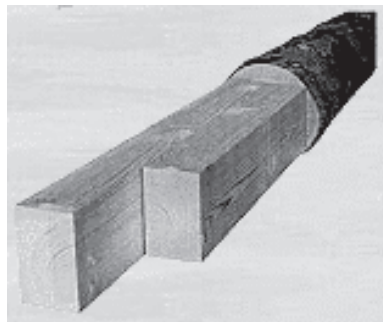
Aus einem kreisrunden Baumstamm mit dem Durchmesser von 20 cm soll ein Balken mit rechteckigem Querschnitt gesägt werden, der eine möglichst große Last tragen kann.

Die Tragfähigkeit eines Balkens ist

1. proportional zum Quadrat seiner Höhe und
2. proportional zu seiner Breite.

Zusatzaufgaben:

1. Entwickeln Sie Formeln, mit denen für einen beliebigen Radius die optimale Höhe und Breite berechnet werden können. Bestimmen Sie daraus das Verhältnis von Höhe und Breite und erläutern Sie Ihr Ergebnis.
2. Ein Mitarbeiter des Sägewerks behauptet, dass man eine größere Tragfähigkeit insgesamt erhält, wenn man aus dem Stamm statt einem zwei optimale Balken sägt. Nehmen Sie dazu Stellung.



Titel der Einheit	Kopiervorlage	Lösungshinweise	Didaktischer Kommentar	Zusatzmaterial
-------------------	---------------	-----------------	------------------------	----------------

1. Lösen mit dem DGS von TI-Nspire™

Nach dem Aufrufen der Applikation **Graphs & Geometry** wird zunächst das Koordinatensystem ausgeblendet (**Ansicht, Ebenegeometrie**). Damit werden alle Längen automatisch in Längeneinheiten (hier cm) angegeben. Dies ist von großer Bedeutung, weil sich dann die konstruierten und gemessenen Größen direkt mit den algebraischen Lösungen vergleichen lassen.

Zunächst wird ein Kreis (**Linien, besondere**) mit dem Radius 10 cm wie in Abb. 1 konstruiert. Auf dem Handheld sollte dazu der Maßstab verändert werden (z. B. 1 LE = 2 cm **Ansicht, Ebenegeometrie**)

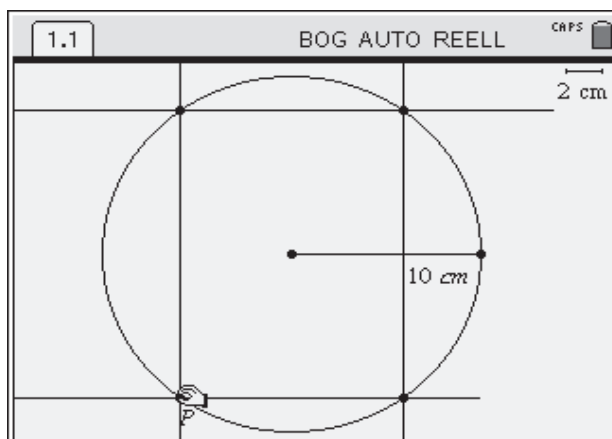


Abb. 1: Konstruktion des einbeschriebenen Rechteckes

Dazu zeichnet man zunächst eine beliebige Strecke und misst deren Länge (**Messen**). Den angezeigten Wert überschreibt man dann mit 10 cm. Mit Hilfe der beiden Endpunkte der Strecke kann der Kreis (**Linien, besondere**) konstruiert werden.

Nun erfolgt die Konstruktion des Rechteckes. Konstruieren Sie dazu einen Punkt P (**Punkt auf Objekt**) auf dem Kreis. Ausgehend vom Punkt P wird eine Sehne des Kreises gezeichnet (hier durch die Konstruktion einer Parallelen zur Strecke (**Linien, besondere**) und anschließendes Bestimmen der Schnittpunkte (**Punkt, Schnittpunkte**)). In den Endpunkten errichtet man eine Senkrechte (**Linien, besondere**), deren Schnittpunkte (**Punkt, Schnittpunkte**) mit dem Kreis die anderen Eckpunkte des Rechteckes bilden. Mit der Greifhand kann man jetzt P auf dem Kreis bewegen und so die Form des Rechteckes verändern.

Zur Berechnung der Tragfähigkeit werden zunächst die Längen der Rechteckseiten gemessen und dann das Produkt „hoehe² · breite“ bestimmt. (Abb. 2). (**Formeln, Werte einsetzen**). Das berechnete Produkt positioniert man am besten hinter die Formel. Zur besseren Verständlichkeit wurde hier noch ein Gleichheitszeichen eingefügt.

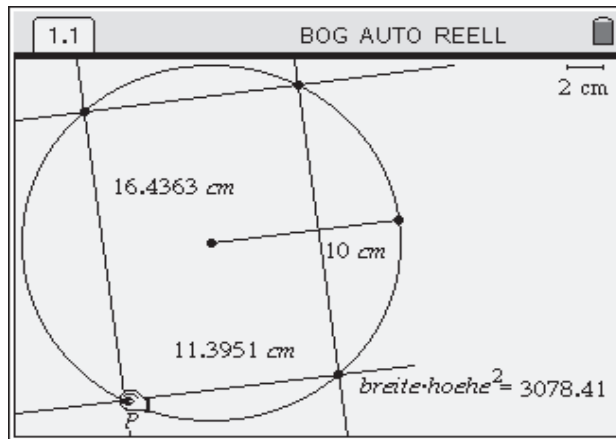


Abb. 2: Berechnung der maximalen Tragfähigkeit

Durch Ziehen des Punktes P wird nun das Rechteck so verändert, dass das angezeigte Produkt einen maximalen Wert anzeigt. Damit können Schülerinnen und Schüler durch systematisches Probieren die Balkenabmessungen Höhe = 16,5 cm und Breite = 11,4 cm für den tragfähigsten Balken näherungsweise finden.

2. Lösen mit Tabellenkalkulation und Graphik des TI-Npire™

Wenn Punkt P in Abb. 2 auf dem Kreis bewegt wird, so können Länge, Breite und Tragfähigkeit in eine Tabelle übernommen (Werte sammeln) und anschließend gezeichnet werden.

Dazu hat man den in Abb. 2 gemessenen Werten Variablennamen zuzuweisen (Variablen verknüpfen) (siehe Abb. 3).

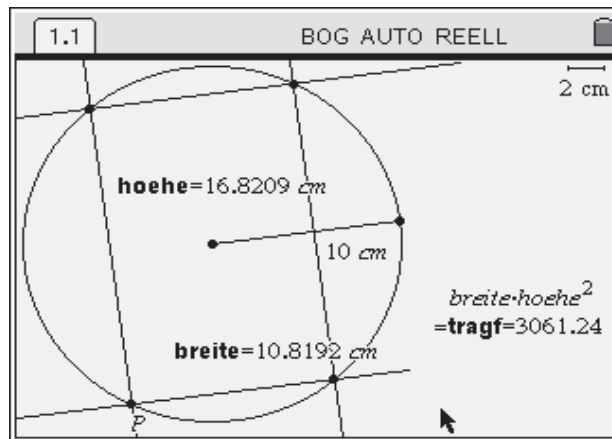


Abb. 3: Variablenzuweisung

Die Werte der Variablen „breite“, „hoehe“, „tragf“ können nun mit der Option „Datenübertragung, automatisch“ beim „Ziehen“ des Punktes P in eine neue Applikation Lists & Spreadsheet übertragen werden (Werte sammeln):

	breit	hoch	last
1	.388782	19.9962	155.454
2	.998249	19.9751	398.305
3	1.39163	19.9515	553.955
4	1.78541	19.9201	708.471
5	2.18328	19.8805	862.904
6	2.5729	19.8338	1012.13

Abb. 4: Automatische Übertragung der Werte von „breite“, „hoehe“, „tragf“ in die Spalten einer Tabelle

Den Verlauf der Tragfähigkeit in Abhängigkeit von der Breite oder Höhe des Stammes kann man erkennen, wenn die Spalte „last“ als Funktion der Spalte „breit“ oder als Funktion der Spalte „hoch“ dargestellt wird (Listen graphisch darstellen) (siehe Abb. 5).

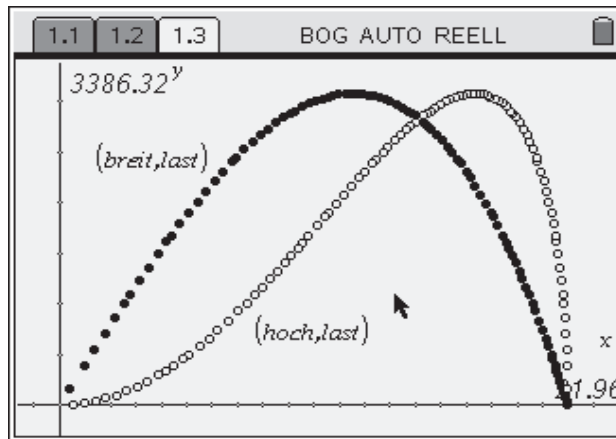


Abb. 5: Graphische Darstellung der Liste „last“ als Funktion der Listen „breit“ und „hoch“

Mit der **Spur**funktion lassen sich dann die Werte des Maximums näherungsweise ablesen:
 breit = 11,5 cm, hoch=16,35 cm und last = 3079,2.

3. Lösen mit dem CAS von TI-Nspire™ CAS

Die algebraische Berechnung besteht zum einen in der Aufstellung des Terms für die Tragfähigkeit als Funktion der Breite (oder der Höhe) und zum anderen in der Berechnung ihres Maximums mit Hilfe der Differenzialrechnung. Die Rechnungen im **Calculator** sind in Abb. 6 dargestellt. Die Ergebnisse sind dann:

$$h = \frac{20 \cdot \sqrt{6}}{3} \approx 16,33; \quad b = \frac{20 \cdot \sqrt{3}}{3} \approx 11,55; \quad \text{trag} \approx \frac{16000 \cdot \sqrt{3}}{9} = 3079,2$$

Anhand der algebraischen Lösungen können die Ergebnisse der vorherigen Verfahren überprüft werden. Die Genauigkeit ist in allen Fällen für die praktische Angabe der Balkendicke und -breite ausreichend.

