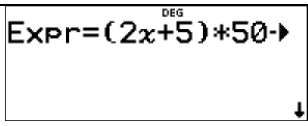
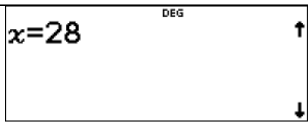
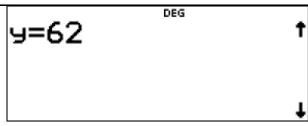
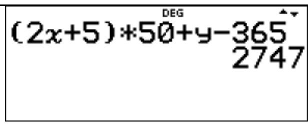
# Tipps&Tricks zum TI-30X Prio MathPrint™: Nutzung der Zweitbelegung [expr-eval] der Taste [table]

Die Anweisung [expr-eval] bedeutet “*expression evaluation”*, im Sinne von “Auswertung von Ausdrücken”.
Mit Hilfe dieser Anwendung lassen sich Termwerte von Termen, in denen Zahlen und Variable vorkommen, leicht berechnen. Dies ist besonders interessant, wenn ein und derselbe Term wiederholt mit anderen Variablenwerten berechnet werden soll. Der TI-30X Prio MathPrint™ verfügt über die Möglichkeit, die Variablen x, y, z, t, a, b, c und d (und nur diese) mit Zahlen zu belegen und zu speichern.

**Beispiel 1: Zahlenrätsel**
Ich errate Ihr Alter und Ihr Körpergewicht, wenn Sie nur mit den wahren Werten richtig rechnen.
„Multiplizieren Sie Ihr Alter mit 2, addieren Sie 5, multiplizieren Sie dieses Ergebnis mit 50, addieren Sie Ihre Masse (Körpergewicht in kg) und subtrahieren Sie 365. Nennen Sie mir Ihr Ergebnis.“[1]
Term: $(2x+5)\cdot 50+y-365$
Die Variable x steht für das Alter, die Variable y für das Gewicht. Beide sollten mit zweistelligen natürlichen Zahlen belegt werden.
Wir simulieren eine denkbare reale Situation mit einem Spielleiter und mehreren Mitspielern durch einige Beispiele, die mit dem TI-30X Prio MathPrint™ realisiert werden.
Die Tabelle veranschaulicht die Nutzung des TI-30X Prio MathPrint.

| | | |
|---|---|---|
| Öffnen von [expr-eval]:<br>[2nd] [table] (expr-eval) | DEG<br>Expr=<br>Enter Expression | |
| Eingabe des Terms:<br>[(] [2] [x] [+] [5] [)]<br>[×] [5] [0] [+] [x] (2) [−]<br>[3] [6] [5] | DEG<br>Expr=(2x+5)*50 | DEG<br>Expr=50+y−365 |
| Variable aufrufen und belegen, hier Alter 45 Jahre, Gewicht 76 kg:<br>[enter] [4] [5] [enter] [7] [6] | DEG<br>x=45 | DEG<br>y=76 |
| Anzeigen des Terms und des Termwertes:<br>[enter] | DEG<br>(2x+5)*50+y−365<br>4461 | |

[1] Dieses Zahlenrätsel habe ich erstmals von Dr. Rainer Heinrich bei einer T3-Tagung erfahren.

| | |
|---|---|
| Wiederaufrufen von [expr-eval]:<br>expr-eval<br>2nd table<br>Der Term wird angezeigt. |  |
| enter enter<br>Mit ***enter*** die Variablen aufrufen und mit anderen Werten belegen. |   |
| enter<br>Mit ***enter*** das Ergebnis aufrufen. |  |

Weitere Beispiele werden auf gleichem Wege erzeugt. Die folgende Tabelle zeigt einige Ergebnisse. Vielleicht wird schon aus diesen Resultaten klar, wie der Spielleiter aus den Ergebnissen auf die verwendeten Variablenwerte von Alter und Körpergewicht schließen kann.

| Alter in Jahren | Körpergewicht in kg | Termwert |
|---|---|---|
| 45 | 76 | 4461 |
| 28 | 62 | 2747 |
| 37 | 95 | 3680 |
| 75 | 89 | 7474 |

Lösung:
Alter: 10a + b   Masse: 10c + d

(10a + b)*2 = 20a + 2b

(20a + 2b + 5)*50 = 1000a + 100b + 250

1000a + 100b + 250 + 10c + d – 365

1000a + 100b – 115 + 10c + d

1000a + 100b – 100 +10c + d – 15

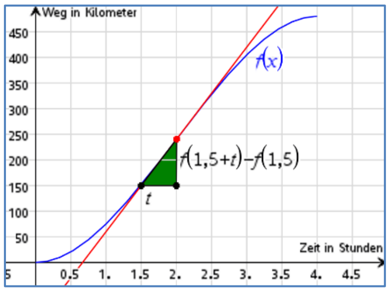
100(10a + b – 1) + 10c + d - 15

Die ersten zwei Ziffern ergeben das Alter, vermindert um 1, die letzten beiden Ziffern die Masse, vermindert um 15.

