Tipps und Tricks: Ableitung von Funktionen mit einem Parameter

„Erst die Gleichung, dann den Wert, sonst wird‘s vielleicht verkehrt.“

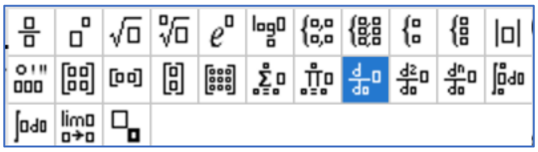
Anmerkungen zur Verwendung, Speicherung und Weiterverwendung von Ableitungsfunktionen, bei denen Parameter im Funktionsterm vorkommen, mit dem TI-Nspire CAS

Uns erreichen jedes Jahr mehrfach Anfragen, ob der TI-Nspire gewisse Ableitungen fehlerhaft berechnet. Das Problem ist hinlänglich bekannt und wurde z. B. auch schon in den TI-Nachrichten im Heft 1 im Jahr 2002, S. 14 behandelt.
Wir geben hier noch einmal eine Handlungsanweisung zur Fehlervermeidung an.

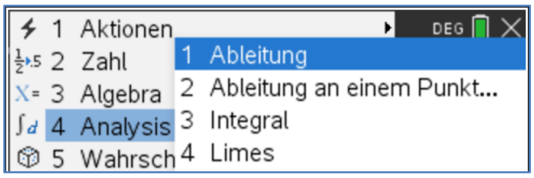
Die Funktion $f_t(x) = t \cdot x^2$ hat bekanntlich die 1. Ableitung $f_t'(x) = 2t \cdot x$.
Damit ist die 1. Ableitung von $f_t(x)$ an der Stelle x = t durch $f_t'(x) = 2t^2$ gegeben.
Wir zeigen an diesem Beispiel, wie das Ableiten mit dem CAS-Rechner fehlerfrei durchgeführt wird.
Beim Ableiten mit dem CAS-Rechner können Fehler passieren, auf die hier ebenfalls aufmerksam gemacht werden soll.

Der TI-Nspire CAS bietet folgende Möglichkeiten zum Differenzieren von Funktionen an.

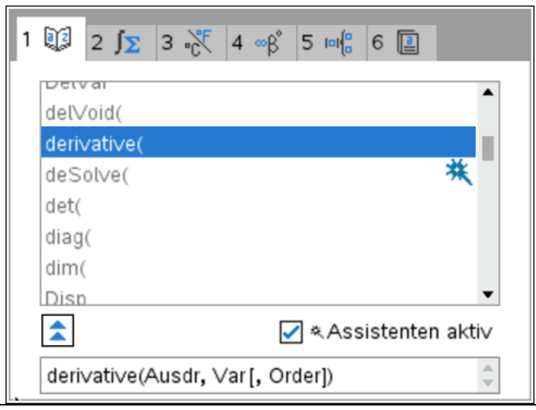
Die Vorlagensymbole für die 1., 2. und n-te Ableitung. (Taste [Vorlagen])



Die Menübefehle „Ableitung“ und „Ableitung an einem Punkt“. (Taste menu 4: Analysis)



Den Befehl „derivative“ aus dem Katalog. (Tasten [Katalog] 1)



Richtige Anwendungen der CAS-Möglichkeiten zur Ermittlung .der 1. Ableitung von $f_t(x) = t \cdot x^2$ an der Stelle x = t	
Nutzen des Vorlagensymbols mit der Taste bzw. auch über *Menü-Analysis-Ableitung* oder auch sehr einfach - mittels „Shortcut“ ⇧shift − und der anschließenden Eingabe der Bedingung x = t. Dazu wird der „with-Operator“ verwendet, denn man unter der Zweitbelegung der Taste = findet. > < ≠ ≥ ≤ |	$\frac{d}{dx}\left(t\cdot x^2\right)\|x=t \qquad 2\cdot t^2$
Definition der gegebenen Funktion und der Ableitungsfunktion als Funktionsvariablen. Verwenden dieser Variablen zum Bestimmen von Ableitungsfunktion bzw. Funktionswerten. Zum Definieren wird die Zweitbelegung := der Taste genutzt. Wichtig ist, sich zunächst die Gleichung der Ableitungsfunktion anzeigen zu lassen und diese Gleichung dann unter einer geeigneten Variablenbezeichnung abzuspeichern.	$f(t,x):=t\cdot x^2$ *Fertig* $\frac{d}{dx}(f(t,x)) \qquad 2\cdot x\cdot t$ $a1f(t,x):=2\cdot x\cdot t$ *Fertig* $a1f(t,t) \qquad 2\cdot t^2$
Den Menübefehl „Ableitung an einem Punkt“ nutzen: **Ableitung an einem Punkt --** Variable: x Wert: t Ableitung: 1. Ableitung OK Abbruch Nach dem Drücken von ok erscheint das folgende Vorlagenfenster: $\frac{d}{dx}(\square)\|x=t$ In das offene Feld wird der Funktionsterm oder die Variable, unter der die Funktion gespeichert ist, eingegeben.	$\frac{d}{dx}\left(t\cdot x^2\right)\|x=t \qquad 2\cdot t^2$ $\frac{d}{dx}(f(t,x))\|x=t \qquad 2\cdot t^2$

Den Befehl „derivative“ aus dem Katalog nutzen. (Tasten [Katalog] [1]) derivative(f(t,x),x)	$\frac{d}{dx}(f(t,x))$ $\quad 2\cdot x\cdot t$ $2\cdot x\cdot t\vert x=t$ $\quad 2\cdot t^2$

Fehlerhafte Anwendungen der CAS-Möglichkeiten zur Ermittlung .der 1. Ableitung von $f_t(x) = t\cdot x^2$ an der Stelle x = t	
Fehler 1: Statt der Funktion wird der Funktionswert an der Stelle x = t abgeleitet. Das Ergebnis muss null sein, weil der Funktionswert eine Konstante ist.	$f(t,x):=t\cdot x^2$ $\quad$ *Fertig* $\frac{d}{dx}(f(t,t))$ $\quad 0$
Fehler 2: Statt der Gleichung der Ableitungsfunktion wird die Vorschrift zum Ableiten als 1. Ableitung gespeichert. Berechnet man dann den Wert der Ableitungsfunktion an der Stelle x = t, so wird zunächst der Funktionswert von f an der Stelle x = t zu $f_t(t) = t\cdot t^2 = t^3$ ermittelt und dieser Term offenbar nach t abgeleitet, sodass $3\cdot t^2$ als scheinbarer Ableitungsterm zurückgegeben wird. Dies erfolgt, weil in der Definition von fa(t,x) nur die nebenstehende Handlungsanweisung hinterlegt ist. $\frac{d}{dx}(f(t,x))$ (Sinnvoller wäre es vielleicht, wenn die Programmierer bei diesem Bedienungsfehler auch auf die Ausgabe „null“ gesetzt hätten, denn die Ableitung von t^3 nach x ergibt eigentlich null.)	$fa(t,x):=\frac{d}{dx}(f(t,x))$ $\quad$ *Fertig* $fa(t,t)$ $\quad 3\cdot t^2$

Zusammenfassung:
Vielleicht hilft der kleine Reim aus der Überschrift, sich zu merken, wie man die Eingabefehler beim Differenzieren mit dem CAS vermeiden kann.
„Erst die Gleichung, dann den Wert, sonst wird‘s vielleicht verkehrt.“

Autoren:
Dr. Hubert Langlotz
Dr. Wilfried Zappe