★

Nebenbedingung

Berechnung der Tragfähigkeit als Funktion der Breite (Zielfunktion)

1.1	1.2	1.3	1.4	BOG AUTO REELL
$r := 10$				10
$4 \cdot 100 = h^2 + b^2$		$400 = b^2 + h^2$		
$\text{trag}(b) := b \cdot (400 - b^2)$		<i>Fertig</i>		
$\frac{d}{db}(\text{trag}(b))$		$400 - 3 \cdot b^2$		
$\text{solve}(400 - 3 \cdot b^2 = 0, b)$		$b = \frac{-20 \cdot \sqrt{3}}{3}$ or $b = \frac{20 \cdot \sqrt{3}}{3}$		
$b := \frac{20 \cdot \sqrt{3}}{3}$		$\frac{20 \cdot \sqrt{3}}{3}$		
$\text{solve}(400 = h^2 + b^2, h)$		$h = \frac{-20 \cdot \sqrt{6}}{3}$ or $h = \frac{20 \cdot \sqrt{6}}{3}$		
$h := \frac{20 \cdot \sqrt{6}}{3}$		$\frac{20 \cdot \sqrt{6}}{3}$		
$\text{trag}(b)$		$\frac{16000 \cdot \sqrt{3}}{9}$		
9/99				

Abb. 6: Algebraische Berechnung des Maximums der Tragfähigkeit

Titel der Einheit	Kopiervorlage	Lösungshinweise	Didaktischer Kommentar	Zusatzmaterial
-------------------	---------------	-----------------	------------------------	----------------

Didaktischer Kommentar

Das „Tragfähigkeitsproblem“ beschreibt exemplarisch eine ganze Klasse von Problemen, deren gemeinsames Merkmal die Ermittlung einer optimalen Lösung unter Beachtung gegebener geometrischer Bedingungen ist. Extremwertprobleme waren schon immer ein zentrales Thema der Mathematik, das sich durch einen hohen Anwendungsbezug auszeichnet. Da der Bezug zur Lebenswelt eine der zentralen Forderungen an den heutigen Mathematikunterricht ist, sollten Problemstellungen dieser Art auch schon in der Mittelstufe – also ohne die Möglichkeiten der Differenzialrechnung – eine große Rolle spielen.

Mit Hilfe Neuer Medien ist dies ohne weiteres möglich, da schon mit einem graphischen Taschenrechner eine Wertetabelle erzeugt und der optimale Wert durch Verfeinerung dieser Tabelle im Prinzip beliebig genau eingeschachtelt werden kann. Auch kann ein Term aufgestellt und der zugehörige Graph erzeugt werden, dessen Maximum oder Minimum sich mit Hilfe des Spurmodus ablesen lässt.

Dynamische Geometriesoftware erlaubt, es das gegebene Problem zu visualisieren, durch „Ziehen“ die Größen zu verändern und so durch systematisches Probieren den gesuchten Wert zu finden.

Stehen den Schülerinnen und Schülern die mathematischen Werkzeuge der Differenzialrechnung zur Verfügung, können die Probleme algebraisch bearbeitet werden.

Dabei können sich die Schülerinnen und Schüler auf die eigentliche Problemstellung konzentrieren, nämlich das Erarbeiten von Nebenbedingung und Zielfunktion, da das Computer-Algebra-System ihnen das Ableiten, das Berechnen von Nullstellen, das Einsetzen von Werten etc. abnimmt.

TI-Nspire™ CAS oder die entsprechende Software ermöglicht es, alle beschriebenen Lösungswege einzuschlagen. Damit ergibt sich der große Vorteil, dass Schülerinnen und Schüler die Erweiterung ihrer mathematischen Kompetenz auf „ihrem“ Rechner umsetzen können, so dass sowohl bezüglich der inhaltlichen als auch der Werkzeugkompetenzen der kumulative Lernprozess verstärkt und deutlich wird.

Wenn Schülerinnen und Schüler diese Verfahren auf ihrem Gerät beherrschen, so liegt es in ihrer Entscheidung, welchen Weg sie zur Lösung einer entsprechenden Aufgabe wählen, so dass differenziertes und individuelles Arbeiten im Unterricht möglich ist.

Es gibt Schülerinnen und Schüler, die immer den graphischen Zugang wählen, andere „rechnen“ lieber und wählen den algebraischen Weg. So können die Lernenden, dadurch dass sie mit den in dieser Ausarbeitung beschriebenen Verfahren vertraut sind, ihrem eigenen Lerntyp entsprechend arbeiten.

Weiter ergibt sich hier eine hervorragende Möglichkeit, mit Schülerinnen und Schülern mathematisches Arbeiten zu reflektieren. So kann diskutiert werden, bei welchen Problemen die grafische Lösung „reicht“ oder ob es Aufgabenstellungen gibt wie die Zusatzaufgabe 1, bei denen eine algebraische Lösung zwingend notwendig ist. „Wann muss etwas bewiesen werden?“, „Wann ist etwas ein Beweis?“ sind ureigene Fragestellungen der Mathematik, auf die an dieser Stelle eingegangen werden kann.

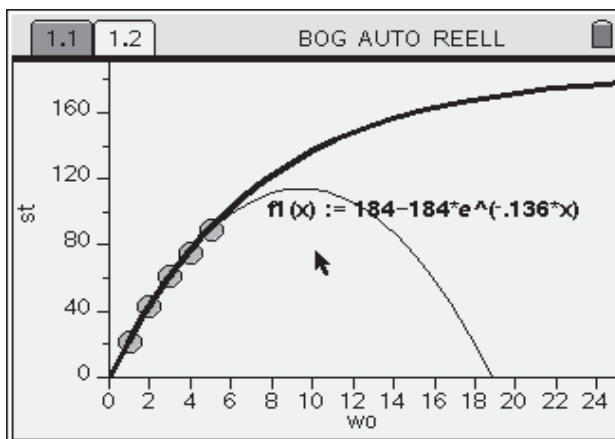
Titel der Einheit	Kopiervorlage	Lösungshinweise	Didaktischer Kommentar	Zusatzmaterial
-------------------	---------------	-----------------	------------------------	----------------

Vergleich verschiedener Modelle

Andreas Pallack, Soest



Welche Funktion beschreibt die Verkaufszahlen besser?



Steckbrief der Aufgabe

Sekundarstufe II (Analysis)
Dauer: 2-3 Unterrichtsstunden

Notwendige Voraussetzungen:

Schülerinnen und Schüler

- haben Kenntnisse der Differenzial- und Integralrechnung
- verfügen über elementare Modellierungskompetenzen

Prozessbezogene Kompetenzen, die mit dieser Einheit gefördert werden können:

Schülerinnen und Schüler

- modellieren eine Sachsituation
- vergleichen Modelle
- argumentieren mit Hilfe eines Modells

Inhaltsbezogene Kompetenzen, die diese Einheit verfolgt:

Schülerinnen und Schüler

- arbeiten mit einer Funktion beschränkter Wachstums
- vergleichen Summe und Integral

Rolle der Technologie (TI-Nspire™, TI-Nspire™ CAS)

- Visualisieren
- Berechnen

Mögliche Zugänge, die von der Technologie unterstützt werden:

- Graphisch: Nahezu sämtliche Argumente können auf der graphischen Repräsentation aufgebaut werden.
- Numerisch: Durch **Lists & Spreadsheet** ist eine Übersetzung in diskrete Daten jederzeit möglich.
- Algebraisch: Diskrete Daten werden durch Funktionsgleichungen beschrieben.

Empfehlung zur Unterrichtsorganisation:

Die Aufgabe ist angelehnt an Abituraufgaben aus dem Berufsbildenden Bereich. Entsprechend sollte die Aufgabe für Unterrichtszwecke umgearbeitet werden. Die Aufgabe kann in dieser Form zum Wiederholen und Üben eingesetzt werden.

Reduziert auf den Modellvergleich kann die Aufgabe auch genutzt werden, um Schülerinnen und Schüler für verschiedene Modellierungen ein- und derselben Sachsituation zu sensibilisieren. In diesem Fall sollte im Unterricht viel Platz für Eigenaktivität geschaffen werden. Es bietet sich dann die Arbeit in Gruppen mit anschließender Präsentation an.

Titel der Einheit	Kopiervorlage	Lösungshinweise	Didaktischer Kommentar	Zusatzmaterial
-------------------	---------------	-----------------	------------------------	----------------

Aufgabe:

Ein Supermarkt führt eine neue Zahnseide ein. In den ersten 5 Wochen ergeben sich folgende wöchentliche Verkaufszahlen:

Verkaufswoche	1	2	3	4	5
Verkaufte Stückzahl in dieser Woche	22	43	61	75	89

a) Bestimmen Sie die Gleichung einer Parabel, die diese Daten gut beschreibt. Zeichnen Sie die Parabel mit den Datenpaaren in ein Koordinatensystem ein.

Die Funktion f mit $f(t) = 184 - 184 \cdot e^{-0,136t}$ beschreibt modellhaft die Entwicklung der wöchentlichen Verkaufszahlen. Dabei ist t die Zeit in Wochen nach der Einführung, $f(t)$ die verkaufte Stückzahl innerhalb der Woche t .

b) Zeichnen Sie das Schaubild von f in das Schaubild von Teilaufgabe a) ein. Vergleichen Sie die beiden Modelle.

c) Mit welchen wöchentlichen Stückzahlen kann der Supermarkt langfristig rechnen? Bestimmen Sie näherungsweise, wie viele Packungen Zahnseide der Supermarkt in den ersten 52 Wochen insgesamt verkauft. Nach wie vielen Wochen sind insgesamt mehr als 15 000 Packungen verkauft?

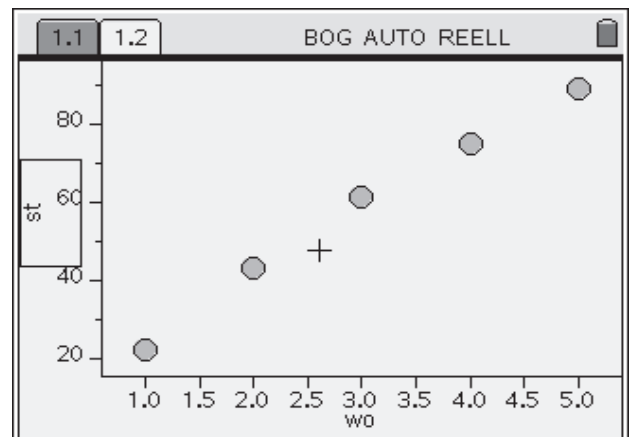
d) Bestimmen Sie die momentane Änderungsrate in $t = 1$ und $t = 25$. Interpretieren Sie diese Ergebnisse.