Man addiere 1 zu den ersten beiden Ziffern und hat das Alter.
Man addiere 15 zu den letzten beiden Ziffern und hat die Masse.
(Alter und Masse sollten zweistellig sein.)

**Beispiel 2: Grenzwerte des Differenzenquotienten von f vermuten.**

Gegeben ist eine Funktion: $f(x) = -15x^3 + 90x^2$ mit $0 \leq x \leq 4$.




Der Graph dieser Funktion mit einer Sekanten ist nebenstehend abgebildet. Mithilfe des Differenzenquotienten in der Form

$d(t) = \frac{f(x+t)-f(x)}{t}$ soll ein Näherungswert für $f'(1{,}5)$ ermittelt werden.

Strategie: Für die Stelle x = 1,5 werden für immer kleiner werdende Werte von t die Werte von d(t) berechnet (Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate).

| | |
|---|---|
| Öffnen von ***table***: <br> table | FUNCTION TABLE <br> 1:Add/Edit Func <br> 2:f( <br> 3:g( |
| Auswahl von 1: Add/Edit Func: <br> 1 | f(x)= <br> Enter function in x. |
| Eingeben des Funktionsterms f(x): <br> (−) 1 5 $x^{yzt}_{abcd}$ $x^{\square}$ 3 ▸ <br> + 9 0 $x^{yzt}_{abcd}$ $x^2$ | f(x)=-15x³+90x² |
| Öffnen von [expr-eval]: <br> 2nd table | Expr= <br> Enter Expression |
| Eingabe des Terms $\frac{f(x+t)-f(x)}{t}$: <br> 2nd table $\frac{\square}{\square}$ table 2 $x^{yzt}_{abcd}$ + <br> $x^{yzt}_{abcd}$ ) − table 2 $x^{yzt}_{abcd}$ ) <br> ▾ $x^{yzt}_{abcd}$ enter | Expr= $\frac{f(x+t)-f(x)}{t}$ |
| Variable aufrufen und belegen, hier: Stelle x = 1,5 und t = 0,2 <br> 1 . 5 enter <br> 0 . 2 | x=1.5 <br> t=0.2 |
| Anzeigen des Terms und des Termwertes: <br> enter | $\frac{f(x+t)-f(x)}{t}$ <br> 172.65 |

| | |
|---|---|
| Wiederaufrufen von [expr-eval]:<br>[2nd] [table]<br>Der Term wird angezeigt. | DEG<br>$\text{Expr}=\frac{f(x+t)-f(x)}{t}$ |
| [enter] [enter]<br>Mit ***enter*** die Variablen aufrufen und t mit einem kleineren Wert belegen. | DEG<br>$x=1.5$<br>DEG<br>$t=\text{E}{-9}$ |
| [enter]<br>Mit ***enter*** das Ergebnis aufrufen. | DEG<br>$\frac{f(x+t)-f(x)}{t}$<br>168.8 |

Vermutung: $f'(1{,}5) \approx 168{,}8$

Vertiefungsaufgabe
Wir nehmen an, die oben verwendete Funktion gebe die Geschwindigkeit eines Körpers an.

a) Berechnen Sie, soweit möglich, die Werte von t und d(t) für die in der Tabelle angegebenen Intervalle auf dem im Beispiel erläutertem Wege.

| Zeitintervall | Wert für t in Stunden | Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h |
|---|---|---|
| $2 \leq x \leq 3$ | 1 | 165 |
| $2 \leq x \leq 2{,}5$ | | |
| $2 \leq x \leq 2{,}1$ | | |
| $2 \leq x \leq 2{,}0001$ | | |
| $2 \leq x \leq 2 + 10^{-9}$ | | |
| $2 \leq x \leq 2 + 10^{-12}$ | | |

b) Welchen Wert würden Sie für die Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt t = 2 Stunden verwenden?

c) In einer Zeile der Tabelle erscheint kein sinnvolles Ergebnis. Erläutern Sie, woran das liegen könnte.