Teilaufgabe a)

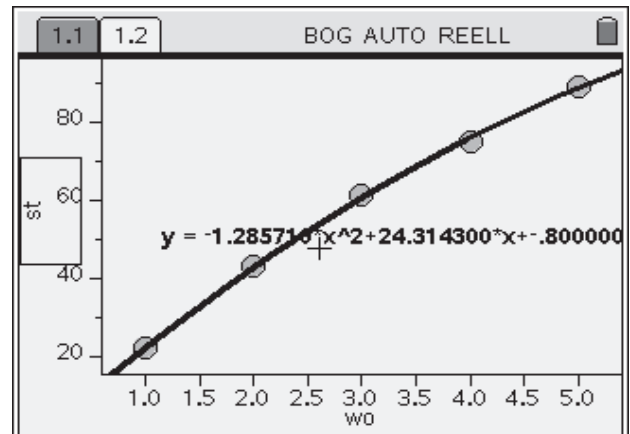
Starten Sie die Applikation **Graphs & Geometry**. Geben Sie die Daten als Listen ein (Listen eingeben) und benennen Sie diese z. B. mit wo (für Woche) und st (für Stückzahl).

	A wo	B st	C	D	E	F	G	H
1	1	22						
2	2	43						
3	3	61						
4	4	75						
5	5	89						
6								

Öffnen Sie die Applikation **Data & Statistics** auf einer neuen Seite. Stellen Sie die Listen graphisch dar, indem sie die beiden Listenbezeichnungen als Diagrammvariablen wählen.

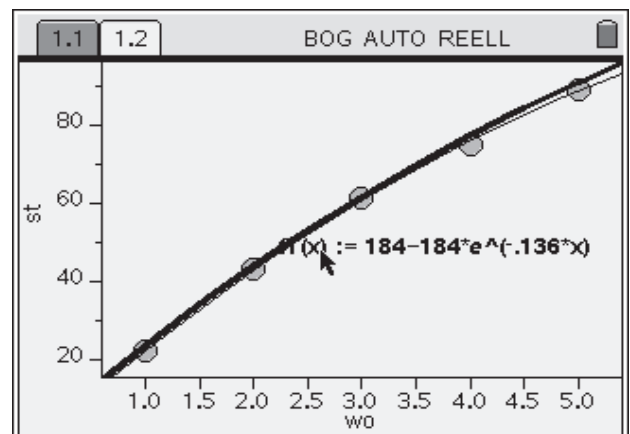


Führen Sie eine quadratische **Regression** durch. Der Graph der Regressionsfunktion wird dann dargestellt. Teilaufgabe a) ist damit erledigt.



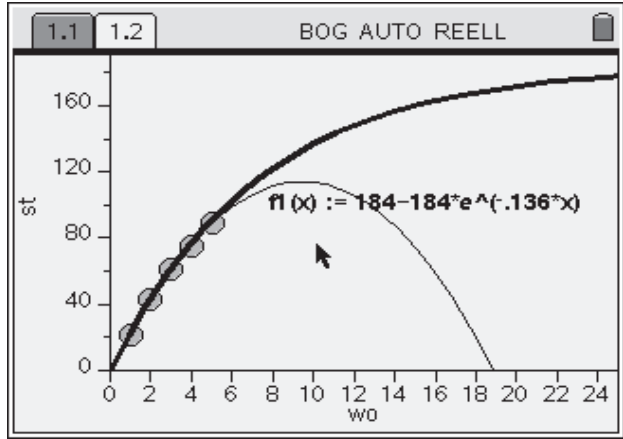
Teilaufgabe b)

Zeichnen Sie die gegebene Funktion in das gleiche Koordinatensystem (Funktion zeichnen).



Passen Sie das **Koordinatensystem** so an, dass die Verläufe beider Graphen gut erkennbar sind.

Das quadratische Modell beschreibt einen Verkaufsverlauf, der nach ungefähr 10 Wochen sein Maximum erreicht und mit der 19. Woche bei Null angekommen ist. Ab der 20. Woche werden sogar negative Verkaufszahlen erreicht: *Die Zahnseide wird also zurückgebracht?*

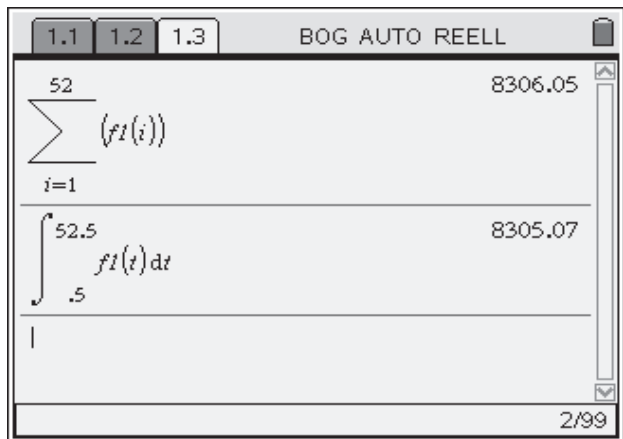


Das zweite vorgegebene Modell beschreibt Verkaufszahlen, die zu Beginn stark und dann immer schwächer ansteigen. Die Verkaufszahlen scheinen sich mittel- bis langfristig zu stabilisieren.

Mit Blick auf die Situation erscheint das zweite Modell angemessen.

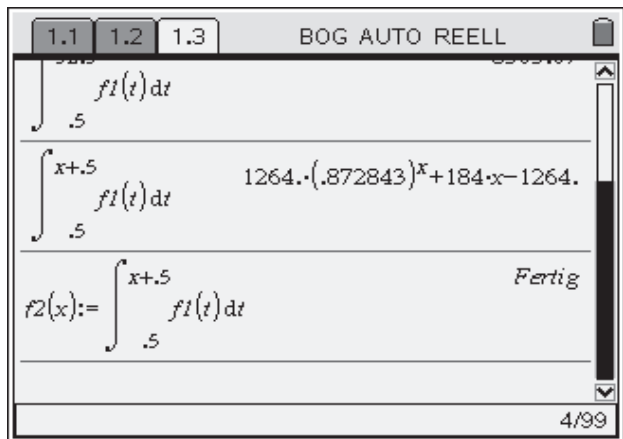
Teilaufgabe c)

Entsprechend wird hier auch mit dem zweiten Modell weitergearbeitet. Wenn das Modell die Daten gut beschreibt, kann man die Verkaufszahlen nach 52 Wochen durch eine Summe berechnen ([Σ] drücken und die Summe auswählen, um eine entsprechende Vorlage zu öffnen). Man erhält ungefähr 8 300 Stück. Die nächste Frage möchte ich mit einer Gleichung lösen. Deswegen wird alternativ zur Summe ein Integral berechnet. Um die diskreten Daten mit dem Integral möglichst gut anzunähern, wurden als Grenzen 0,5 sowie 52,5 gewählt. Die Flächenanteile links und rechts vom Funktionswert in der jeweiligen Woche gleichen sich – wie die Rechnung zeigt – augenscheinlich weitgehend aus.



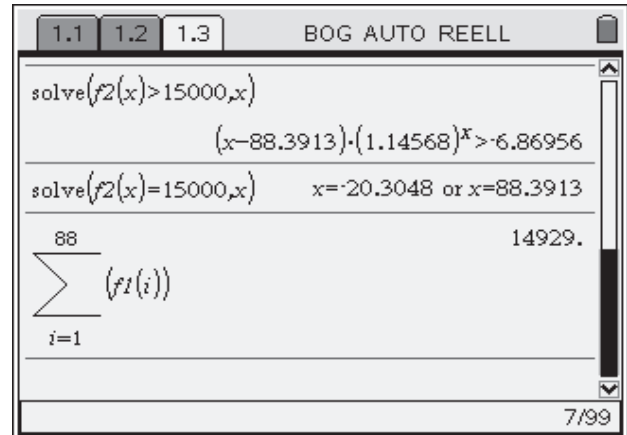
Hinweis: Diese Rechnungen sind nur mit TI-Nspire™ CAS möglich. Die Funktionen können aber auch mit Hilfe einer Tabellenkalkulation analysiert werden, was auch mit TI-Nspire™ funktioniert. Dieser Lösungsweg wird im Anschluss an die CAS-Lösung ange-rissen.

Die Verkaufszahl nach x Wochen berechnet sich gemäß der mit Hilfe des **Integrals berechneten** Funktion. Das Ergebnis wird unter dem Funktionsnamen f2 gespeichert (**Funktion speichern**).

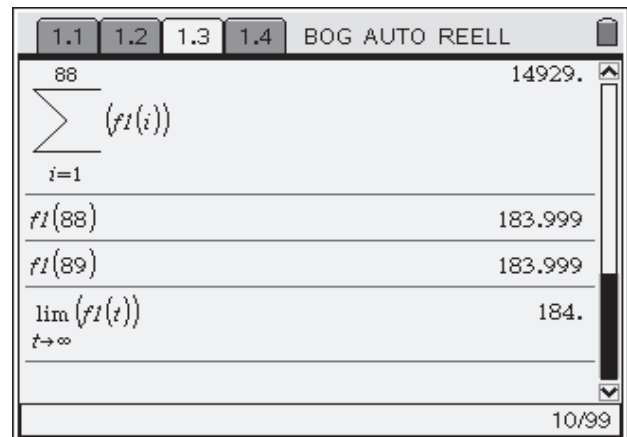


Das CAS kann die Ungleichung nicht exakt lösen. Die zugehörige Gleichung kann aber näherungsweise gelöst werden (**Gleichungen lösen**).

Da das Integral nur näherungsweise die Modellwerte summiert, wird das Ergebnis nochmals mit einer Summe überprüft. Nach 88 Wochen ist die Verkaufszahl noch nicht erreicht. Die Antwort ist also, dass die gesuchte Verkaufszahl gemäß (des Modells) nach 89 Wochen erreicht wird.

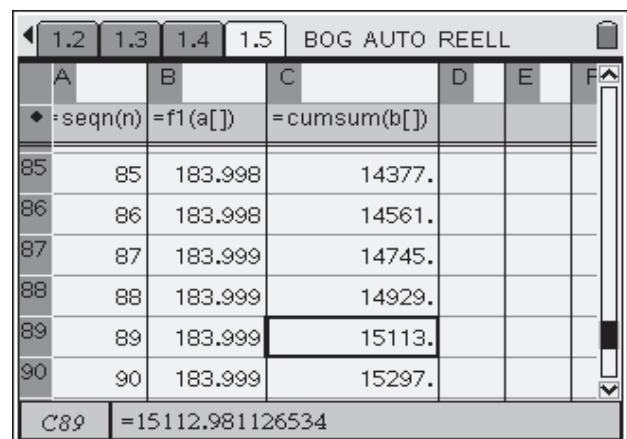


Noch offen ist die Frage, wie sich die Verkaufszahlen langfristig entwickeln. Einsetzen der Zahlen 88 und 89 illustriert, dass sich die Verkaufszahlen zu diesem Zeitpunkt bereits stabilisiert haben. Die Berechnung des Grenzwerts ($\lim_{t \rightarrow \infty} (f1(t), t, \infty)$), das ∞ erhält man unter [Ctrl] [2nd] [lim] bestätigt, dass die Verkaufszahlen sich langfristig bei 184 Stück stabilisieren und dass 184 eine obere Grenze ist.



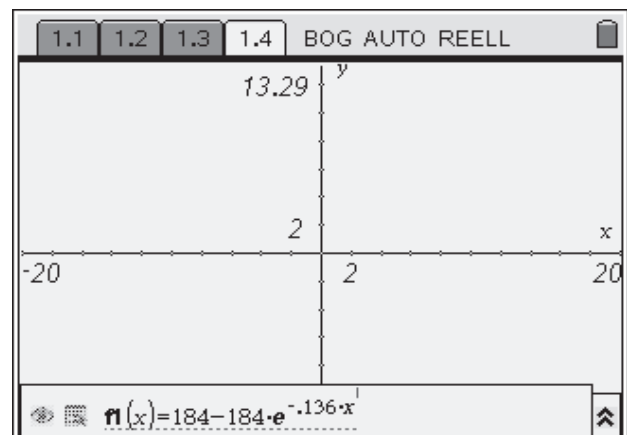
Mit TI-Nspire™ (ohne CAS) kann die Aufgabe z. B. mit Hilfe von **Lists & Spreadsheets** gelöst werden. Geben Sie die Spaltenformeln wie nebenstehend ein. Der entsprechende Wert (>15 000) muss dann noch in Spalte C gesucht werden. Natürlich kommt man zum gleichen Ergebnis: Nach 89 Wochen wurden mehr als 15 000 Stück verkauft.

Auch das langfristige Verhalten lässt sich mit Hilfe der Tabelle analysieren. Man erhält ebenfalls 184 als Grenzwert.



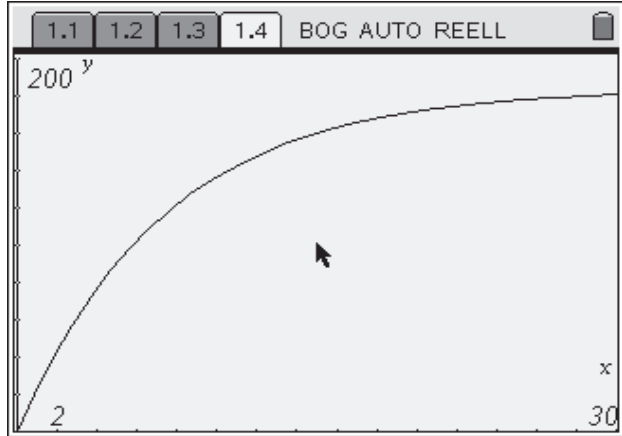
Teilaufgabe d)

Die Änderungsraten werden in **Graphs & Geometry** bestimmt. Natürlich könnten dafür auch die Ableitungen berechnet werden. Öffnen Sie eine neue Seite mit der Applikation **Graphs & Geometry**. In der Eingabezeile wählen Sie die Funktion f1 aus. Diese wird aus den vorherigen Seiten übernommen, da innerhalb eines Problems auf sämtliche Variablen zugegriffen werden kann. Nach Drücken von [Enter] wird der Graph gezeichnet.

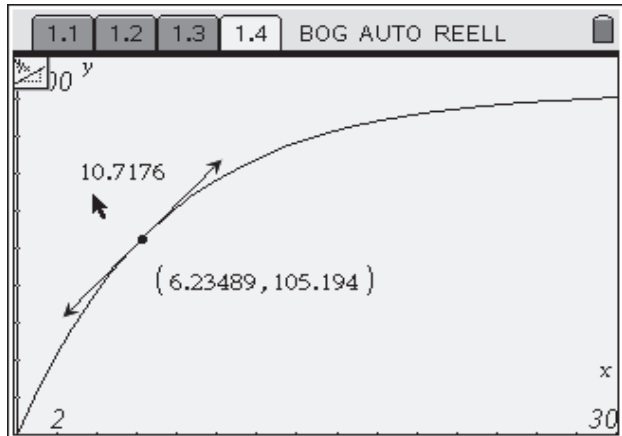


Titel der Einheit	Kopiervorlage	Lösungshinweise	Didaktischer Kommentar	Zusatzmaterial
-------------------	---------------	-----------------	------------------------	----------------

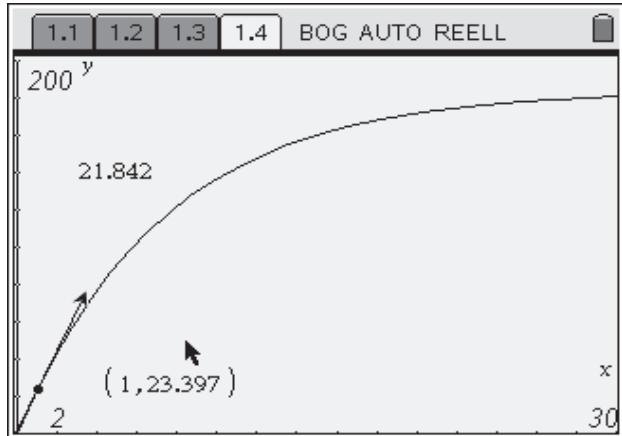
Stellen Sie die **Koordinatenachsen** so ein, dass die Funktionswerte an den Stellen 1 und 25 abgelesen werden können.



Konstruieren Sie eine Tangente an den Graphen und bestimmen Sie so die Ableitung (Funktion ableiten: graphisch). Bestimmen Sie zusätzlich die Koordinaten des Punktes, an dem die Tangente angelegt wird (**Koordinaten bestimmen**).

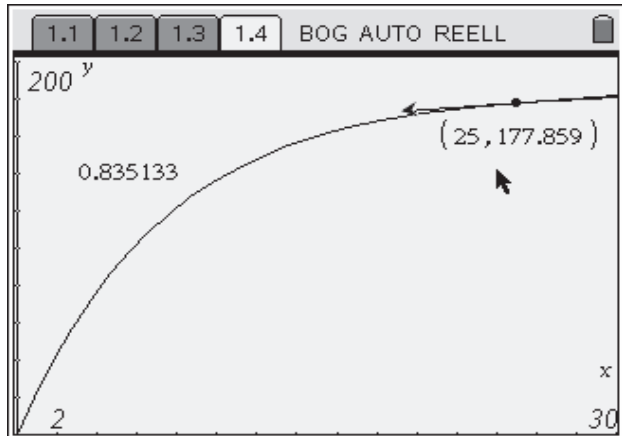


Drücken Sie [**esc**], um die bisherigen Aktionen zu beenden. Mit einem Doppelklick [**Ⓢ**, **Ⓢ**] auf die x-Koordinate kann der x-Wert durch Eingabe über die Tastatur gewählt werden. Geben Sie zuerst die 1 ein. Man erhält eine Steigung (momentane Änderungsrate) von ungefähr 21,84. Alternativ kann der Punkt auch auf die Stellen gezogen werden. Dabei trifft der Punkt aber in der Regel die gewünschten Koordinaten nicht genau.



Den zweiten Wert erhält man durch Eingabe von 25. Die momentane Änderungsrate beträgt hier ungefähr 0,84.

Das bedeutet, dass sich zu Beginn (in der ersten Woche) die Verkaufszahlen massiv verändern. Sie steigen von der ersten zur zweiten Woche um mehr als 20 Stück. Nach 25 Wochen sind nur noch leichte Anstiege (ungefähr eine Packung mehr pro Woche) zu verzeichnen.



Titel der Einheit	Kopiervorlage	Lösungshinweise	Didaktischer Kommentar	Zusatzmaterial
-------------------	---------------	-----------------	------------------------	----------------

Die Aufgabe zum Verkauf von Zahnseide steht exemplarisch für eine ganze Klasse von Aufgaben: An die Realität angelehnte, eingekleidete Aufgaben.

Der mangelnde Realitätsbezug zeigt sich unter anderem durch:

- die Bildung eines Modells auf der Basis nur weniger Zahlen,
- die Verwendung kleiner Verkaufszahlen, die im Normalfall großen Schwankungen unterliegen sowie
- dem Ausblenden von Verkaufsschwankungen in Gänze bei der Arbeit mit dem Modell.

Eine solche Analyse würde man wohl unter marktwirtschaftlichen Gesichtspunkten nicht durchführen. Trotzdem ermöglicht diese Aufgabe die Plausibilität von Modellen zu untersuchen, und zwar in einem für Schülerinnen und Schülern überschaubaren und gut kontrollierbaren Fall.

Die Aufgabe ist deswegen durchaus geeignet, um zu überprüfen, ob Schülerinnen und Schüler mit vorgegebenen Modellen arbeiten und diese im gegebenen Sachkontext interpretieren können. Um die Aufgabe auch im Unterricht gewinnbringend bearbeiten zu können, sollten nur Teilaufgaben behandelt und diese zusätzlich geöffnet werden, um die Pluralität von Lösungswegen zu begünstigen.

Aufbauend auf Diskussionen zu solchen Aufgaben sollten im Unterricht auch echte Prognosen (wie z. B. die Entwicklung des Ölpreises) behandelt werden, um zu zeigen, dass die Bildung eines Modells in starkem Maße durch seine Annahmen geprägt ist. Dazu ein Beispiel:

Zur Drucklegung dieses Heftes überstieg der Ölpreis pro Barrel erstmals die 100 \$ Grenze. Noch vor einigen Monaten wurde mit fallenden Ölpreisen gerechnet, weswegen viele Privathaushalte mit dem Kauf von Heizöl für den Wintermonate warteten. Nun müssen sie sich mit dem teuren Öl (um die 75 Cent pro Liter) eindecken. In den Medien findet man nun Schlagzeilen wie „Öl bald bei 200 \$“. Ähnlich häufig (nur nicht unter so großen Schlagzeilen) findet man aber auch gegensätzliche Deutungen. Hier wird mit einer baldigen Rezession, also einem Abschwung in der Wirtschaft, gerechnet, was zu fallenden Ölpreisen führen würde. Darüber hinaus spielt z. B. die Stärke des € eine nicht zu vernachlässigende Rolle bei der Entwicklung des Ölpreises in Deutschland. Was sollten man also Verbrauchern raten: Jetzt möglichst viel kaufen oder nur wenig kaufen und auf fallende Preise hoffen?