Lösung zu a:

| Zeitintervall | Wert für t in Stunden | Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h |
|---|---|---|
| $2 \leq x \leq 3$ | 1 | 165 |
| $2 \leq x \leq 2{,}5$ | 0,5 | 176,25 |
| $2 \leq x \leq 2{,}1$ | 0,1 | 179,85 |
| $2 \leq x \leq 2{,}0001$ | 0,0001 | 180 |
| $2 \leq x \leq 2 + 10^{-9}$ | $10^{-9}$ | 180 |
| $2 \leq x \leq 2 + 10^{-12}$ | $10^{-12}$ | 0 |

Lösung zu b:

Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt t = 2 Stunden: 180 km/h

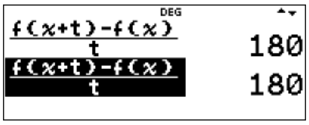
Lösung zu c:

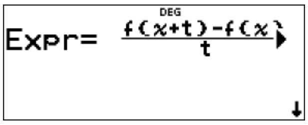
Der letzte Tabellenwert kommt zustande, weil für $t = 10^{-12}$ der Unterschied zwischen f(2+t) und f(2) so klein ist, dass der Taschenrechner die Differenz dieser beiden Werte mit null annähert.

Hinweis:

Verlässt man z. B. durch einen falschen Tastendruck die Anwendung [expr-eval]**,** so lässt sie sich wieder reaktivieren, solange der Term im Hauptbildschirm steht:

Verlassen Sie mit [quit] die aktuelle Anwendung, setzen Sie im Hauptbildschirm den Kursor auf den Term und drücken Sie die Tastenfolge ***2<sup></sup>nd table***.

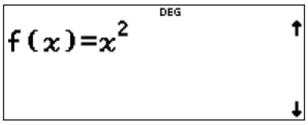



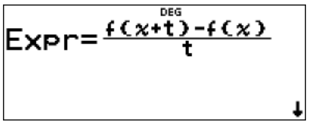

Literaturhinweis: In der Broschüre „Materialien zum TI-30X Prio MathPrint™ Schulrechner“ wird auf Seite 13 eine andere Möglichkeit zur Bestimmung lokaler Änderungsrate erläutert. Sie ist auf der Materialienseite von TI zu finden.

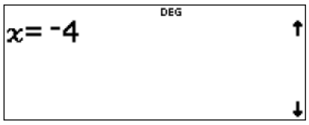
**Vorschläge zur didaktischen Weiterverwendung bei der Einführung von Ableitungsregeln**

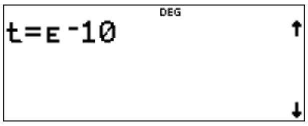
**Beispiel 3: 1. Ableitung von $f(x) = x^2$**

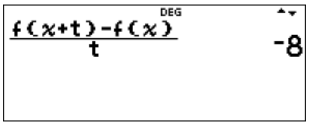
Lokale Änderungsraten $f'(x)$ von f(x) können wie oben beschrieben für verschiedene Stellen über den Differenzenquotienten $d(t) = \frac{f(x+t)-f(x)}{t}$ für hinreichend kleine Werte von t näherungsweise berechnet werden.



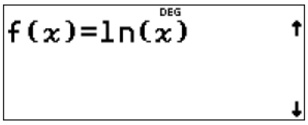

Realisiert man das für einige Werte von x z. B. mit $t = 10^{-10}$, so erhält man eine Wertetabelle für Näherungswerte der lokalen Änderungsraten an diesen Stellen, beispielsweise so:

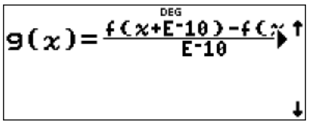
| x | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | 16 | 9 | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | 9 | 16 |
| Lokale Änderungsrate | -8 | -6 | -4 | -2 | $10^{-10}$ | 2 | 4 | 6 | 8 |

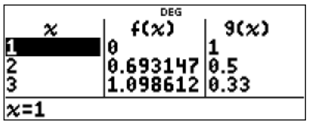
Schon aus der Tabelle lässt sich die Vermutung $f'(x) = 2x$ gewinnen. Eine Skizze der berechneten Zahlenpaare im Koordinatensystem kann diese Vorstellung illustrieren und vertiefen. Weitere Überlegungen können diese Vermutung mathematisch absichern. Darauf wird hier nicht näher eingegangen.

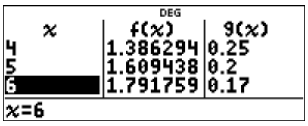
**Beispiel 4: 1. Ableitung von $f(x) = \ln(x)$**

Wird der Differenzenquotient $d(t) = \frac{f(x+t)-f(x)}{t}$ stets mit $t = 10^{-10}$ gebildet, so kann d(t) auch als Funktion g(x) unter ***table*** definiert werden. Für $f(x) = \ln(x)$ kann das dann so aussehen:




Auch hier gilt: Schon aus der Tabelle lässt sich die Vermutung $f'(x) = \frac{1}{x}$ gewinnen. Eine Skizze der berechneten Zahlenpaare im Koordinatensystem kann diese Vorstellung illustrieren und vertiefen.
Weitere Überlegungen können diese Vermutung mathematisch absichern. Darauf wird hier nicht näher eingegangen.

**Autor:**
*Dr. Wilfried Zappe*