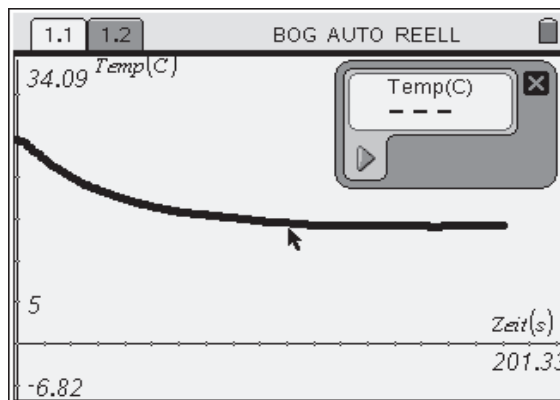
Solche komplexen Sachsituation könne zwar im Mathematikunterricht nicht umfassend behandelt werden, jedoch finden Schülerinnen und Schüler bei der (wenn auch nur oberflächlichen) Diskussion solcher realen Entwicklungen Prinzipien und Methoden wieder, die sie im kleinen Rahmen kennen gelernt haben. Entsprechend werden die Lernenden eine andere, kritischere Perspektive auf Modelle entwickeln, die ihnen z. B. in den Medien als wahr vorgestellt werden.

Temperaturen messen mit TI-Nspire™

Lars Jakobsson, Malmö (Sweden)



Warum man beim Schifahren eine Mütze tragen sollte ...



Steckbrief der Aufgabe

Sekundarstufe I

Dauer: 1 Unterrichtsstunde

Notwendige Voraussetzungen:

Schülerinnen und Schüler

- sollten ein grundlegendes Verständnis für Temperaturen und ihre Messung haben

Kompetenzen, die mit dieser Einheit gefördert werden können:

Schülerinnen und Schüler

- experimentieren gezielt
- übertragen das Ergebnis eines Experiments auf ihre Lebenswirklichkeit
- erkennen, dass der Prozess der Verdunstung Energie benötigt

Rolle der Technologie (TI-Nspire™, TI-Nspire™ CAS):

- Messen

Empfehlung zur Unterrichtsorganisation:

Soweit möglich, sollten Schülerinnen und Schüler das Experiment selbst durchführen, z. B. in Gruppen- oder Partnerarbeit.

Hinweis zu dieser Einheit:

Generell kann die TI-Nspire™ Technologie – ähnlich wie der TI-89 Titanium oder der TI-Voyage 200 – auch in Kombination mit Messsystemen eingesetzt werden. Zurzeit sind jedoch nur wenige Sensoren für die TI-Nspire™ Technologie verfügbar und die Messeinstellungen sind fix, was ihren möglichen Einsatz zurzeit einschränkt. Wir möchten Ihnen in diesem Buch trotzdem ein Beispiel vorstellen, da wir die Möglichkeit, im Unterricht mit echten Messwerten zu arbeiten, für sehr attraktiv halten. Auf eine rechnerische Auswertung wird hier verzichtet, da der Schwerpunkt auf das eigentliche Messen sowie die qualitative Auswertung der Ergebnisse gelegt wurde.

„Es ist kalt draußen, zieh eine Mütze auf!“ Generationen von Müttern haben ihre Kinder mit dieser Aufforderung gezwungen, ihre Frisur mit nicht immer modischen Accessoires zu malträtieren. Unnötig? Wir möchten mit einem einfachen Experiment der Frage nachgehen, warum es Sinn macht, beim Schifahren eine Mütze zu tragen.

Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist denkbar einfach: Ein Temperatursensor (EasyTemp) wird mit etwas Papier von einem Taschentuch und einem Gummiband präpariert. Der Sensor ist ein Modell für unsere Kopfhaut, das Taschentuch ein Modell für unser Haar. Nach Anschließen des Sensors erkennt die TI-Nspire™ Technologie das Gerät automatisch. Die Messung kann beginnen.



Der präparierte Sensor

Durchführung

Nun soll das Schwitzen simuliert werden. Dazu wird eine Schüssel mit Wasser vorbereitet. Lassen Sie die Schüssel einige Zeit stehen, bis das Wasser Raumtemperatur erreicht. Tauchen Sie nun den Sensor in das Wasser. Nehmen Sie ihn anschließend wieder heraus und pressen sie das Wasser zügig aus dem Papier.

Beim Schifahren weht uns kalter Wind um die Ohren. Das simulieren wir durch Wedeln mit dem Sensor. Starten Sie die Messung und beginnen Sie zu wedeln. Der Verlauf der Messung kann auf dem Bildschirm beobachtet werden (vgl. Abbildung auf Seite 1).

Auswertung und Deutung

Die Messung startet bei Raumtemperatur (in unserem Fall 23°C). Nach einer Minute hat sich der Sensor deutlich (auf ungefähr 14°C) abgekühlt. Der Grund für die Abkühlung ist die Verdunstung des Wassers. Dieser Prozess beschleunigt sich durch die Bewegung des Sensors (also die Simulation von Wind). Die Verdunstung benötigt Energie.

Diese bezieht sie aus der Abkühlung des Sensors. Wenn die Lufttemperatur niedrig ist (wie zum Beispiel im Winter), beschleunigt sich dieser Prozess. Auch die



1.1		1.2		BOG AUTO REELL		
A	run1.zeit_s	B	run1.temp_c	C	D	E
160	159	14.1245				
161	160	14.1245				
162	161	14.1245				
163	162	14.187				
164	163	14.187				
165	164	14.187				
A165		164				

Endtemperatur des Sensors wäre dann viel niedriger. Beim Skifahren, insbesondere wenn man schnell fährt, kühlt der Wind die Haut zusätzlich ab. Es kann sogar sein, dass innere Verletzungen entstehen, da in den Blutgefäßen viel Blut zirkuliert. Der Abkühlungseffekt ist erheblich größer, wenn es windig ist.






Aber auch im Sommer kann man sich nach dem Schwimmen unwohl fühlen: Nachdem man aus dem Wasser gestiegen ist, insbesondere wenn es windig ist, kühlt man sehr schnell ab. Ein Handtuch zum Schutz des Körpers tut dann – selbst an sehr warmen Tagen – gut. Mutter hatte also doch recht...

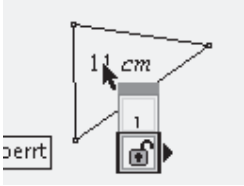
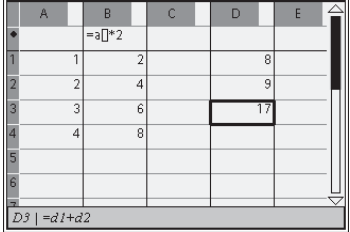
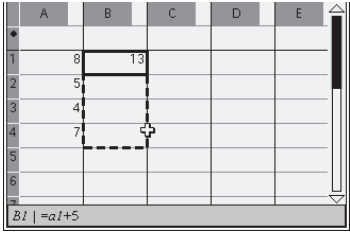
Glossar (Version 1.3)


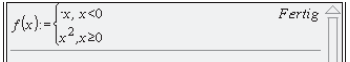
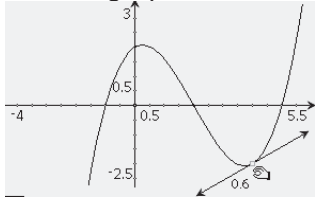

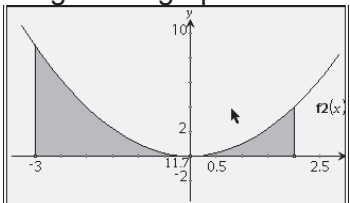
Im Glossar finden Sie Erläuterungen zu den in den Materialien grau unterlegten Begriffen, z. B. **Applikationen**. Hier einige Lesehilfen:

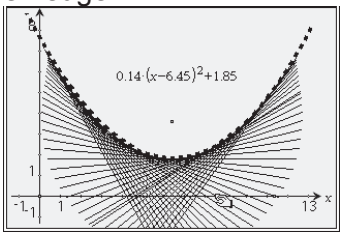
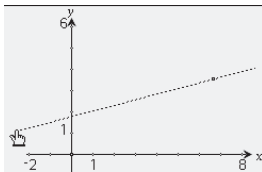
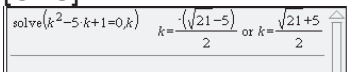
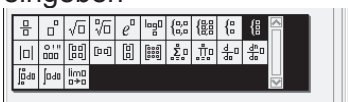
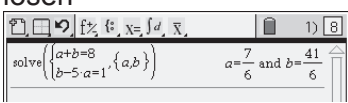
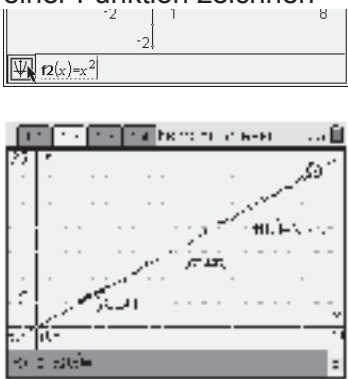
- In der linken Spalte stehen die jeweils in den Einheiten genannten Begriffe. Teilweise sind diese zusammengesetzt, z. B. „Applikationen aufrufen“
- Zu Beginn jeder Erläuterung stehen die Applikationen **fett gedruckt**, bei denen die jeweiligen Beschreibungen gelten.
- TI-Nspire™- und TI-Nspire™ CAS-spezifische Begriffe, z. B. *Sperren* sind *kursiv gedruckt*. So soll verhindert werden, dass diese Begriffe mit umgangssprachlichen Begriffen verwechselt werden.
- Soll ein Text oder ein Befehl über die Tastatur eingegeben werden, so werden die für das Handheld typischen Tasten (u. a. , , ...) in eckigen Klammern [.] abgebildet. Zusätzlich enthalten die eckigen Klammern Bezeichnungen von Menüpunkten, die angesteuert werden können (z. B. 3: Attribute).
- Befehle oder Texte, die über die Tastatur eingegeben werden, sind unterstrichen. Beispiel: =a[]*2
- ... ist ein Auslassungszeichen. Hier wären ausführliche Beschreibungen nicht angebracht. Es geht unmittelbar aus dem Bedienungskontext hervor, wie zu verfahren ist.
- Gilt eine Beschreibung nur für die CAS Version, so ist das in der linken Spalte durch den Zusatz [CAS] gekennzeichnet. Die Beschreibungen gelten im Allgemeinen sowohl für TI-Nspire™ wie auch für TI-Nspire™ CAS.















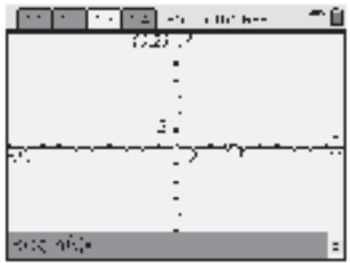






Bitte beachten Sie: Im Glossar wird in der Regel nur **einen** Weg zur Aktivierung der Funktionalitäten von TI-Nspire™ oder TI-Nspire™ CAS angeboten; meist gibt es mehrere Möglichkeiten. Man kann Befehle direkt über die Tastatur eingeben, den Katalog nutzen oder sich Befehle aus den Menüs holen. Dieses Glossar erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Sein Ziel ist es, Ihnen den Einstieg in die Arbeit mit der Technologie zu erleichtern. Entsprechend galt bei seiner Erstellung das Motto „klein aber fein“. Für weitergehende Bedienungshinweise nutzen Sie z. B. das Handbuch.

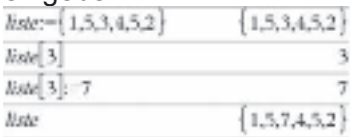
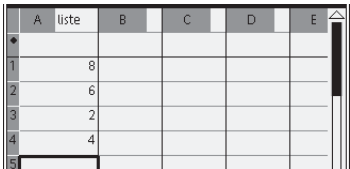

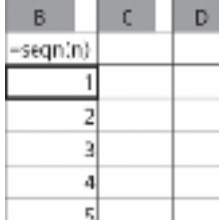

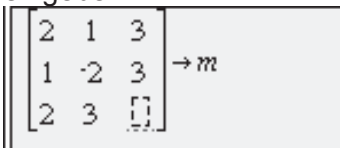
Ansicht	
Ebenengeometrie	Graphs & Geometry [ ,  , 2: Ebenengeometrieansicht] In der Ebenengeometrieansicht kann im gleichen Kontextmenü ein analytisches Fenster zugeschaltet werden. Dies ist ein Koordinatensystem, welches als Fenster über die Geometrieebene gelegt wird.
Ebenengeometrie: Maßstab verändern	Graphs & Geometry In der Ebenengeometrieansicht kann der Maßstab verändert werden, indem man die rechts oben gezeigte Strecke oder die hier angegebene Länge verändert. Dabei kann auch die Einheit ausgetauscht werden (z. B. in km).
Grafikansicht	Graphs & Geometry [ ,  , 1: Grafikansicht]
Applikationen	
aufrufen	Alle Applikationen Jeder leeren <i>Seite</i> können <i>Applikationen</i> zugeordnet werden. Soll dem aktuellen <i>Dokument</i> eine neue <i>Seite</i> mit einer <i>Applikation</i> zugeordnet werden, so erreicht man das über [] und anschließender Auswahl einer der 5 <i>Applikationen</i> .

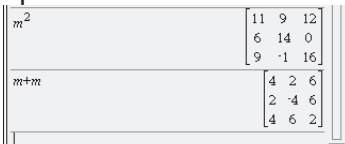
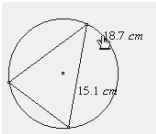
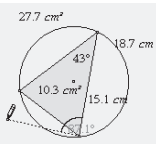
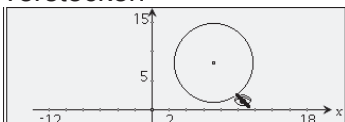
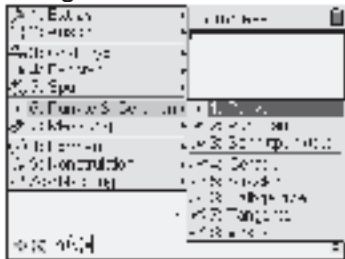
<p>Attribute verändern</p> 	<p>Graphs & Geometry [ctrl], (menu), 2: Attribute] Nahezu alle grafischen Objekte haben <i>Attribute</i>, die verändert werden können, z. B. um Objekte hervorzuheben. Besonders zu erwähnen ist das <i>Sperren</i>, da mit ihm z. B. Längen- oder Flächenmaße fixiert werden können. Versuchen Sie beispielsweise, die Fläche eines Dreiecks (Linien, besondere) zu messen, zu <i>sperren</i> und anschließend die Punkte des Dreiecks zu verschieben.</p>
<p>copy-paste anwenden</p>	<p>Alle Applikationen Die meisten Objekte (wie z. B. Texte oder Textteile) können mit [ctrl], (C) in den Zwischenspeicher geladen werden. Der Inhalt des Zwischenspeichers kann mit [ctrl], (V) beliebig oft wieder aufgerufen werden. So können Terme kopiert oder Seiten dupliziert werden.</p>
<p>Formeln eingeben</p> 	<p>Lists & Spreadsheet Möglichkeiten:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Spaltenformeln werden in der zweiten Zeile eingegeben. • Bezüge zu anderen Spalten erhält man, indem man der Spaltenbezeichnung [] anhängt. • In einer Zelle können Formeln eingegeben werden, die Bezüge zu anderen Zellen herstellen (z. B. =d1+d2). <p>Die Eingaben werden jeweils mit [enter] abgeschlossen. Dabei kann auch auf fest implementierte Formeln (z. B. die Formel zur Berechnung von Summen (z. B. =sum(A1:A4)) zurückgegriffen werden.</p>
<p>kopieren</p> 	<p>Calculator Formeln können mit Hilfe des Navpads angesteuert und durch Drücken von [enter] kopiert werden.</p> <p>Lists & Spreadsheet Formeln in Zellen können auf verschiedene Weisen kopiert werden. Die einfachste Variante ist es, eine Zelle zu markieren, durch [ctrl], (C) in den Zwischenspeicher zu kopieren, die Zielzelle zu markieren und mit [ctrl], (V) einzufügen. Soll eine Formel in einer Spalte durchgängig kopiert werden, so kann man die entsprechende Zelle markieren (ggf. durch Drücken von [ctrl], (C)), wenn mehrere Zellen markiert werden sollen) und [ctrl], (V) etwas länger als eine Sekunde drücken. Dann mit dem Cursor den zu füllenden Bereich auswählen und mit [ctrl], (V) bestätigen.</p>
<p>Werte einsetzen</p>	<p>Calculator Hinter die Formel setzen. Das erreicht man beim Handheld mit [1]. Dann dem Variablennamen Werte zuordnen (z. B. $a^2+a a=2$).</p> <p>Graphs & Geometry (menu), (1), 7: Berechnen] Die als Text eingegebene Formel anklicken; anschließend die einzusetzenden Werte anklicken. Welche Variable jeweils gesucht ist, wird angezeigt. Die Ausgabe schließlich zum gewünschten Ort ziehen und mit [enter] bestätigen.</p>

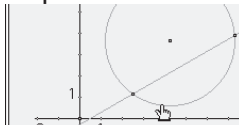
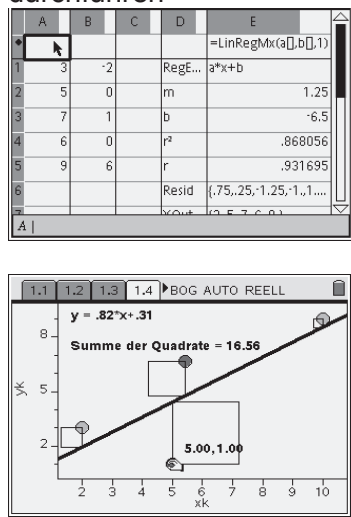
Formen	Linien, besondere
Funktionen	
Betrag	Alle Applikationen Beträge $ \cdot $ können mit Hilfe der Funktion <u>ABS(.)</u> eingegeben werden.
Ganzzahl	Alle Applikationen Die Nachkommastellen von Dezimalzahlen können mit Hilfe der Funktion <u>INT(.)</u> abgeschnitten werden.
speichern 	Calculator z. B. durch Eingabe von $f(x)=...$, <u>define f(x)=...</u> oder auf den Handhelds ... [<u>ctrl</u> , <u>sto>var</u>] $f(x)$.
abschnittsweise 	Calculator [<u>ctrl</u> , <u>int&frac</u>] Hier öffnet sich eine Auswahl mit Vorlagen. Wählen Sie die links gezeigte Vorlage, um z. B. eine Funktion mit zwei Abschnitten zu definieren. Wenn Sie diese Vorlage mit [<u>enter</u>] aktivieren, erscheint eine Maske, in der die Abschnitte eingetragen werden können. Neben den einzelnen Funktionstermen müssen auch deren Geltungsbereiche festgelegt werden.
ableiten: algebraisch [CAS] ableiten: graphisch 	Calculator [<u>menu</u> , <u>5</u> , 1: Ableitung] Den abzuleitenden Term eingeben. Die Variable, nach der abgeleitet werden soll, im Nenner des Quotienten einsetzen. Graphs & Geometry Zeichnen Sie zuerst den <u>Graph</u> einer Funktion. Anschließend wählen Sie die Tangente [<u>menu</u> , <u>6</u> , 7: Tangente] aus dem Menü. Klicken Sie auf den Graphen. Es erscheint eine Tangente an dem Graphen. <u>Messen</u> Sie die Steigung dieser Tangente. Mit Hilfe des Zeigers kann die Tangente gezogen und der Graph abgefahren werden.
integrieren: algebraisch [CAS]  integrieren: graphisch 	Calculator [<u>menu</u> , <u>5</u> , 2: Integral] Integrale werden in der für die Schule üblichen Notation eingegeben. Graphs & Geometry Auch das Integrieren kann graphisch geschehen. Zeichnen Sie zuerst den <u>Graphen</u> einer Funktion. Dann wählen Sie [<u>menu</u> , <u>7</u> , 5: Integral]. Wählen Sie zuerst den Graphen und dann die linke und rechte Grenze (kann auch eingegeben werden). Die Fläche zwischen Graph und x-Achse wird schattiert. Beachten Sie, dass nicht der Flächeninhalt, sondern das Integral bestimmt wird.
zeichnen	Graphs & Geometry <u>Graph zeichnen</u> Data & Statistics Wurde in dieser Applikation ein Streudiagramm gezeichnet, so kann der Graph einer Funktion mit [<u>menu</u> , <u>3</u> , 9: Funktion zeichnen] ergänzt werden.

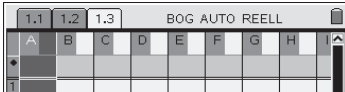
Geometrischer Ort	
erzeugen 	Graphs & Geometry [menu], [9], 6: Geometrischer Ort] Wenn ein geometrisches Objekt (z. B. ein Punkt oder eine Gerade) mit Hilfe eines variablen Punktes gesteuert werden kann, so kann man sich den <i>geometrischen Ort</i> (z. B. die Ortskurve oder die Hüllkurve des geometrischen Objektes) anzeigen lassen. Dazu zuerst auf das betreffende geometrische Objekt und dann auf den variablen Punkt klicken.
Geraden	
zeichnen 	Graphs & Geometry [menu], [6], 4: Gerade] Eine Gerade wird durch zwei Punkte definiert. Wählen Sie den Menüpunkt Gerade aus und anschließend zwei Punkte (die Punkte müssen nicht notwendig vorher definiert sein), um die Gerade zu zeichnen. Diese Gerade ist nicht fix. So kann die Steigung oder auch die Länge des gezeichneten Ausschnitts dadurch verändert werden, dass an einem Punkt der Geraden mit dem Zeiger gezogen wird.
Gitter	
anzeigen	Graphs & Geometry [menu], [2], 5: Gitter anzeigen] Diese Option funktioniert in der Ebenengeometrieansicht nicht.
Gleichungen	
lösen [CAS] 	Calculator Zum Lösen von Gleichungen kann der Befehl <u>SOLVE</u> verwendet werden. Er benötigt zwei Argumente: die Gleichung, die gelöst, und die Variable, nach der die Gleichung aufgelöst werden soll.
Gleichungssysteme	
eingeben 	Calculator [$\frac{a}{b}$], [5] Hier öffnet sich eine Auswahl mit Vorlagen. Wählen Sie die links gezeigte Vorlage, um ein Gleichungssystem zu definieren. Wenn Sie diese Vorlage mit [$\frac{z}{enter}$] aktivieren, erscheint eine Maske, in der die Gleichungen eingetragen werden können.
lösen 	Calculator Um Gleichungssysteme zu lösen, kann der Befehl <u>SOLVE</u> genutzt werden. Als zweites Argument werden die Variablen in einer Liste ergänzt (Hier {a,b}).
Graph	
einer Funktion zeichnen 	Graphs & Geometry (In der Grafikanisicht) [menu], [3], 1: Funktion] Die Funktion kann nun direkt eingegeben und durch Bestätigen mit [$\frac{z}{enter}$] gezeichnet werden. Hinweis: Nach dem Zeichnen von Geraden, Parabeln oder der Sinusfunktion können diese interaktiv verändert werden, indem man an dem Graphen zieht: z. B. lassen sich aus den Graphen der Grundfunktionen $f(x)=x$ oder $f(x)=x^2$ durch Anfassen und Ziehen alle Graphen der entsprechenden Funktionenklasse erzeugen. Die Funktionsgleichung wird dabei automatisch mitverändert. Wenn man die Gerade in der Nähe des Koordinatenursprungs anfässt, lässt sie sich nach oben und unten verschieben, wird sie in größerem Abstand anfässt, kann man sie drehen und dadurch die Steigung verändern. Wenn die Parabel in der Nähe des Scheitelpunkts anfässt wird, lässt sie sich




	verschieben, wird sie in größerem Abstand angefasst, wird sie gestreckt oder gestaucht.
einer Funktion in Parameterdarstellung zeichnen	Graphs & Geometry [ ,  , 2: Parametrisch]
einer Funktion in Polarkoordinaten zeichnen	Graphs & Geometry [ ,  , 3: Polar]
zoomen (Zeichenbereich)	Graphs & Geometry [ , ] Hier finden sich verschiedene Möglichkeiten, um den Bildschirmausschnitt zu verändern. Zum Zoomen kann z. B. der 2: Zoom-Rahmen verwendet werden.
Konstruktionen	
	Linien, besondere
Koordinaten	
bestimmen	Graphs & Geometry [ ,  , 6: Koordinaten und Gleichungen] Man kann sich die Koordinaten von Punkten direkt auf dem Bildschirm anzeigen lassen. Die x- und y-Koordinate können wie normale Maßzahlen gespeichert (Werte speichern) werden.
Koordinatenachsen	
verändern	Graphs & Geometry Die Einstellungen der Koordinatenachsen können mit dem Zeiger durch Ziehen (wird durch [] aktiviert, länger als eine Sekunde Drücken; bei Eingabe von Werten Doppelklicken) an den Achsen oder durch die Eingabe von Werten verändert werden. Zieht man an den Skalenpunkten, so verändern sich die Bereiche der beiden Achsen synchron. Wird beim Ziehen [] gedrückt, so verändert sich nur eine Achse. Die Einstellung der Koordinatenachsen (z. B., ob Pfeile angezeigt werden sollen oder nicht) können durch Einstellen der Attribute verändert werden. Die Koordinatenachsen können auch gezielt und direkt über [ ,  , 1: Dialogfeld Achseneinstellungen] eingestellt werden. Hier muss man dann für die x- und y-Achse jeweils das Minimum und Maximum festlegen. Data & Statistics Ähnlich wie in Graphs & Geometry können auch hier die Koordinatenachsen verändert werden. Eine gezielte Einstellung ist z. B. unter [ ,  , 1: Fenstereinstellungen] möglich.
	
Linien, besondere	
Strecke, Halbgerade, Strahl, Vektor	Graphs & Geometry [ ,  , ...]
Dreieck, Polygone, Kreis	Graphs & Geometry [ ,  , ...]
Senkrechte, Parallele, Mittellot (Mittelsenkrechte), Winkelhalbierende	Graphs & Geometry [ ,  , ...]

Listen	
<p>eingeben</p>  	<p>Calculator Listen bestehen aus mehreren Elementen (oft Zahlen). Listen kann man festlegen, indem man z. B. die Elemente in { }-Klammern und durch Komma getrennt eingibt. Einzelne Elemente lassen sich aufrufen oder verändern, indem man den Listennamen um []-Klammern ergänzt und hier die Nummer des entsprechenden Elements einträgt.</p> <p>Lists & Spreadsheet Eleganter können Listen in dieser Applikation definiert werden: Werte in die Zellen der Tabellenkalkulation eingeben und anschließend den Namen der Liste in der obersten Zeile festlegen.</p>
<p>erzeugen</p>  	<p>Calculator, Lists & Spreadsheet Weisen Listen ein bestimmtes Muster auf, so ist es – vor allem bei langen Listen – mühselig, diese durch Eingabe zu definieren. Einfacher ist es, den seq-Befehl zu nutzen. Erzeugen einer Folge: seq braucht 4 Argumente: Einen Term für eine Folge, die Laufvariable der Folge, den ganzzahligen Startwert für die Laufvariable und den ganzzahligen Endwert für die Laufvariable. Häufig benötigt werden Listen, die die Zahlen von 1 bis n enthalten (Also Folgen der Art seq(n,n,1,50)). In Lists & Spreadsheet kann dafür die vereinfachte Formel seqn(n) oder eine Zellformel (z. B. =A1+1), die dann kopiert wird, verwendet werden.</p>
<p>verarbeiten: CumSum</p>	<p>Calculator, Lists & Spreadsheet Oft ist es notwendig, die Elemente einer Liste sukzessive zu addieren (z. B. {1,2,3,4} → {1,3,6,10}). Das leistet der Befehl cumsum(.). Als Argument wird der Name der betreffenden Liste angegeben.</p>
<p>graphisch darstellen</p> 	<p>Graphs & Geometry [menu, 3], 4: Streu-Plot] Hier können die Namen der beiden Listen ausgewählt werden, die als Paar jeweils die Punkte definieren. Nach Auswahl der beiden Listennamen erscheint ein Streudiagramm. Das Aussehen des Diagramms (z. B. das Verbinden der Punkte miteinander) kann über das Verändern der Attribute erreicht werden.</p> <p>Data & Statistics In dieser Applikation klicken Sie links sowie unter das Koordinatensystem und wählen die darzustellenden Listen aus.</p>
<p>Maßübertragung</p>	
<p>durchführen</p>	<p>Graphs & Geometry [menu, 9], 8: Maßübertragung] Klicken Sie zuerst auf den Wert, den Sie gerne auf eine Achse oder ein anderes geeignetes Objekt übertragen möchten und anschließend auf das Objekt (z. B. die Koordinatenachsen).</p>
<p>Matrizen</p>	
<p>eingeben</p> 	<p>Calculator [matrix icon, 5] Hier öffnet sich eine Auswahl mit Vorlagen. Wählen Sie das links gezeigte Icon durch Drücken von [enter] aus. Dann die Anzahl der Spalten und Zeilen der Matrix angeben. Anschließend wird eine Maske bereitgestellt, in der die Matrix direkt eingegeben werden kann. Vektoren können als einspaltige oder einzeilige Matrizen definiert werden. Einfacher ist es aber, sie direkt einzugeben (z. B. [1;2]).</p>

<p>operieren</p> 	<p>Calculator Mit Matrizen können die Operationen \pm, $=$ und \times ausgeführt werden.</p>
Messen	
<p>Abstände, Längen, Umfang</p> 	<p>Graphs & Geometry [menu, 7, ...] Hier stehen mehrere Messwerkzeuge zur Verfügung. Mit dem Werkzeug „Länge“ können Abstände, Längen und Umfänge gemessen werden. Dazu werden die Objekte nacheinander angeklickt.</p>
<p>Flächeninhalt</p>	<p>Graphs & Geometry [menu, 7, 2: Fläche] ...ebenso bestimmt man den Flächeninhalt...</p>
<p>Winkel</p> 	<p>Graphs & Geometry [menu, 7, 4: Winkel] ... oder Winkel.</p>
<p>Steigung</p>	<p>Graphs & Geometry [menu, 7, 3: Steigung] Von Geraden oder Tangenten kann die Steigung gemessen und angezeigt werden.</p>
Objekte (graphische):	
<p>benennen</p>	<p>Graphs & Geometry [menu, 1, 5: Text] Auf das graphische Objekt klicken und zugehörigen Text eingeben. Objekt und Text sind dann gekoppelt.</p>
<p>hervorheben: Kurven stricheln</p>	<p>Graphs & Geometry Die Attribute von Graphen und anderen Kurven können verändert werden. So ist es z. B. möglich, Graphen zu stricheln.</p>
<p>hervorheben: Fläche schattieren</p>	<p>Graphs & Geometry Ebenso können die Attribute von Flächen verändert werden, um diese z. B. zu schattieren.</p>
<p>verstecken</p> 	<p>Graphs & Geometry [ctrl, menu, 3: Ausblenden/anzeigen] Vorher mit dem Zeiger auf das Objekt, gehen, das versteckt werden soll. Wenn man mehrere Objekte ausblenden oder anzeigen möchte, bietet sich die Option [menu, 1, 2: Ausblenden/anzeigen] an.</p>
<p>spiegeln</p>	<p>Graphs & Geometry [menu, A, ...] Wählen Sie die gewünschte Spiegelung (Punkt-, Achsenspiegelung), dann das Objekt und den Spiegelpunkt oder die Spiegelachse.</p>
Punkt	
<p>frei, gebunden</p> 	<p>Graphs & Geometry [menu, 6, 1: Punkt] Einen freien Punkt kann man durch Auswahl von Punkt und anschließender Festlegung der Position mit dem Zeiger definieren. Dabei ist zu beachten, dass Punkte, die auf Objekten (z. B. den Koordinatenachsen) platziert werden, nicht mehr frei beweglich sind. Am leichtesten erkennt man die Funktionsweise, indem man einige Punkte auf den Achsen und einige außerhalb der Koordinatenachsen platziert. Verändern Sie dann die Einstellungen der Achsen und achten Sie auf das Verhalten der definierten Punkte. In der Ebenengeometrie-Ansicht (Ansicht Ebenengeometrie) gilt das Gleiche für Punkte auf Objekten, z. B. Strecken.</p>

auf Objekt	Graphs & Geometry [menu], [6], 2: Punkt auf] Mit Bezug auf die meisten Objekte in Graphs & Geometry können weitere Objekte –z. B. Punkte – definiert werden.
neu definieren	[menu], [1], 8: Neu definieren] Mit dieser Option können Bindungen zwischen Objekten gelöst und neu definiert werden. Klicken Sie auf den Punkt, den Sie mit einem anderen Objekt verknüpfen wollen und anschließend auf das gewünschte Objekt.
Schnittpunkte 	Graphs & Geometry [menu], [6], 3: Schnittpunkt(e)] Wann immer zwei Objekte Punkte gemeinsam haben, ist es möglich, diese Punkte zu markieren und als neue Punkte zu definieren. Dazu die betreffenden Objekte nacheinander anklicken.
Mittelpunkt	Graphs & Geometry [menu], [9], 5: Mittelpunkt] Klicken Sie nacheinander auf die beiden Punkte, deren Mittelpunkt Sie bestimmen möchten.
Regression	
durchführen 	Data & Statistics z. B. zwei gleich lange Listen eingeben und diese Listen in Data & Statistics als Streudiagramm darstellen lassen. Unter [menu], [3], 5: Regressionen] werden dann verschiedene Regressionsmodelle angeboten, die automatisiert auf der <i>Seite</i> eingepflegt werden. Lists & Spreadsheet [menu], [4], [1] ... (z. B. 3: Lineare Regression (mx+b)) Die notwendigen Listen können in Spalten eingegeben werden. Die Ergebnisse werden ebenfalls in Zellen von Lists & Spreadsheet angezeigt. Diese Regression ist interaktiv, d. h., dass sich das Ergebnis der Regression verändert, wenn man deren Berechnungsgrundlage, also die Listen , verändert. Auf diese Weise lassen sich auch andere Regressionsmethoden (quadratische, ...) realisieren. Die Regressionsfunktion kann z. B. unter f1 gespeichert und dann im ganzen Dokument verwendet werden.
SchnellGraph	
	Lists & Spreadsheets [ctrl], [3], 4: SchnellGraph] Wurden zwei Listen in dieser Applikation erstellt, so kann man die entsprechenden Spalten markieren und dann einen Graphen auf der gleichen <i>Seite</i> zeichnen lassen.
Seiten	
teilen	Alle Applikationen [ctrl], [6], 6: Seitenlayout] Seiten können – z. B. durch <i>Seiten</i> teilen – verschiedene <i>Lay-outs</i> erhalten. Wie groß die Bereiche jeweils sein sollen, kann vom Nutzer festgelegt werden. Das Teilen einer Seite kann auch rückgängig gemacht werden. Dazu das Teilfenster auswählen und die Applikation auswählen [ctrl], [6], 7: App. auswählen]. Der Rahmen des Teilfensters beginnt zu blinken. Mit [clear] wird die Applikation entfernt. Nun kann das Seitenlayout zurückgesetzt werden, so dass ein Fenster weniger auf der Seite ist.

Spalte	
Größe ändern 	Lists & Spreadsheet Die Breite von Spalten kann verändert werden. Dazu in Lists & Spreadsheet in die oberste Zeile gehen und mit [ctrl], [menu], 7: Größe ändern, 1: Spaltenbreite] den Modus zum Ändern der Spaltenbreite aktivieren]. Die Änderung kann mit [enter] abgeschlossen werden.
markieren	Lists & Spreadsheet Mit dem Cursor in die oberste Zeile gehen und nochmals den Cursor nach oben drücken. Die Spalte ist nun markiert. Um weitere Spalten zu markieren, [ctrl] gedrückt halten und mit den Cursortasten nach links bzw. rechts gehen.
Spur	
Spur	Graphs & Geometry [menu], [5], 1: Spur] Mit den Cursortasten kann nun ein Graph oder ein Diagramm abgewandert (Tasten links, rechts) werden. Um den Graph zu wechseln, den Cursor nach oben oder unten drücken.
Geometriespur	Graphs & Geometry [menu], [5], 2: Geometriespur] Mit Hilfe der Geometriespur kann die Bewegung von Punkten festgehalten werden. Die Option auswählen, den Punkt auswählen und ihn mit [click] greifen.
Text	
eingeben	Graphs & Geometry [menu], [1], 5: Text] Den Mauszeiger positionieren, [click] drücken und den Text eingeben. Mit [enter] die Texteingabe abschließen. Notes Diese <i>Applikation</i> ist eine kleine Textverarbeitung. Texte können über die Tastatur eingegeben werden.
Umlaute	Alle Applikationen Geben Sie den Buchstaben ein, zu dem Sie den zugehörigen Umlaut benötigen. Anschließend drücken Sie [P].
Variablen	
aufrufen	Calculator Variable eingeben und [enter] drücken. Die Liste aller Variablen erhält man durch Drücken von [sto var].
verknüpfen	Graphs & Geometry Den Zeiger auf eine Koordinate oder ein anderes variables Zahlenobjekt bewegen. Mit [sto var] wird das <i>Variablen Menü</i> aufgerufen. Hier können Sie Zahlenobjekte mit unter Variablennamen gespeicherten Werten <i>verknüpfen</i> (3: Verknüpfen mit); die Variablennamen werden angezeigt und können dann ausgewählt werden. Verändert sich die Variable, so verändert sich auch das <i>verknüpfte Zahlenobjekt</i> und umgekehrt. Lists & Spreadsheet Ähnlich wie in Graphs & Geometry . Hier sind die Zahlenobjekte jedoch die Inhalte von Zellen .

Werte	
speichern	<p>Lists & Spreadsheet, Graphs & Geometry In diesen <i>Applikationen</i> können Werte mit Hilfe des <i>Variablen-Menüs</i> [, 1: Variable speichern] gespeichert werden. Werte in Zellen, Koordinaten oder auch Maßzahlen können unter Variablenamen gespeichert werden, die dann von jeder Applikation im gleichen <i>Problem</i> verwendet werden können. Dazu gewünschte Zahl mit [] anklicken.</p> <p>Calculator Hier gibt es zwei Möglichkeiten, Werten Variablen zuzuordnen: Entweder mit Hilfe von Store (z. B. [, , A]) oder durch := (z. B. a:=3).</p>
sammeln, in Tabelle übertragen: CAPTURE	<p>Lists & Spreadsheet Hier können Listen eingerichtet werden, in denen sich die Werte von Variablen automatisiert oder manuell speichern lassen. Mit dem Kommando <code>=capture(.,0)</code> mit der zugehörigen Variablen wird die Liste angelegt. Die 0 steht in diesem Fall für manuell. Nach jedem Drücken von <code>Strg+.</code>, oder [<code>ctrl</code>]+) (beim Handheld können die Tasten nacheinander gedrückt werden) wird ein Wert oder werden die festgelegten Werte gespeichert. Die Liste verlängert sich automatisch. Dabei können mehrere Variablen gleichzeitig verarbeitet werden. Ändert man das Argument zu 1 (also <code>=capture(.,1)</code>), so werden die Daten bei jeder Veränderung der Variablen aufgenommen. Diese Befehle kann man auch mit [<code>menu</code>], , , ...] aufrufen.</p>
Zellen	
Füllen	<p>Lists & Spreadsheet Zellen können mit Werten oder Formeln gefüllt werden.</p>
Kopieren	<p>Formeln kopieren</p>
Zirkel	
	<p>Graphs & Geometry [<code>menu</code>], , 7: Zirkel] Radius wählen (Strecke oder Distanz) und Mittelpunkt des Kreises wählen. Der Radius wird also vor der Konstruktion des Kreises abgetragen.</p>
Zufallszahlen	
erzeugen	<p>Calculator Es gibt verschiedene Möglichkeiten, Zufallszahlen zu erzeugen: <code>rand()</code> liefert Zufallszahlen zwischen 0 und 1. Entsprechend können andere Zahlbereiche durch Multiplikation und Addition generiert werden. Für ganzzahlige Zufallszahlen kann die etwas elegantere Anweisung <code>randInt(a,b)</code> verwendet werden, wobei a die kleinste und b die größte mögliche erzeugte Zufallszahl ist.</p> <p>Der Befehl <code>randSeed</code> setzt den Zufallsgenerator zurück oder – wenn eine Zahl angegeben wird – an eine bestimmte Stelle. Oft ist es zweckmäßig, direkt mehrere Zufallszahlen zu erzeugen. Das kann mit einem weiteren Argument in den jeweiligen Anweisungen realisiert werden. Die Daten werden in Listen gespeichert.</p> <p>Um Zufallszahlen zu erzeugen, die nicht unmittelbar nebeneinander liegen (z. B. -1 und 1), kann man zusätzlich Rechenoperationen anwenden. Im links stehenden Bildschirmausschnitt werden dafür zwei verschiedene Möglichkeiten präsentiert.</p>

